目　　录

（上册）

(下册)

绪　　论

人们对物质结构的认识是由表及里逐步深入的．在人类社会发展的历史中，由于物质生产的需要，人们常常想知道：多种多样、千变万化的物质世界是如何构成的？有没有一些基本运动规律可以统一地解释丰富多彩的自然现象？在古代，由于生产和科学水平的限制，还不能具体解决这些问题，但已存在着一些属于假说之类的猜测与幻想．例如，我国古代夏朝(公元前约两千年)，就有所谓金、木、水、火、土的五行学说，认为这是组成物质世界的五种要素．在欧洲，古希腊的恩培多克勒（Empedocles）大约在公元前 430 年就认为大地是由水、火、土和空气等元素组成．德谟克利特（Democritus，公元前 460—370 年）认为万物是由大小不同、质量不同、有不可入性的原子组成，原子是“不可再分”的意思．我国战国时代宋国的哲学家惠施（公元前约 350 年）所说：“至小无内，谓之小一”(最小的物质是不可分的，称作最小的单元)，“小一”就是“原子”的意思．其后伊壁鸠鲁（Epicurus，公元前约 300 年)、迦生迪（Gassendi，1592—1655）等人继承了这一观点．这些人的“原子学说”虽然都还缺乏科学根据，但已属于物质有微观结构观点的萌芽．

真正带有近代性质的原子论，是道尔顿（John Dalton，1766—1844）在十九世纪初提出来的，在这以前不久波意耳(Boyle)、拉瓦锡等人第一次建立了科学的元素概念．道尔顿认为，每一种元素都代表一种特定的原子．不同元素的原子，其性质，首先是重量不同．他认为原子是物质结构不可分割的基元．但后来发现，随着原子序数的增加，这些化学元素的性质具有某种周期性的变化规律．1869 年俄国人门捷列夫分析当时已发现的 63 种元素的化学性质，总结其规律性，排列出元素周期表，预言了当时尚未发现的

多种元素及其化学性质．以后，人们在实验中确实陆续地发现了这些元素，并填满了周期表．92 种元素具有这种周期性的规律，表明了这些原子不是互不相关的，而是存在着某种内在联系．这就暗示了原子不是物质不可分割的最终单元，而是具有内部结构的．

人们对原子结构的认识，经历了一段曲折的过程．事实上，这仅仅是人们进入物质的微观世界，认识和掌握微观运动规律的开始．十九世纪末，二十世纪初，人们发现了一系列新现象：阴极射线、光电效应、放射性、X 射线，以及里德伯 (Rydberg) 的光谱线定律等等．当时对于电是否具有原子结构，曾有过很多讨论．例如，1897 年物理学家开耳芬 (Lord Kelvin) 还认为电是一种连续的、均匀的液体．而同一年中汤姆孙 (J. J. Thomson) 完成了他的有名实验：利用带电粒子在电磁场中偏转的方法，测定了阴极射线的电荷和质量的比值 e/m．携带此电荷的微粒，即被称为电子．1911 年密立根 (R. A. Millikan) 通过"油滴实验"测出了电子电荷的数值，进一步肯定了电荷的不连续性．确认了电子电荷是电荷最小单位，即电荷是量子化的．1901 年普朗克 (Max Planck) 研究辐射理论，导出黑体辐射公式，提出了光的量子化假说．1905 年爱因斯坦用光子理论成功地解释了光电效应实验现象，进一步证实了光能量量子化理论．

汤姆孙发现电子后，1903 年提出原子结构假说：他假设原子序数为 Z 的原子具有的正电荷 Ze，以均匀的密度分布在原子的球形体积之中．而 Z 个带负电荷 $(-e)$ 的电子，则分别埋置在连续分布着正电荷的原子体积之内，原子的总电荷为零．由于电子很轻，在受到扰动时，就会围绕平衡位置振荡，辐射电磁波．根据这种假定，他成功地算出原子半径为 10^{-8}cm，但这种模型和很多其它实验结果有矛盾．

1911 年英国科学家卢瑟福 (Lord Rutherford) 发现 α 粒子穿过物质薄层被散射时，存在着大角度散射的事例．这种事例不能用许多同方向小角度偏转的统计迭加来解释，但却说明原子中的正

电荷并不象汤姆孙所假设的均匀分布在整个原子（直径 10^{-8}cm）范围内，而是集中在一个很小的区域（直径 10^{-12}cm）之中. 这就是著名的卢瑟福原子图象：中心是一个电荷为 $+Ze$ 的原子核，周围有 Z 个电子（电荷为 $-e$），围绕原子核运动.

卢瑟福原子图象和经典电动力学理论之间存在着尖锐的矛盾. 根据经典电磁理论，由于电磁辐射，围绕原子核运动的电子不会有稳定的轨道，而应逐渐地接近原子核. 尼·波尔（N. Bohr）没有受传统观念的束缚，他认为经典理论不适用于微观体系，需要假设电子绕原子核旋转的原子系统只存在一些不连续的稳定状态. 处于这些稳定状态中转动的电子，虽然具有加速度但不会发生电磁辐射. 只有当原子体系由一个稳定的能量状态过渡到另一个稳定的能量状态时，才能辐射光子. 光子的能量等于两稳定状态的能量差. 在这一假定的基础上，玻尔在 1913 年提出了有名的氢原子结构理论. 后来，原子光谱学等实验结果以及 1925 年后发展起来的量子力学理论，都证实并发展了玻尔的原子模型. 从而破除了原子是“物质最终单元”，是“数学上的点”等形而上学的观点.

原子核是否依然具有结构呢？ 它是由什么组成的？ 1919 年卢瑟福使用放射性元素的 α 射线轰击靶核的方法，第一次获得了原子核的人工裂变，在氮核中打出最简单的原子核——氢核（即质子）. 这说明原子核还是复合系统. 如果原子核只是 Z 个质子组成的，那么它如何克服静电斥力，而保持自己的稳定性呢？1932 年查德威克（J. Chadwick）在人工核裂变实验中发现了中子. 同年苏联人伊凡宁柯（Иванеко）提出原子核是由数目几乎相等的质子和中子（统称为核子）组成的. 原子核内核子间的强相互作用抵销了质子间的库仑斥力，而使一些原子核保持相对稳定. 大部分原子核是不稳定的，会自发地进行 α、β 或 γ 衰变. 精确测定中子质量，说明中子重于质子，自由中子会衰变. 为了保持在这一衰变中能量守恒定律仍然成立，1931 年泡利（W. Pauli）提出了中微子假设：原子核的 β 衰变，是原子核内中子和质子之间的转化，同时

放出电子(或正电子)及反中微子(或中微子). 这是本世纪三十年代人们对原子核的理解. 当时人们对物质微观结构的认识，已经深入到分子、原子、原子核等层次，在这一基础上，人们进一步揭露物质的奥密，从而进入了粒子物理的领域.

第一章 粒子物理学概论

§1.1 粒子物理学的研究内容

1.1.1 粒子物理学的历史发展

十九世纪末到二十世纪初，人们在研究原子和原子核结构的过程中，发现了电子、光子、质子和中子等“基本”粒子，这一时期人们开始进入了物质的微观世界。到1930年前后，人们主要在原子和原子核物理的范围内认识物质的微观结构：原子是由原子核和一些轨道电子组成的，在电子能级跃迁过程中发射光子；原子核是由一些中子和质子组成的，在原子核β衰变过程中，中子变成质子，并发射电子和反中微子。如果基本粒子只限于组成原子及原子核的这些组份，也许就不必作为一个学科来专门研究了。问题是1932年发现了正电子以后，在宇宙线研究中又陆续发现了一系列介子和超子，特别是从五十年代以来建成了很多台高能加速器，随之又发现了更多的正、反粒子及共振态，这些都远远超出了原子及原子核物理的范围。如果从正电子的发现来标志粒子物理学作为独立学科的开始，那么这半个多世纪以来，粒子物理学始终作为物理科学的前沿，并一直向物质微观结构的更深处发展。

反粒子的理论预言是1930年狄拉克(P. A. M. Dirac)在相对论量子力学研究中提出来的。1932年安德森(C. D. Anderson)在利用云室进行宇宙线研究中发现了带正电荷的电子——正电子，第一次证实了狄拉克的理论。

1935年日本理论物理学家汤川秀树(H. Yukawa)为了解释核力的短程性，假设核子之间能够交换某种被称为介子的粒子，并估算出介子质量约为电子质量的二百多倍。次年安德森在宇宙线中，的确发现了一种质量为206倍电子质量的粒子。当时称之为

μ介子．长时间内人们认为它就是传递强作用的粒子．直到1948年英国物理学家鲍威尔(C. F. Powell)等用核乳胶方法，在高空中进行宇宙线实验，发现了真正的强作用传递者是质量为273倍电子质量的粒子，称之为π介子．

1950—1960年前后人们在继续进行宇宙线研究的同时，陆续建成了几台高能(3—30 GeV)加速器，发展了高能粒子探测技术，使亚原子粒子的研究工作加快了．十多年中相继发现了理论上曾预言过，或未曾预料到的多种新粒子，例如：1947年罗彻斯特(G. D. Rochester)等在宇宙线中意外地发现了K^0和Λ等奇异粒子，随之又有人发现了一系列超子($\Sigma^{\pm}$, Σ^0, Ξ^0, Ξ^-)和$K^{\pm}$介子．1955—1956年张伯伦(O. Chamberlain)等在美国伯克利实验室6.8 GeV质子同步加速器(Bevatron)上用电子学探测器发现了早已预言的反质子和反中子．此外，人们还陆续地发现了一大批寿命更短($\sim 10^{-22}$秒)的共振态，总计约二百多种．

在系统地研究这些粒子的性质和其间相互作用的基础上，人们发现这些粒子之间存在着某种内在联系．1960年前后理论物理学家总结了这些规律性，提出了粒子分类系统和超多重态理论，对强作用粒子进行了分类和解释．1964年盖尔曼(M. Gell-Mann)和兹韦(G. Zweig)又分别提出了强子结构的夸克(quark)模型，用三个具有分数电荷的基元(u, d, s夸克)，解释了当时已知的所有强子及共振态的构成．七十年代中期丁肇中，里克特(B. Richter)和莱德曼(L. M. Lederman)等人分别发现J/ψ粒子和Υ粒子，说明层子(夸克)的"味道"不只三种，目前已知的有六种．每种"味道"的层子还有三种"颜色"．这就预示了还有很多粒子家族有待于我们去发现、去探索．1979年以后，联邦德国2×19 GeV正负电子对撞机几个实验组都观察到传递强相互作用的媒介子——胶子(g)存在的迹象；1983年西欧中心2×270GeV正、反质子对撞机的实验组发现了传递弱相互作用的媒介子——中间玻色子($W^{\pm}$、Z^0)，更加加深了人们对粒子间相互作用机制的理解．目前人们认为六种层子(u, d, s, c, b, t)和六种轻子(e, ν_e, μ, ν_μ, τ及尚待

发现的 ν_τ）可能是更基本的物质单元．但是，从目前的实验资料中已经看到，在这十二种粒子的性质中，可能存在某些被称为“代”的规律性．是否这些粒子又可以分为三代？因而它们又是具有某种结构的复合粒子？这些都是当前科学所提出来的新问题．目前人们在筹建多 TeV 级的高能加速器，以便解决这些问题．

总之，五十多年以来，粒子物理学已经从“基本”粒子的发现，发展到对粒子，甚至对层子内部结构的研究，对物质微观结构的认识深入了两个层次．粒子物理学的发展表明，随着人们对物质微观结构认识的不断深化，人们可以更深刻地揭露物质结构的奥秘，掌握更基本的运动规律，并加以利用．近年来粒子物理学家已不局限于基础科学研究，与工、农、医及其它学科相结合的应用研究已经开始，特别是伴随高能电子同步加速器发展起来的同步辐射应用研究工作，已经形成了一门崭新的学科，它在物理、化学、生物、医学以及电子、材料、生命、能源、环境等近代科学和尖端技术领域中，都有着重要的应用价值．

应该指出，在粒子物理学的发展中，我国科学家曾经作出过自己的贡献．旧中国粒子物理学工作者多在海外进行实验工作．如赵忠尧教授 1930 年曾在美国 CIT 实验室中发现硬 γ 射线通过重物质时产生反常吸收和特殊辐射[12]．这实际上是正、负电子对的产生和湮灭现象．他的同事安德森为了弄清楚这种现象，曾利用云室观察到了正电子．

1937 年发现 μ 介子后，人们误解它就是汤川所预言的粒子．直到 1947 年才有人提出 μ 介子不是汤川粒子．1948 年中国物理学家张文裕教授发表了他在美国普林斯顿大学实验室积累的、用云室直接观测宇宙线中 μ 子和物质相互作用的实验结果，提出 $\mu^- + p \rightarrow n + \nu$ 的弱作用微观过程，确证 μ 子不参与强作用，而是弱作用粒子．并且还观察了原子核俘获负 μ 子后发射的低能光子能谱，据此推断负 μ 子在核外定态轨道上的运动和跃迁，从而在实验上发现了第一种奇特原子—— μ 子原子，开辟了奇特原子物理广阔的研究领域[13]．

1956—1965 年我国参加筹建了联合原子核研究所，十年中我国近百名科学工作者在苏联杜布纳(Дубна)进行了研究工作. 中国物理学家王淦昌教授领导的实验组建成 70 厘米丙烷汽泡室，并于 1960 年发现反西格玛负超子 ($\tilde{\Sigma}^-$)[14]，这是联合所 10GeV 质子同步稳相加速器建成后对粒子物理学的主要贡献. 此外中国高能实验工作者，利用这台加速器和电子学探测器或乳胶、泡室、火花室等探测设备，在高能 K^+，$\pi^\pm$，质子及中子核相互作用等方面取得了不少研究成果[15,16].

我国在粒子理论研究方面是有基础的. 1965 年前后，中国理论物理学家们提出的"层子模型"[17]，属于强子结构新领域的开创性工作，第一次比较系统地研究了强子结构及其和强子性质、强子转化过程之间的关系. 并指出，物质结构具有无穷层次，层子也只不过是其中一个层次，层子也具有内部结构，存在着比层子更深的物质结构组份.

历史经验证明，基础科学最前沿的突破，常常导致重大的技术革新，甚至技术革命. 三十年代原子核物理的研究开辟了原子能时代. 高能物理研究工作需要多方面的尖端技术，新型材料和高速、精密、灵敏、可靠的实验仪器设备.因此为了在我国建立尖端科学的实验基地，为了迎接新的工业革命打下基础，同时也为了作好技术储备，促进当前我国某些工业水平的提高，引进国外先进科学技术，在我国开展高能物理研究工作是具有深远意义的. 为了实现四个现代化，1973 年我国政府决定成立中国科学院高能物理研究所，筹建我国自己的高能加速器和高能物理实验基地. 1977 年以后陆续派出了多批人员，参加美国，德国和西欧中心高能物理实验和理论的第一线工作. 根据我国的经济基础，1981 年决定首先建立一台 2 × 2.2/2.8 GeV 正负电子对撞机，在新强子和新轻子领域，进行粒子物理实验研究，并利用电子储存环的同步辐射光，开展广阔的应用研究工作. 充分利用这台设备时，还可以开展中能核物理，核技术应用以及核医学等方面的工作. 预计近几年内，一座高能物理研究基地，将在我国自己的土地上成长壮大起来.

1.1.2 高能物理

电子、质子和中子等粒子是人们研究低能（MeV 量级）现象时发现的．但进一步研究它们，特别是在研究介子，超子和共振态等其它粒子时，常常需要利用宇宙线或加速器等提供的高能粒子束进行实验工作．为什么研究粒子需要高能条件，而且要求能量愈来愈高呢？这是因为研究愈"深"层次的物质结构需要愈"细"的探针．质子、中子的直径在 1 费米（$=10^{-13}$ 厘米）以下，电子的直径小于 2×10^{-16} 厘米．根据量子力学原理，动量为 p 的粒子其约化德布罗意 (de Broglie) 波长为

$$\lambda\!\!\!^{-}=\frac{\hbar}{p},\tag{1.1}$$

其中

$$\hbar=\frac{h}{2\pi}=1.0546\times10^{-27}\text{ 尔格·秒}=6.5822\times10^{-22}\text{MeV·秒}.$$

动量为 1GeV/c（$=10^9$ 电子伏/光速）的粒子波长约为 2×10^{-14}cm．研究 $d=10^{-14}$cm 以下的物质结构问题，就需要粒子间的有效作用能量在若干 GeV 以上．即要求

$$\lambda\!\!\!^{-}<d,\qquad p>\frac{\hbar}{d}.\tag{1.2}$$

另一方面，除光子、电子、中微子和质子等少数几种粒子以外，其余大多数粒子都是不稳定的．自由中子的平均寿命比较长，约 15 分钟．其它各种粒子寿命大多在 10^{-6}—10^{-16} 秒范围内．共振态粒子寿命短到 10^{-24} 秒．因此粒子物理研究对象的绝大部分，即使存在也一瞬即逝．要研究这些粒子，首先需要找到或产生它们，并立即进行实验测量．宇宙线中存在的各种粒子，大多是由高能量初级宇宙射线粒子与大气层中原子核碰撞产生的，但却为数很少．目前主要靠高能加速器提供的高能质子或电子束，或靠它们与靶核碰撞产生的各种次级带电或中性粒子束进行实验工作．用质子加速器产生 π 介子的阈能约为 300MeV，产生 K^+ 介子的阈能

约为 1.6 GeV. 目前已建成的质子同步加速器能量高达 1000 GeV，加速环直径两公里多. 为了研究更高能区的现象. 或寻找一些新粒子，人们在设计更高能量的加速器或对撞机.

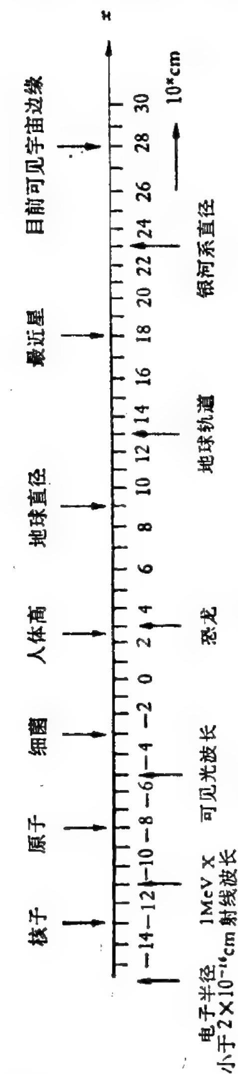


图 1.1 目前人们对宇宙大小两方面认识的限度 (10^xcm)

有趣的是，在我们向微观世界小的方向深入探索的同时，向宏观世界，大的方向进行探索的天体物理学中，发现了一系列新现象，需要用粒子物理学的理论解释. 在遥远的宇宙中也存在着重要的粒子演化过程，那里也能提供研究粒子物理有关的现象和实验数据. 高能天体物理学的发展开辟了研究粒子物理学的另一阵地. 这一事实再次证明，宇宙大、小两个方面看来都是无限的（图 1.1），也是统一的.

随着粒子物理学向高能领域的发展，高能加速器、高能粒子探测技术、宇宙线高能物理、高能原子核物理以及高能天体物理学等各方面，都在迅速发展着，形成了一个新的前沿学科——高能物理学. 其主要内容则是在高能条件下研究粒子的性质、结构及粒子间的相互作用等运动规律，目前它正在以研究层子、轻子等问题为核心，向纵深发展，提出了很多问题，如：层子到底有多少种？实验上能否找到自由状态的层子？能否找到带有新发现的各种层子的新强子家族？是否存在重轻子家族？以及层子、轻子是否仍然是有结构的等等. 在研究粒子物理学的同时，它的某些成果和所带来的一系列尖端技术，对促进诸如固体物理、生

物、医学、空间科学、环境保护以及天体演化等方面科学的发展也开始发挥了作用. 我们相信，粒子物理学的深入研究和高能物理实验技术的发展、必将把社会的生产实践和科学实验推进到一个新的阶段.

1.1.3 粒子理论

在高能情况下研究粒子间的相互作用过程时，粒子的速度接近光速，经常会发生粒子的产生、湮灭等相互转化现象，伴随着有静止质量的变化. 这类高速微观现象不能用海森堡和薛定谔的量子力学处理，需要建立新的物理理论. 我们知道，十九世纪前后，在生产实践和科学实验基础上发展起来的牛顿力学，电磁学等经典物理学理论，成功地解释了低速宏观领域的问题. 高速运动物理现象的研究，产生了狭义相对论. 相对论性古典理论在高速宏观物理现象范围内起着普遍作用. 对于微观现象的研究从十九世纪末已经开始，通过电子、原子和原子核等微观粒子的波粒二重性等问题的研究，发现了很多不同于宏观世界的新现象. 1925 年后发展起来的量子力学理论，成功地解释了低速微观领域的问题. 但高速微观现象则不能用量子力学处理，这一点是明显的. 例如，在量子力学中用波函数 $\psi(x, t)$ 描写一个粒子，波函数的归一化条件是

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t)\psi(x, t)d^3x = 1. \qquad (1.3)$$

就是说在任何确定的时刻，在整个空间范围内，这个粒子存在的几率总是 1. 即粒子数目不会变化，既不会消失，也不会产生. 量子力学无法解释粒子物理中经常遇到的粒子转化问题，必须建立既能反映微观客体波动、粒子的两重性，又能反映高速微观现象的特点——洛伦兹不变性的新理论，在这方面迈进的第一步就是量子场论的建立. 量子场论认为，对应不同粒子有不同的场，就和光子是电磁场的量子一样. 电子、π 介子和 K 介子、核子等都是其相应场的量子，或场的激发态. 场的激发反映粒子的产生，退激发时粒

子消失．由于粒子之间可以互相转化，因此有人企图用一种基本场统一反映各种粒子的现象，称为统一量子场论．目前，电磁相互作用已经有了较好的理论——量子电动力学（QED），能够成功地解释微观高速电磁现象，如带电粒子与光子间相互作用等有关问题．在其它方面，场论还存在着很多困难，例如各种场论都存在着发散困难，处理强作用问题不能用微扰论方法等等．但近年来，粒子间相互作用的理论研究已有不少进展．格拉肖-温伯格-萨拉姆（S. L. Glashow-S. Weinberg-A. Salam）的弱、电作用统一理论得到实验的支持，说明人们对相互作用的认识深入了一大步，也促进了人们进一步对弱、电及强相互作用大统一理论（GUT）的探索．量子色动力学（QCD）理论的初步成功，可能为理解强相互作用找到方向．和光子传递电磁作用相似，理论上认为弱作用和强作用是分别由中间玻色子（$W^{\pm}$, Z^{0}）和胶子（g）传递的．1979 年在西德 DESY 实验室 PETRA 正负电子对撞机上，几组实验都观察到了胶子存在的迹象，1983 年初西欧中心相继宣布发现带电及中性中间玻色子（$W^{\pm}$, Z^{0}），这就从实验上支持了上述理论．

在努力探索高速微观粒子动力学的根本运动规律的同时，人们也在不断地总结实验现象和大量的实验数据资料，从中寻找现象间的内在联系和实验规律性．例如，已提出的粒子分类系统，强子结构模型和一些守恒定律，或守恒定律的破坏等，这些都属于粒子物理学的“唯象性”理论．这些理论常常能够在一定范围内和一定程度上解释实验事实，或预言某些实验现象．

在高能粒子物理领域内，除了在宏观和低速范围内总结出来的一些普适性的守恒定律，如能量，动量和角动量等守恒定律仍然严格遵守外，还发现了另外一系列宏观物理中没有研究过的守恒定律，如同位旋，宇称守恒定律等．理论上可以证明，经典物理和量子物理中存在的各种守恒定律，都是自然界存在着某些种对称性或不变性的表现．不变性的意思是，在某些情况发生变化的条件下，物理定律的形式仍然保持不变．例如，在空间平移中，物理定律的不变性（在中国作实验和在外国作实验的结果应该是相同

的)导致动量守恒定律．在时间移动中物理定律的不变性(今年进行实验和去年进行实验其结果应是相同的) 导致能量守恒定律．同样，高能领域内讨论的另一些守恒定律也是自然界某些对称性的表现．粒子物理中很大一部分工作是研究这些对称性或对称性的破坏，例如研究空间反演不变性，空间转动不变性，强作用的电荷无关性，电荷共轭和时间反演不变性以及它们的破坏等等．

根据实验现象总结出来的唯象理论或规律性，虽然还未能从根本上解决微观粒子高速运动的运动规律问题，未能具体给出粒子间相互作用的哈密顿量，并解出粒子运动的动力学方程，但人们却可以根据这些唯象理论解释很多实验事实，并能预示一些新现象，新粒子的存在，指出实验工作的方向．也可以根据这些唯象理论推导出一些结论(例如，存在某种未知的粒子，或相互作用截面比、角分布、衰变寿命、分支比等)，和实验结果进行比较． 在这方面，实验和理论工作密切结合，互相促进，可以为从根本上解决粒子物理理论问题创造条件．

§1.2　高能物理实验手段

进行高能物理实验，常需要有高能粒子进行碰撞，研究粒子的产生、衰变、湮灭等转化现象．这些高能粒子通常是由宇宙线或高能加速器提供的． 高能粒子探测器则用来探测这些粒子，或由它们之间碰撞所产生的次级粒子，以研究它们的性质和相互作用．因此宇宙线或高能加速器和粒子探测器是进行高能物理研究工作必不可少的实验手段．这里我们扼要地介绍一些这几个方面的基本知识．详细内容可在有关专门的著作中查阅．

1.2.1　宇宙线

在高能加速器建立之前，宇宙线是高能粒子的唯一来源． 粒子物理学的很多基础知识是从宇宙线的研究中得到的．宇宙线中存在着极高能量 (达 10^{21}eV) 的粒子，目前加速器提供的高能质

子束能量只能达到约 10^{12} eV，因此，高于加速器能区的粒子物理实验工作，仍然靠宇宙线来做．由于高能粒子在宇宙线中为数不多，实验很难做，实验多属于探索性的．

当初级宇宙线高能粒子穿入大气层时，和空气中的氧、氮等原子核相互作用而损失能量，逐渐被吸收，同时在此过程中产生大量的次级粒子，形成巨大的簇射，其中可以包括多达 10^9 个次级粒子，复盖数平方公里面积．为观察这类事例，就必须在大面积内布下计数器阵列，测量所有簇射粒子到达的位置和时间，以确定初级宇宙线高能粒子的位置和能量．

初级宇宙线中有质子，α 粒子和少数更重的原子核．初级宇宙线中的质子能谱近似地可用下面的经验公式表示：

$$N(T) = \frac{A}{(T + 5.3)^{1.75}}, \tag{1.4}$$

式中，T：以 GeV 为单位的质子动能

$N(T)$：动能大于 T 的质子数

A：常数

大气层中次级宇宙线粒子，包括质子，$\pi^{\pm}$ 介子，$\mu^{\pm}$ 介子，电子与光子．随大气层深度不同，各种粒子的比例也不同．次级粒子的总数随高度降低（深度加大）而迅速下降．图 1.2 绘出了某地区内宇宙线中不同组分的强度随高度的变化曲线．

由图1.2 可以看到，利用宇宙线作实验的一个最大困难是高能粒子束流强度太弱，比加速器高能粒子束（强度可达 10^{14} 质子/脉冲）弱得多．因此，目前主要在加速器还不能达到的超高能（10^{13}—10^{21} eV）区，依靠宇宙线中超高能粒子进行一些开拓性的研究工作．另外，在利用加速器进行粒子物理实验，研究一些稀有事例（如中微子反应等）时，作为本底，也需要考虑宇宙线的影响．

1.2.2 高能加速器

高能加速器按其加速的粒子，常可分为质子加速器和电子加速器两类．另外世界上有两台高能质子加速器（约 10GeV），目前

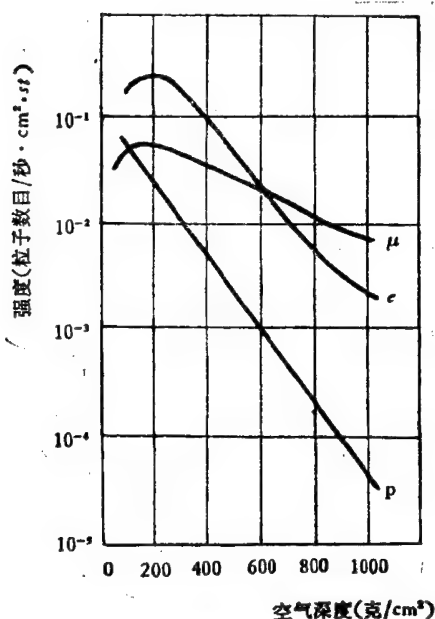


图 1.2 宇宙线粒子流强度随高度的变化曲线(粗略值)
e: 能量在 10 MeV 以上的正、负电子; μ: 所有能量的 μ 子; p: 动量大于 400 MeV 的质子

已改为加速重离子用. 近年来发展了对撞机技术,目前已有电子-正电子,电子-电子,质子-反质子,质子-质子等类型的对撞机投入使用,计划中还将建造电子-质子对撞机等类型的加速器.

将带电粒子由低能加速到高能区往往需要一组低、中、高能加速器的集合. 因此要了解高能加速器的工作过程,需要对各种类型的加速器工作原理有一个系统的了解.

带电粒子加速器的基本原理大都是利用在电场 $\boldsymbol{E}$ 中,一个带电荷 e 的粒子受到电场作用力 $\boldsymbol{F}=e\boldsymbol{E}$ 而被加速的. 所用电场可能是静电场或交变高频电场. 为了使带电粒子在一个环形轨道上重复多次加速,常需要磁场 $\boldsymbol{H}$ 给运动的带电粒子提供洛伦兹力 $\boldsymbol{F}=\frac{1}{C}e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H}$, 偏转其运动方向. 目前常使用超导磁铁,代替

常规磁铁提供更强的磁场，以减少加速器的体积. 为了避免加速粒子和空气中分子碰撞而连续地损失能量，加速系统应放在真空室中. 因此，磁铁、低温、超导、高频、真空、高压以及离子源，电子光学、计算机、自动控制技术和各种特殊性能的合金，绝缘材料等尖端科学技术，在加速器建设中都是需要的. 半个世纪以来，人们研制出各种类型的加速器，不断提高加速粒子能量. 例如，高压倍加器约可将质子加速到 1MeV 以下，静电加速器可将质子加速到 10MeV 以下. 如果在静电加速器钢桶中加高压气体，例如: 加 15 个大气压的氮和二氧化碳气体，可以得到约 12MeV 的质子束. 串列式静电加速器先加速 H^- 离子，到加速器中部(正高压端)，H^-离子经过一个薄膜，将所带的两个电子剥去，余下的质子继续向前加速打靶，所以能得到一般静电加速器两倍的能量(～30—40MeV)，而且能量稳定性很好 ($\Delta E \approx \pm 10$keV)，准直性也好，流强可达 ～100μA. 迴旋加速器能把质子加速到几百 MeV. 同步加速器则可将质子加速到 TeV 以上的能量. 电子迴旋加速器，由于辐射效应，目前能量限制在几十 GeV 量级. 现简要介绍几种常用加速器的基本原理和结构.

（一）直线加速器

图 1.3 中给出了直线加速器的原理图.

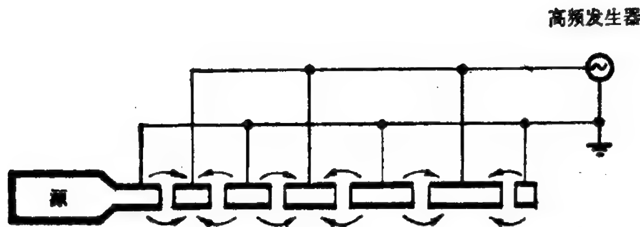


图 1.3 直线加速器原理图. 在漂移管之间的间隙处，箭头表示一定时间下电场的方向

把一些圆形筒接到高频振荡器上，具体接法是使相邻的两个圆筒极性相反. 圆筒内部没有电场. 在缝隙处，电场方向随振荡

器高频改变．粒子束流沿中心轴注人，设想束团通过第一个间隙时，恰好在该点电场处于加速方向，而且高频电压为极大值 V_0．第二个圆筒长度选为 $L_1=\frac{1}{2}V_1T$，其中 V_1 为经过第一次加速后粒子的速度，T 为振荡器的周期．这样，当粒子到达第二个间隙时，电场已经变号，而且高频电压又正好处在极大值 V_0 处，带电粒子又经过一次加速．两次加速使粒子共获得能量 2eV．如此继续，随着粒子速度的加大，各圆筒长度依次加长．如果是电子直线加速器，因电子速度极快，几乎接近光速 c，所以当 L 变为 $\frac{1}{2}cT$ 后，即不再改变．

除了利用这种漂移管的方法进行加速外，还可以利用电磁场在加速腔内传播的方法进行粒子加速．不论哪种加速方式，都需要用大功率的射频电源．目前最大的质子直线加速器的能量可以达到 800MeV，束流 1mA．最大的电子直线加速器是在美国加州斯坦福直线加速器中心 (SLAC)，其能量达到 22GeV，长度达 3 公里．如果建造一台 500GeV 的电子直线加速器，长度约需 75 公里，技术复杂，功率消耗极大，经济上是很不现实的．

（二）质子同步加速器

圆形加速器的发展是劳伦斯(E. O. Lawrence)在 1930 年提出迴旋加速器时开始的．其基本原理是：质量为 m，电荷为 e 的粒子，在恒定均匀横向磁场中运动时，如粒子速度 $\boldsymbol{v}$ 垂直于磁场方向，则粒子受洛伦兹力(用 CGS 制时，$\boldsymbol{F}=\frac{1}{c}e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{H}$) 作用，作等速圆周运动．其半径可由下式算出

$$\frac{1}{c}evH=\frac{mv^2}{R},$$

$$R=\frac{mvc}{eH}. \tag{1.5}$$

由(1.5)式可见，粒子轨道半径与速度成正比．即带电粒子速度较小时，它将转小圈，速度较大时它将转大圈．但每转一圈所需

时间，即周期 T，都是相同的

$$T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi mc}{eH}. \tag{1.6}$$

迴旋加速器磁铁的圆形磁极提供均匀磁场 $\boldsymbol{H}$，在磁场中放入两个D形盒(图 1.4)，在带电粒子通过其缝隙时，被高频电场加速，使能量提高，圆周半径加大．因此带电粒子在迴旋加速器中的运动轨迹是逐渐扩大的螺旋线，一直加速到圆形磁铁的边缘R处，这时粒子的动能T达到极大值

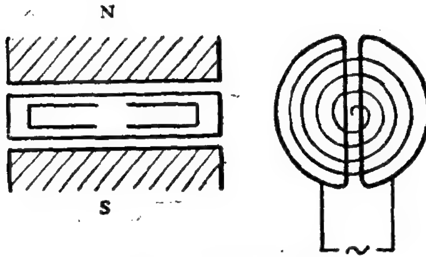


图 1.4 迴旋加速器原理图

$$T=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{eH}{mc}\right)^2R^2. \tag{1.7}$$

在粒子能量提高，速度加大，相对论效应出现后，粒子的质量 m 将随其速度 $\left(\beta=\frac{v}{c}\right)$ 加大而增大

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{1.8}$$

这时粒子运动的周期将加长．在粒子到达加速缝隙处时，高频电压的峰值已经过去，粒子得不到最大加速，甚至会落后到反向电压时穿过缝隙而受到减速．因此利用迴旋加速器加速质子时，只能加速到约 25MeV 以下．

为了克服这一限制，1945 年苏联物理学家威克斯勒 (B. И. Векслер) 和英国科学家麦克米仑(E. M. McMillan) 先后提出了同步加速器原理．图 1.5 就给出了同步加速器的示意图．前级加速器将带电粒子加速到能量 E_i 以后，注入到同步加速器加速环中．偶极磁铁的磁场 H，驱使带电粒子兜圈，其曲率半径 ρ 为

$$\rho=\frac{mv^2}{F}=\frac{pvc}{evH}=\frac{pc}{eH}. \tag{1.9}$$

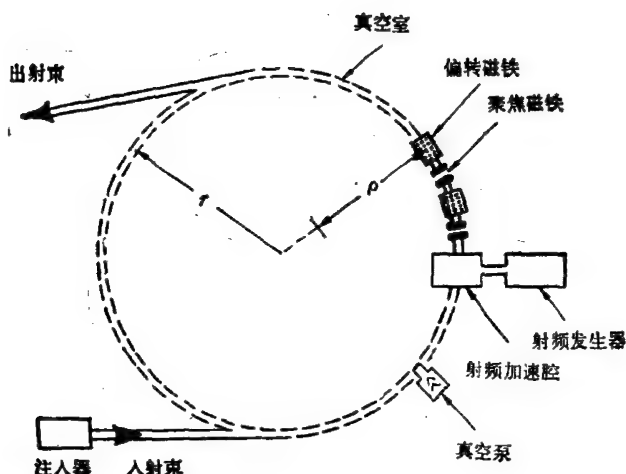


图 1.5　同步加速器原理图

四极磁铁起聚焦作用．粒子经过射频腔(射频的圆频率为 ω)时被加速．在偏转磁铁区，粒子轨迹为圆弧形，在其它区(如加速腔，聚焦单元等)粒子的轨迹为直线段，因此加速环的平均半径 R 比偏转曲率半径 ρ 要大．

刚注入到同步加速器中的粒子能量为 E_i，动量为 p_i ($p_i^2c^2 = E_i^2 - m^2c^4$)，未经射频加速时，粒子将以速度 v_i 在环内兜圈子，周期 T_i 为

$$T_i = \frac{2\pi R}{v_i} = \frac{2\pi R E_i}{p_i c^2}. \tag{1.10}$$

$$\left(\because \beta = \frac{v}{c} = \frac{pc}{E}\right)$$

相应的圆频率 Ω_i 为

$$\Omega_i = \frac{2\pi}{T_i} = \frac{p_i c^2}{R E_i}. \tag{1.11}$$

此时为维持粒子在环内兜圈子所需偏转磁场 H_i 为

$$H_i = \frac{p_i c}{e\rho}. \tag{1.12}$$

加上射频功率后情况就不同了．首先为保证兜圈子的粒子适时地得到加速，射频圆频率 ω 必须是 Ω 的整数 (K) 倍． 由公式 (1.11) 可知，射频频率 ω 必须随粒子速度的增加而增加． 磁场 H 也相应随之增加到相应的值，保持粒子轨迹的曲率半径不变（见 1.9 式），直到粒子达到相对论速度，即 $pc \to E$．

$$\omega = K\Omega = \frac{Kc}{R}\frac{pc}{E} \to \frac{Kc}{R}, \tag{1.13}$$

$$H = \frac{pc}{e\rho}. \tag{1.9'}$$

在上述两条件同时得到满足时，粒子将按下列程序得到加速：$t = 0$ 时注入一束能量为 E_i 的粒子，磁场和射频频率依公式 (1.9′) 和 (1.13) 的关系，从初始的 ω_i、H_i 增加到末态的 ω_f、H_f，粒子能量也就从 E_i 增加到 E_f，这一过程所需时间和机器大小有关．大机器一般约用 1 秒．在这期间将一个脉冲束团(约 2 微秒宽)加速到最高能量，然后设法将此束粒子引出．由于粒子束始终在一个固定的半径 R 上兜圈子，因此只需要作一个环形的真空盒． 这就降低了对磁场和电磁铁体积的要求．

加速器磁铁不仅用于偏转粒子，使之在圆形轨道上运动，而且还需将粒子束不断聚焦． 故在设计磁极的形状时，使它产生的磁场在垂直和水平方向上都有梯度． 选用小梯度时，束流的横截面较大(约几厘米)，这就需要有较大的真空室和磁铁． 1950 年有人提出强聚焦原理，使用大的磁场梯度，由一个磁铁段到另一个磁铁段磁场梯度的符号交替变化．这样粒子束也交替的一会在水平方向聚焦，垂直方向散焦；一会反过来在水平方向散焦，在垂直方向聚焦，最后在水平和垂直方向都得到聚焦的结果． 这一点和几何光学中利用凸透镜和凹透镜组成的透镜组，对光线进行聚焦、散焦折射后，最后得到聚焦的结果是一样的．在强聚焦条件下，束流截面大大缩小(约几毫米)． 真空室及磁铁体积都可大大地缩小，因而节省了建设投资．

公式 (1.13) 和 (1.9′) 表明，要求一个同步加速环完成由低能

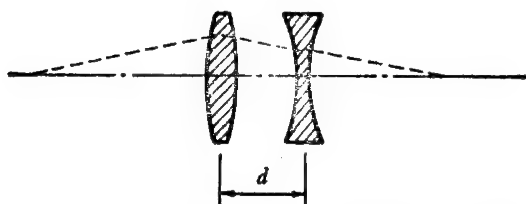


图 1.6 相同焦距 f 的两个聚焦和散焦透镜组合，其结果总是聚焦的，$f_{总} = f^2/d$

量到高能量全能区的加速是不行的，因为射频频率和磁场强度的变化范围不能太大，需要分级进行．例如美国费米加速器实验室(FNAL)原来的 500 GeV 环形加速器就包括以下几级：高压倍加器把质子加速到 750keV，质子直线加速器继续将质子加速到 200 MeV，再用增强器收集直线加速器来的粒子，并把它加速到 8 GeV，最后注入到主加速环中去，将质子加速到 500 GeV（目前改用超导磁铁，已加速到 1000 GeV.）．主环直径 2 公里多．整个加速器系统规模是很大的．

西欧中心(CERN) 28 GeV．质子同步加速器(PS)中，质子每转一圈，高频加速电场提高粒子能量约 100 keV．故加速到 28GeV 约需转 3×10^5 圈．PS 加速器主环直径约 200 米，包括 240 块磁铁．一个循环结束时，一束质子(约 10^{12} 质子)将达到最高能量．束流被引出后可以进行实验，或再注入到后一个 400 GeV 的质子同步加速大环(SPS)，得到更高能量的质子束，然后再打靶进行实验．

（三）对撞机

相对论粒子运动学计算表明，实验室系中能量为 E 的高能粒子打静止靶时，质心系相互作用有效能量 E^* 与 $\sqrt{E}$ 成正比，相当大的另一部分能量变成质心移动的动能，而与粒子间的相互作用无关．1956 年有人提出用对撞束作实验可以有效地利用能量的建议．例如，两束 21.6 GeV 质子束对撞，其相互作用有效能量($E^* = 2E = 43.2$ GeV)，相当一台 1000 GeV 质子同步加速器所

能提供的质子-质子作用有效能量. 为了获得更多的作用事例，对撞束流强度需要比一般加速器强得多. 由于强聚焦和高真空等技术的发展，近年来已经建成不少对撞机，并相继投入实验工作.

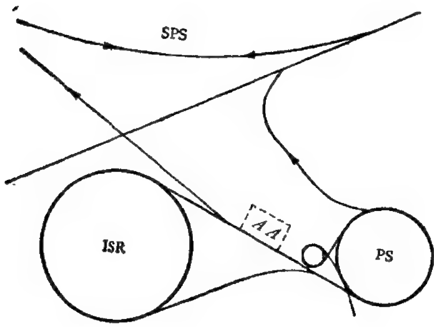


图 1.7 西欧中心 28GeV 的质子同步加速器(PS)和交叉储存环(ISR)的布局图. AA 为反质子积累环. SPS 原为超级质子同步加速器，后改为 $p\bar{p}$ 对撞机.

对撞束对撞时每秒产生的相互作用事例数 N，除了和束流强度有关外，还和束流聚焦及对准等因素有关，用亮度 L 来反映这些因素的总效果，其定义是

$$N = L\sigma, \quad (1.14)$$

其中 σ 为某相互作用过程的截面，N 为此过程的事例率.

图 1.7 中给出西欧中心交叉储存环 (ISR) 2 × 28GeV 质子对撞机示意图. 环形加速器 (PS) 将 28 GeV 质子束沿切线方向送入“调度站”，经偏转磁铁把质子脉冲交替送入两股“叉道”，质子脉冲依次注入，在环中累积起来，每边大约接收 400 个脉冲，相应质子流强约 20 A. 这两束 28 GeV 的质子束在几个交叉点上发生对撞，最大的质心系能量为 $E^* = 56$GeV 而一般打静止靶的质子加速器，要求获得这么大的质心能量，就必须加速到实验室系统中质子能量 1700 GeV.

1982 年西欧中心已将 400 GeV 的质子同步加速器 (SPS) 改建成为质子、反质子对撞机，相互作用有效能量为 2 × 270 GeV，是当前世界上能量最大的对撞机(图 1.8).

(四) 电子同步加速器

在原则上电子、质子同步加速器是一样的. 由于电子轻，经常是接近光速的相对论性粒子. 因而电子加速器高频电场的频率可

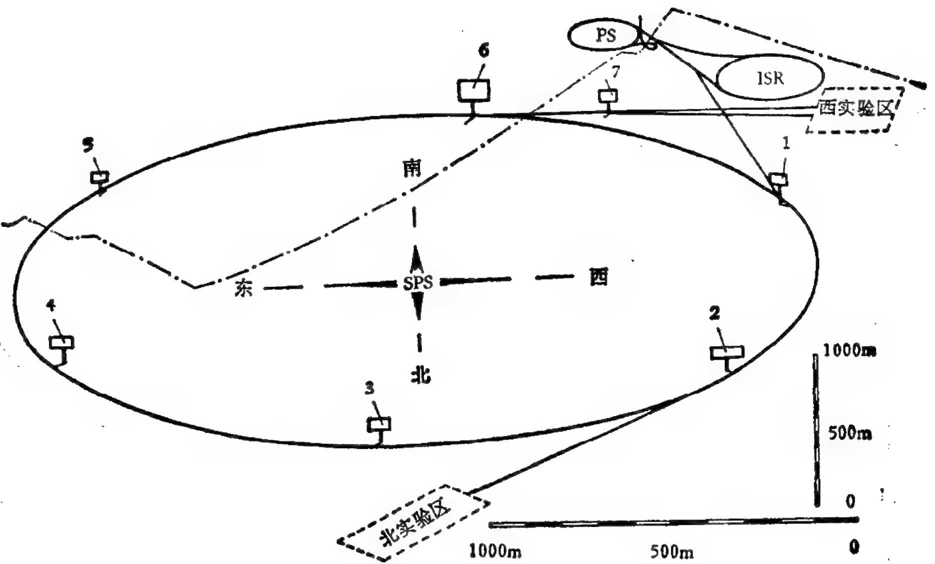


图 1.8 西欧中心 2×270GeV 质子、反质子对撞机（SPS）布局图

以不随粒子能量变化．只要改变磁场强度，使电子束在加速过程中经常保持在固定的圆轨道上即可．

电子加速器的主要特点是，由于电子质量小，在加速过程中能量辐射损失很大．电子同步加速器和电子迴旋加速器一样，本身是一个强辐射源．由经典电动力学知道，任何一个带电荷 e 的粒子，被约束在半径为 R 的环形轨道上以速度 $v=\beta c$ 运动时，由于具有连续的向心加速度，必定有辐射产生．电动力学计算表明其辐射功率为

$$P_a=\frac{2e^2c}{3R^2}\frac{\beta^4}{(1-\beta^2)^2}. \tag{1.15}$$

对于相对论性粒子 $\beta\to 1$，由公式

$$\gamma=\frac{E}{m_ec^2}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$P_a\doteq\frac{2e^2c}{3R^2}\gamma^4=\frac{2e^2c}{3R^2}\left(\frac{E}{m_ec^2}\right)^4. \tag{1.16}$$

粒子转一周所需时间为

$$T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi RE}{pc^2}.$$

在一周中总的辐射损失是

$$-\delta E=P_aT\simeq\frac{4\pi e^2}{3R}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^4, \tag{1.17}$$

即 δE 与 m^4 成反比．在其它条件相同时，电子与质子同步加速器辐射能量损失之比为

$$\frac{\delta E(e^-)}{\delta E(p)}=\left(\frac{m_p}{m_e}\right)^4\simeq 10^{13}.$$

电子同步加速器辐射损失巨大，这在加速器设计时需要特殊考虑．但另一方面，电子同步加速器辐射出来的光子，称为同步辐射，在目前也有很多用途．电子同步加速器或电子储存环可以同时作为一个强辐射光源，可用于许多方面的研究工作，近十多年来这方面已有很大发展．在本书下册中将进行介绍．

表 1.1—1.3 及图 1.9 中给出了目前世界上高能加速器的概

况. 除了表中所列的已经建成的，及正在设计建造的加速器之外，目前世界上酝酿中的未来加速器尚有：西欧中心的 LHC，是 pp 及 $p\bar{p}$ 对撞机，能量约为 $2\times(5-10)$TeV；美国的 SSC，是 pp 对撞机，能量为 2×20 TeV. 苏联的 UNK，pp 对撞机，能量为 2×3TeV. 日本也在考虑建 pp 对撞机，能量 $\sim 2\times 20$TeV. 这些加速器的规模都很大，例如，如使用超导磁铁，SSC 的设计周长约达 90 公里. 要求亮度达到 1×10^{33} 厘米$^{-2}$秒$^{-1}$，投资约需 30 亿美元.

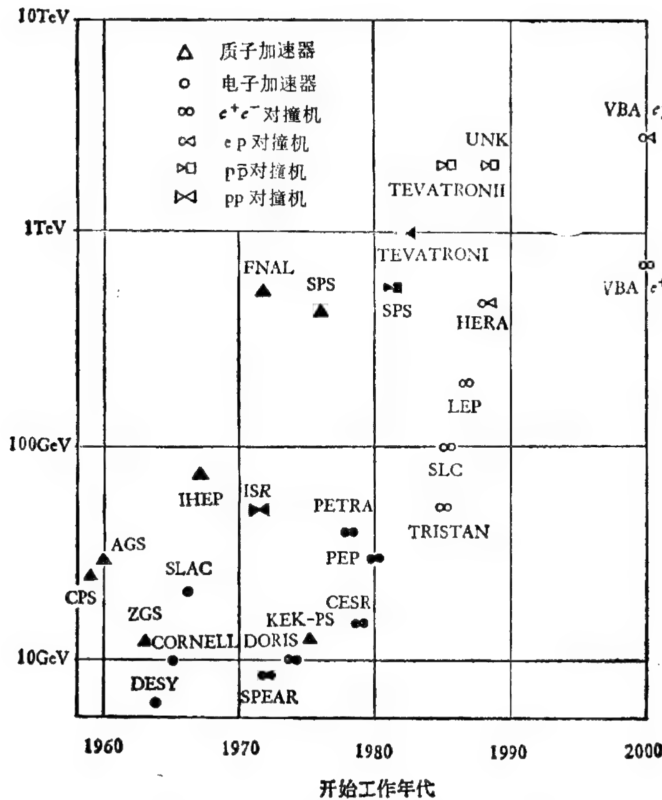


图1.9 世界上建成(实符号)和计划建造(空白符号)的加速器. 所标能量对静止靶加速器指束流能量，对撞机指质心系中对撞束总能量

表 1.1　世界上高能质子加速器

国家	实验室	代号	完成时间	能量 (GeV)	流强 (P/脉冲)	聚焦	平均直径 (米)	循环周期 (秒)	备　注
美国	BNL	Cosmotron	1952	3	5×10^{11}	弱		3	停
法国	Saclay		1958	3	2.4×10^{12}	弱	33.6	2	加速极化质子
美国	Princeton		1963	3	10^{11}	弱		3	
美国	LBL	Bevatron	1954	6.8	3×10^{12}	弱	30	3	改加速重离子
英国	Rutherford		1963	7.8	1.4×10^{12}	弱		2	1979 停
苏联	JINR		1957	10	10^{10}	弱	70	12	改加速重离子
苏联	ITEP	U-10	1961	10	7×10^{11}	强	80	2—3	
日本	KEK	KEKPS	1975	12	2.8×10^{12}	强	108	2	
美国	ANL	ZGS	1963	12.5	10^{13}	边缘聚焦	54.7	4	1979 停
欧洲	CERN	PS	1959	28	1.8×10^{13}	强	200	2	
美国	BNL	AGS	1960	33	10^{13}	强	256.9	1.25	
苏联	Serpukhov		1967	76	5.3×10^{12}	强	472	8	准备加 1.5GeV 增强器
欧洲	CERN	SPS	1976	400	2.5×10^{12}	强	1.9×10^{3}	10	0.8GeV 增强器
美国	FNAL		1972	1000	2×10^{13}	强	2×10^{3}	10	8GeV 增强器
欧洲	CERN	AA	1980	2.7	$6\times10^{11}\bar{p}$		50		反质子积累环
苏联	Serpukhov	UNK	(1992)	3000		强	6.6×10^{3}		计划中

表 1.2　世界上主要高能电子(直线或同步)加速器

国家	实验室	类型	建成时间	最高能量 (GeV)	流　　强	长度或平均直径 (米)	每秒脉冲次数
法国	Orsay	直线	1959	2.3	15—22.5μA	230	
日本	KEK	直线	1981	2.5	0.25μA	320	
美国	SLAC	直线	1966	24	48μA	3050	
日本		同步	1961	1.3	$1\times10^{11}e^-$/脉冲	ϕ11.06	21.5
苏联	TOMSK	同步	1965	1.3	$5\times10^{10}e^-$/脉冲	ϕ10.47	5
联邦德国	Born	同步	1967	2.5	$8\times10^{10}e^-$/脉冲	ϕ22.15	50
苏联	Yoreran	同步	1967	6.1	$7\times10^{10}e^-$/脉冲	ϕ68.98	50
联邦德国		同步	1964	7.5	$2.5\times10^{9}e^-$/脉冲 $4\times10^{9}e^+$/脉冲	ϕ100.84	50
美国	Cornell	同步	1967	12	$3\times10^{10}e^-$/脉冲	ϕ240	60

表 1.3 世界上主要的高能对撞机

国家	实验室	代号	建成时间	碰撞束类型	对撞能量 (GeV)	亮度 (cm^{-2}秒$^{-1}$)	机器周长 (米)	束流寿命
苏联	NOVOSIBIRSK	VEPP-2M	1974	e^--e^+	2×0.7	3×10^{30}	18	~10 分
意大利	FRASCATI	ADONE	1969	e^--e^+	2×1.5	6×10^{29}	125	10 小时
法国	Orsay	DCI	1976	e^--e^+	2×1.85	1.4×10^{30}	94.6	20 小时
美国	SLAC	SPEAR	1972	e^--e^+	2×4.2	1×10^{31}	234	20 小时
联邦德国	DESY	DORIS	1973	e^--e^+	2×5.1	3×10^{30}	288	8 小时
苏联	NOVOSIBIRSK	VEPP-4	1979	e^--e^+	2×7	5×10^{28}	3662	3 小时
美国	Cornell	CESR	1979	e^--e^+	2×8	3×10^{30}	762	4 小时
美国	SLAC	PEP	1980	e^--e^+	2×18	5×10^{31}	2200	6 小时
联邦德国	DESY	PETRA	1978	e^--e^+	2×19	5×10^{30}	2304	10 小时
欧洲	CERN	ISR	1971	$p-p$	2×28	3.1×10^{31}	9426	~350 天(已关闭)
欧洲	CERN	SPS-$p\bar{p}$	1982	$p-\bar{p}$	2×270	1×10^{30}	6×10^3	
美国	FNAL	Tevatron	(1986)	$p-\bar{p}$	2×1000	1×10^{30}	6.3×10^3	
中国	高能所	BEPC	(1988)	e^--e^+	2×(2.2—2.8)	1×10^{31}	240.4	6.5 小时
日本	KEK	Tristan	(1986)	e^--e^+	2×(8—30)	1.5×10^{31}	2.2×10^3	
欧洲	CERN	LEP	(1988)	e^--e^+	2×(50—120)	1×10^{31}	27×10^3	
美国	SLAC	SLC	(1986)	e^--e^+	2×50		直线长度 3×10^3	
联邦德国	DESY	HERA	(1990)	e^--p	$30(e^-)+820(p)$	10^{31-32}	6.5×10^3	



图 1.10 西欧中心同步回旋加速器 (SC), 1957 年建成,加速质子达 600 MeV



图 1.11 西欧中心质子同步加速器 (PS)，1959 年建成，加速质子达 28 GeV



图 1.12　西欧中心交叉储存环加速器 (ISR)，1971 年建成，pp 对撞，2×28 GeV

下面还给出西欧中心(CERN)已建成的几台加速器及有关实验室的照象图片(图 1.10—1.17)。

1.2.3　束流输运和束流分离

同步加速器或其它类型的加速器，在将粒子束团加速到预期能量以后，可以在加速腔内打靶(内靶)产生次级粒子，然后将次级粒子按种类 ($\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, $p\bar{p}$)、动量进行分离，并输运到需要的地区，进行实验工作。这种打内靶的方法，由于存在小角度次级粒子难于引出，对加速器磁铁的辐射损伤大等问题，目前已很少采用。近年来多采用引出加速器束流，输运到实验区打外靶，并在产生的各种次级粒子中，选择不同种类和动量的粒子，形成多条束流，同时进行多组实验工作。

同步加速器的重复频率，主要取决于磁场由最低值变到最高值时所需要的时间。西欧中心 *PS* 加速器典型的磁场变化情况在

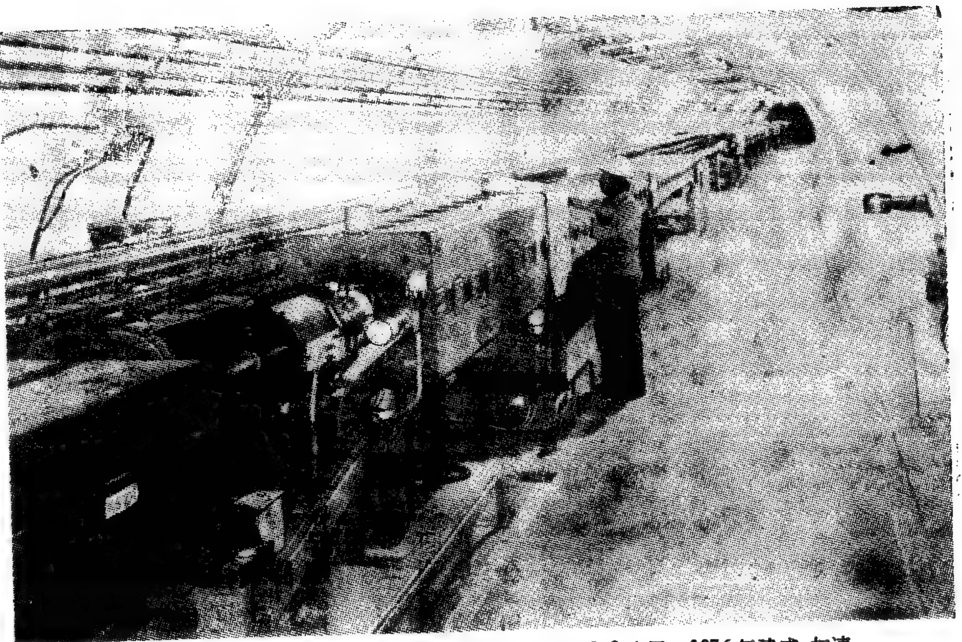


图 1.13　西欧中心超级质子加速器 (SPS)，直径 2.2 公里，1976 年建成，加速质子达 400 GeV．82 年改成 2×270 GeV $p\bar{p}$ 对撞机．

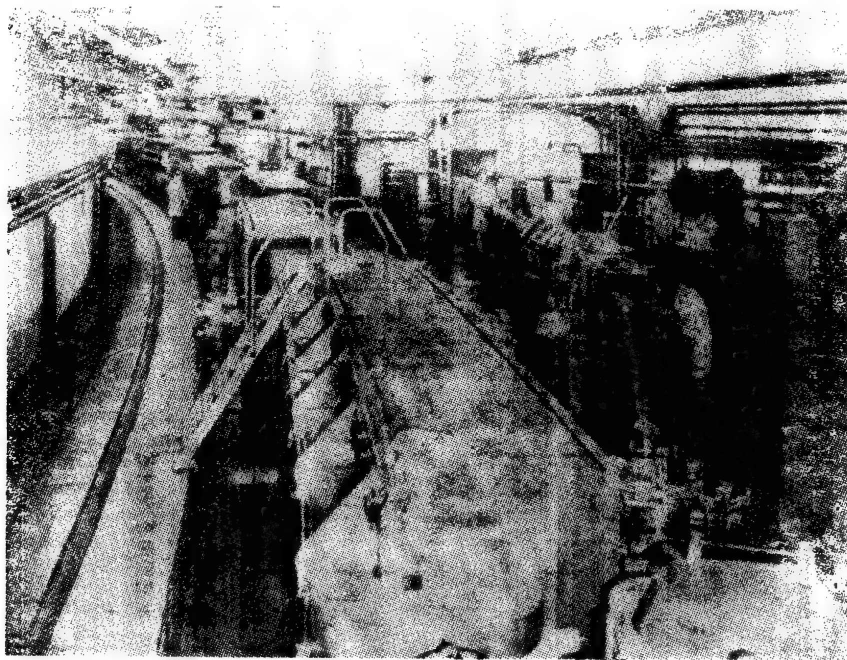


图 1.14 西欧中心 PS 加速器的直线及注入部分



图 1.15 西欧中心东实验厅束流线引自 PS 加速器

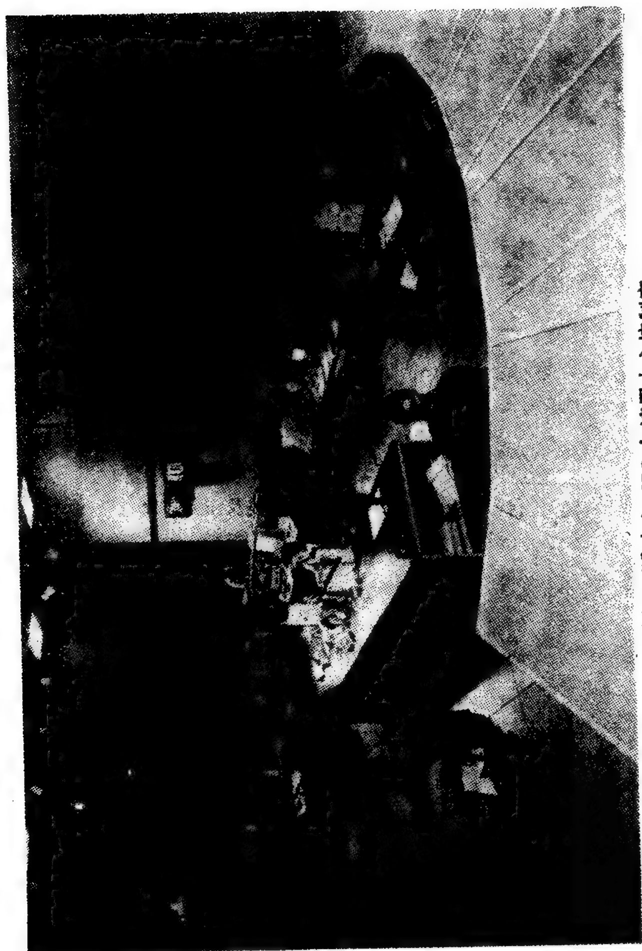


图1.16 西欧中心 SPS 加速器中心控制室



图 1.17　西欧中心(CERN)鸟瞰图

图 1.18 中给出. 磁场上升过程中，加速器内束流能量提高，在达到最大值后，根据实验需要，磁场可在几个微秒到几秒范围内保持恒定，以便引出束流. 一般来说，利用汽泡室进行实验工作时，要求微秒级的快引出脉冲束流，便于对粒子反应事件进行径迹照相. 而利用电子学计数器进行实验时，则要求慢引出束流，即在约一秒的时间间隔内陆续地将加速器内高能粒子束引出来. 这样在粒子总数不变的条件下，大大地降低了脉冲期间平均流强，减少计数器和电子学仪器死时间计数损失. 单位时间内脉冲束流延续时间的总和，称为束流的负载因子. 慢引出束流负载因子可达百分之几十，快引出负载因子可能只有千分之几.

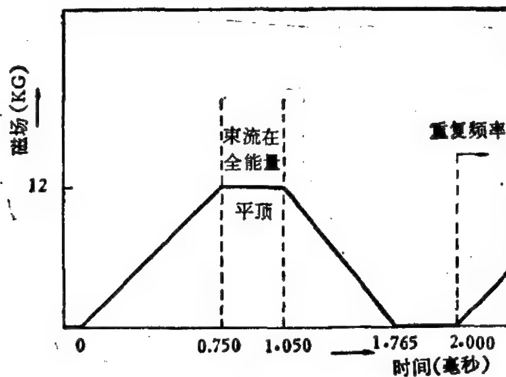


图 1.18 西欧中心 *PS* 加速器磁场变化示意图

高能质子束打击外靶或内靶(产生靶)后，产生大量次级粒子($\pi^{\pm}$, π^0, $K^{\pm}$, K^0, $\bar{K}^0$, N, $\bar{N}$, Λ, $\bar{\Lambda}$, $\cdots$)，这些粒子都有自己的动量分布和角分布. 实验中需要设法在一定方向、一定立体角中，选出一定动量的某种粒子束进行研究工作. 常用准直孔和偏转磁铁选择束流的方向、立体角、动量范围 ($p\pm\Delta p$)，用静电分离器或高频分离器，将一定种类的粒子从混合束中分离出来. 对一些实验，可以利用由闪烁计数器和契伦科夫计数器等组成的束流望远镜，在经过磁场动量分析得到的一定动量混合粒子束流中，测量粒子速度，从而将一定质量的粒子 ($\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$ 或 $p\bar{p}$) 区别标记出来，以便

进一步研究其性质或测量所标记出来的粒子束与其它粒子间的相互作用.

束流输运和束流分离常用的设备有:

(一) 偶极偏转磁铁

偏转磁铁可用来选择粒子电荷符号和动量. 在磁场中当束流方向垂直于磁场时,动量为 p 的束流,其曲率半径 R 应为

$$R=\frac{p}{0.3H}, \tag{1.18}$$

其中 R 的单位为 cm, H 的单位为千高斯(KG), p 的单位为 MeV/c. 在 $H=10\text{KG}$, $p=10\text{GeV/c}$ 时, R 约为 33 米. 当磁铁长度 L 为 1—2 米时,偏转角度 θ 不大,可以近似地写为

$$\theta=\frac{L}{R}=\frac{0.3HL}{p}. \tag{1.19}$$

图 1.19 给出用偏转磁铁确定粒子动量的示意图. 用偶极磁铁偏转带电粒子束流和几何光学中用三棱镜偏转光线的情况(图 1.20)是相似的.

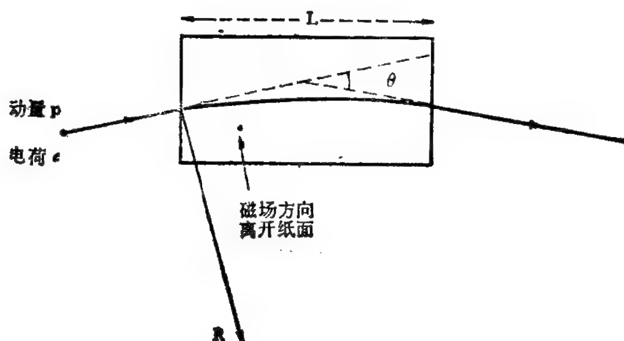


图 1.19 用偏转磁铁确定粒子动量

(二) 四极透镜

四极磁铁相当于光学中的透镜. 图 1.21 中给出这种磁铁截面的示意图. Z 方向(垂直于纸面)为束流方向. 极面的形状决定了在 Z 轴方向没有磁场. 在四极磁铁中部区域场强有

$$B_x = Gy;\quad B_y = Gx;\quad B_z = 0;$$

其中 x, y 为位置坐标. G 为常数，其数值取决于磁铁线圈中的电流. 平行于Z方向的带正电荷粒子，所受磁场的作用力在图 1.21b 中给出. 可以看出，不沿 Z 轴的粒子束在垂直方向聚焦，在水平方向散焦，即这种四极磁铁在垂直方向象一个聚焦透镜(图 1.22). 它将同样动量，平行 Z 轴的粒子束聚焦到 f 处. 对小角度

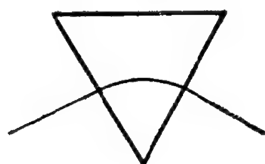


图 1.20 用三棱镜使光线偏转方向

$$\theta(L \ll f),\ f = \frac{y}{\theta},\ \theta = \frac{0.3B_xL}{p},\ B_x = Gy, \tag{1.20}$$

所以

$$f = \frac{p}{0.3GL}. \tag{1.21}$$

而在水平方向则相当于散焦透镜. 如果将两个相差 90° 的四极磁铁组合使用，可以得到在水平和垂直方向都聚焦的结果. 这和一组凸凹透镜，一个聚焦，一个散焦，而最后结果是聚焦的情况类似.

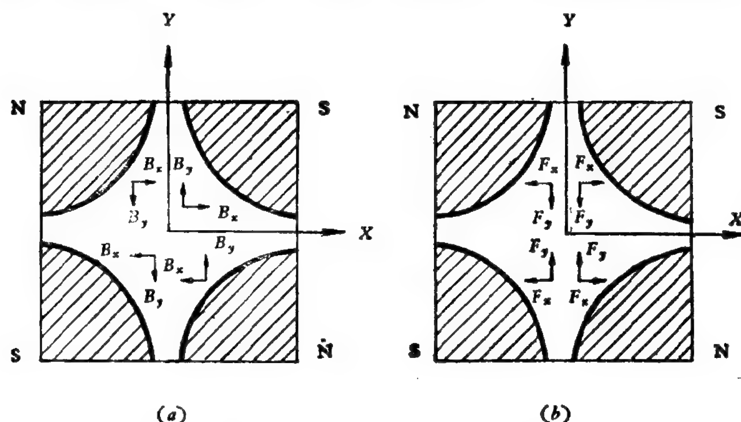


图 1.21 四极透镜的截面图. N, S 代表北极和南极. (a) 场的分布, (b) 对 Z 方向运动粒子的作用力分布

(三) 质量分离

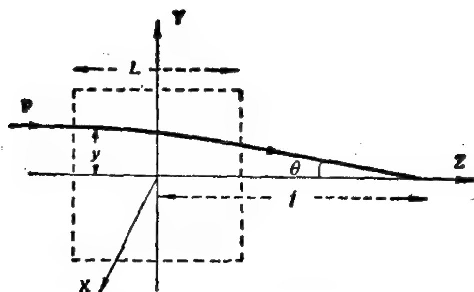


图 1.22 带电粒子经过长度为 L 的四级透镜时的路程.（粒子入射前平行于 Z 轴，距 X，Z 平面 y 处）

有些实验，例如用汽泡室进行的实验，需要将一定动量的次级粒子混合束流，按粒子质量进行分离，得到单一种类粒子的束流，提供使用. 对于较低动量的混合束流，可以利用静电分离器进行束流质量分离.

静电分离器的工作原理（图 1.23）是利用垂直于混合束动量方向的强电场（～10 kV）对相同动量，不同质量（速度不同）粒子偏转角度的差别来分离不同粒子.

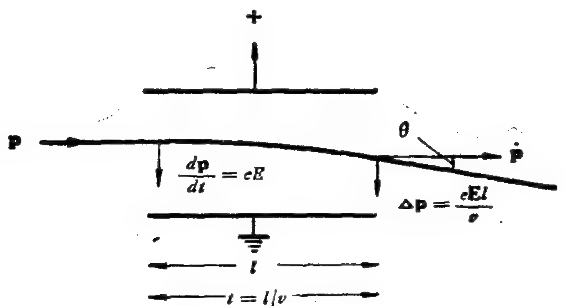


图 1.23 静电分离器原理图

动量为 p，电荷为 e 的粒子，以速度 v 在电场 E 中运动距离 L 后，其动量变化为

$$\Delta p = F\Delta t = \frac{eEL}{v}. \tag{1.22}$$

在 Δp 很小于 p，偏转角 θ 不大时

$$\theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{eEL}{pv}. \tag{1.23}$$

动量相同而质量不同的粒子，其速度 v 不同，故不同粒子偏转角 θ 的差别 $\Delta\theta$ 为

$$\Delta\theta = \frac{eEL}{p}\Delta\left(\frac{1}{v}\right). \tag{1.24}$$

当动量很大于静止质量 m 时，所有粒子速度 v 都趋于光速 c. 因此在动量大于 5GeV/c 时，静电分离器已经不能很好地进行粒子束质量分离了.

对于动量较高的混合粒子束，可以采用高频分离器进行质量分离. 利用约 3000MHz 的射频（RF）电场，可以将高达 16GeV 的 $\pi^{\pm}$, K^{+}, $p\bar{p}$ 混合束进行质量分离.

高频分离器的原理（图 1.24）是：束流的时间宽度长于 3000MHz 高频的周期，每个粒子进入高频腔 S_1 后，都受到一定的偏转，偏转角大小与这个粒子到达 S_1 时的高频相角有关. 一组平行束经过 S_1 后，变成发散束. 用四极透镜将其聚焦到 S_2 上. 粒子由 S_1 飞到 S_2 处所需时间与其速度有关. 因此粒子束动量一定时，渡越时间与其质量有关. 把给 S_2 提供的射频相角选好，使不需要的粒子在 S_2 处受到的偏转与其在 S_1 处受到的偏转相抵销，因此不需要的离子束成为中心部分的平行束，被放置在中心部分的屏蔽体吸收掉. 而实验上需要的粒子，由于速度不同，在到达 S_2 时，射频的相角不能使它们在整个系统中受到的偏转相互抵销，因此这种粒子束流在离开 S_2 时是发散的. 中心屏蔽体也会吸收一些这种粒子，但其绝大部分将从屏蔽体旁边通过，再经聚焦形成所需要的粒子束流. 为了分离更高动量的混合粒子束流，可以使用第三个高频共振腔. 此外利用超导共振腔可以得到更好的高能分离束. 西欧中心利用超导高频共振腔已经得到 50GeV 以上的高纯度 K^{+} 束流，进行实验工作. 由于高频分离器设备庞大，共振腔间距离大，有的高频分离束线长度达几百米.

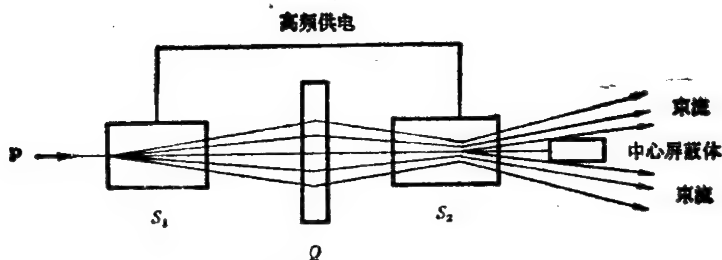


图 1.24 高频分离器原理图

1.2.4 高能粒子探测技术

进行高能物理实验，除了需要有高能加速器和庞大的实验区提供高能粒子束流和一系列通用设施外，对每个具体的实验课题，还需要特殊的探测设备及数据获取和分析处理系统．所谓高能粒子物理实验，常常是利用一定能量和种类的高能粒子束流，打到特定的实验靶上进行相互作用，利用探测设备在极短（微秒到毫微秒）的时间内，测量作用前后所有初、次级粒子的类型、数目、角分布、动量分布等参量，以研究粒子的性质、结构或相互作用的特点和规律性．这在技术上是十分复杂和困难的问题．

多年以来，高能探测器主要有径迹室和电子学探测器两种类型．七十年代以前高能物理实验主要是利用径迹室进行的．六十年代用泡室完成的工作约占所有实验工作的一半以上． 径迹室，例如泡室，优点是直观、作用顶点（或衰变顶点）可见、有 4π 立体角的接收度、多粒子效率好和测量精度高等等． 但泡室等径迹室也有其严重缺点，例如收集和分析整理数据的速度太慢、体积不容易作得很大、因而不能适应能量愈来愈高，要测量的截面愈来愈小，而且需要事例率大等实验要求． 为了发扬径迹室的优点，克服其缺点，径迹室（包括泡室，流光室和乳胶室等）常与电子学探测器配合使用，组成混合谱仪，径迹室本身主要作顶点探测器使用．

电子学探测器从七十年代以来有了突飞猛进的发展，其原因一方面是由于高能物理实验发展的需要，另一方面是由于电子学

探测技术和相应的数据获取和分析能力的提高. 近年来电子学探测器发扬了自己的优点：它能根据需要进行选择触发、排斥比做到 10^6—10^8、每秒能接受 ~10^7 个束流粒子、有的探测器灵敏体积达数十立方米，重量达千余吨. 而且也逐步地克服了自己的缺点：提高了接收度，有不少已接近或达到 4π；提高了空间分辨率，有的精度达到几十微米；提高了多粒子的记录效率，有的可同时记录十几根径迹，并能通过径迹重建，直观地显示事例；有的还能通过电离取样，精确地测定 $\frac{\partial E}{\partial x}$，因而可以利用电离曲线的相对论上升区鉴别高能带电粒子的种类. 很多原来只有径迹室才能作的实验，现在利用电子学探测器也可以进行了.

（一）几种高能实验中常用的电子学探测器基本原理

高能粒子探测器和实验技术，有些是从低能核探测技术基础上发展起来的，只是规模大一些；有些则是高能专用的，如切伦科夫计数器和量能器等. 有专门著作介绍这些探测器的原理、性能、结构及制造工艺，这里只简要地介绍一些高能实验中常用的电子学探测器的基本原理和发展概况.

1. 气体探测器

带电粒子通过一些惰性气体和有机气体的混合物时产生正负离子对. 在探测器阳极(多做成丝状)和阴极之间加上高电压，强电场使电离电子加速，并和气体分子碰撞引起次级电离. 电压合适时，在阳极丝附近可能出现次级电子的雪崩产生过程，雪崩电子很快被阳极丝收集，剩下的正离子云向阳极移动时，在阳极上感应出负脉冲，被其后电子学电路记录，它很早就被用来作为制造正比计数管和盖革计数管的原理. 由于这种探测器结构简单，造价便宜，经常被高能实验采用，一般计数管尺寸较大，有的长达 5 米以上. 近年来新发展的一种自淬灭流光 (SQS) 计数管，不工作在一般气体电离曲线的正比区或盖革区，而工作在一些特定混合气体电离曲线的自淬灭流光区. 它所给出的阳极脉冲上升时间快（约 5 毫微秒)，脉冲幅度大(约 50 毫伏)，便于进行高计数率的测量工作.

在计数管长度方向粒子通过的位置，可用电子学线路进行电荷分配法测定．这样可以同时得到粒子的两维坐标信息，定位精度约几厘米．

近十多年来，在气体探测器原理的基础上，新发展出一种探测器，称为多丝正比室．其原理和结构类似于正比计数管，只是在同一气体容器里安装的不是一根阳极丝，而是并列的多根阳极丝．带电粒子通过时，附近的那根阳极丝上产生负脉冲．垂直于丝方向的定位精度约等于正负半丝距(为毫米量级)．平行于丝方向也可用电荷分配法，确定粒子通过的位置，定位精度约为丝长度的百分之一．由于多丝正比室的面积可以作得很大(几平方米)，结构和制造不很复杂，因而近年来在高能实验中，得到广泛的应用．只是在丝数多时，相应的电子学仪器道数也要多，造价是很高的．

在多丝室的基础上，近年又发展出另一种新型探测器称为漂移室．其结构和多丝室相似，但丝距可以作得很宽．粒子通过漂移室时，电离电子由粒子通过地点漂移到附近丝上所需的时间反映漂移的距离(在电场分布均匀时，电子漂移速度为常数)，这样就可以利用电子的漂移时间得到粒子通过的位置坐标，定位精度可好于100微米．由于漂移室的丝距较大(可达几十厘米)，在制造大面积(几十平方米)漂移室时，丝数并不太多，减少了电子学仪器的道数．不过电子学线路的技术要求要高一些，需要有精确的定时性能，对工作气体及电场分布的要求也较高．

最近又有一些新型的气体探测器投入使用，例如美国 SLAC 实验室 PEP 对撞机上建成的时间投影室(TPC)，可以进行三维空间的定位测量．另外，多步雪崩室(MAC)和时间扩展室(TEC)等有特殊功能的新型气体探测器，也正在研制改进中．

2.闪烁探测器

闪烁探测技术在低能核物理中已使用多年了．它是利用粒子或射线通过某些晶体或塑料等物质时产生荧光的现象，通过光电倍增管将微弱的闪烁荧光转换成光电子，并将这些光电子数目多次倍增放大，输出一个较大的电脉冲，用电子学仪器记录，称为闪

烁计数器．高能物理中常使用塑料闪烁体和快速光电倍增器制成闪烁计数器．这是因为塑料闪烁体发光衰减时间短(约 1—5 毫微秒)，通过快速光电倍增器输出的电脉冲上升时间也很快，可以允许进行高计数率(10^6 脉冲/秒以上)和精确定时(100 微微秒以下)的测量工作．塑料闪烁体还有记录效率高，加工性能好等特点，并可制成不同形状、大小(可长达 5 米)的探测器，还有对带电及中性粒子(如中子和 γ 射线)记录效率较高，价格较便宜等优点．因此高能物理实验中大量使用塑料闪烁体制造触发计数器，大面积闪烁描迹仪，飞行时间谱仪和计数器望远镜等探测设备，记录和辨认高能粒子．闪烁计数器一般定时性能好，也能给出较粗的定位和能谱分布的信息．

3. 切伦科夫和穿越辐射探测器

高速带电粒子通过均匀透明介质，当其速度超过光在该介质中的相速 c/n 时，粒子将诱发切伦科夫光辐射．切伦科夫光有明显的方向性，辐射方向与入射粒子速度方向之间的夹角 θ 由下式决定(图 1.25)

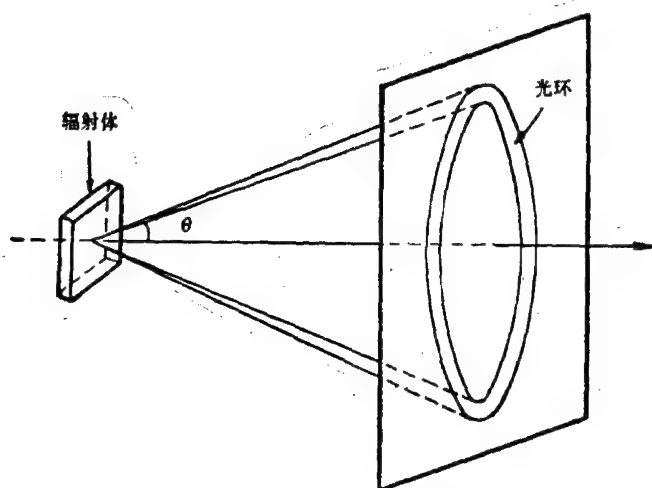


图 1.25　切伦科夫辐射光锥示意图

$$\cos\theta = \frac{1}{n\beta}. \tag{1.25}$$

根据所测粒子速度$\left(\beta = \frac{v}{c}\right)$的范围，选择固体(例如：有机玻璃，其折射系数 $n = 1.49$)，液体(例如：水，其折射系数 $n = 1.33$)或气体(其折射系数较小，且随压力而变)作切伦科夫辐射体. 切伦科夫辐射光的强度与 $\sin^2\theta$ 成正比(即与 n 及 β 有关)，光强一般较弱，需要采用光电倍增器，或对低能光子(紫外线以下)灵敏的探测器(如多步雪崩室等)进行探测. 可以设计收集切伦科夫辐射的光学系统，使超过切伦科夫速度阈$\left(\beta > \frac{1}{n}\right)$的所有带电粒子发射的切伦科夫光都投射到光子探测器上加以记录，这种探测器称为阈式，或积分式切伦科夫计数器；也可以设计成只让一定角度范围($\theta \to \theta + \Delta\theta$)内的，即一定速度范围($v \to v + \Delta v$)内的带电粒子所发射的切伦科夫光投射到光子探测器上加以记录，这种探测器称为角度式，或微分式切伦科夫速度选择器. 切伦科夫计数器常用在束流线上标记高能粒子. 在几十—几百 GeV 束流线上选择标记 $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, $p\bar{p}$ 等粒子的气体切伦科夫计数器，为了保证记录效率，有的长达十多米. 另一种大面积多通道的切伦科夫描迹仪，常用于实验靶后，记录和辨认在大立体角内飞出的各种次级带电粒子. 切伦科夫计数器对高能粒子的速度分辨率高达 $\Delta\beta/\beta = 10^{-6}$—$10^{-7}$，在高能实验中应用是很广泛的.

对于更高速度的极端相对论性粒子，切伦科夫计数器不好分辨，可以采用穿越辐射探测器. 它是利用匀速带电粒子，穿过介电常数不同的两种均匀介质的界面，产生另一种形式的辐射——穿越辐射而制造的探测器. 这种辐射的光谱从可见光区延伸到 x 光区. 总的辐射能量是粒子的 γ 值$\left(= \frac{E}{m_0C}\right)$的函数. 观察这种辐射的产额，可能测量和区分极端相对论性的不同粒子. 但由于带电粒子电离损失造成的背景影响对穿越辐射的判断，目前这种探测器还没有得到广泛的应用.

4. 量能器

当一定能量的带电或中性粒子（中微子除外）通过某种介质时，由于粒子和介质原子的电磁作用或强作用而将其能量沉积在介质之中，利用探测器测定这些沉积能量的全体，或按比例的一部分，可以确定出原来粒子带有的能量，这种设备称作量能器.

高能电子或γ光子通过介质时产生电磁簇射，通常选用具有短辐射长度，小临界能量的介质，如铅或钨等，做成电磁量能器.高能强子通过介质时产生强子簇射，通常选用短核吸收长度的介质，如铁、铜、铅等(最经济，最方便的是用铁)作成强子量能器. 通常将各层簇射介质和探测元件(如塑料闪烁体、多丝正比室和液氩电离室等)交错堆集，入射粒子在簇射介质中产生簇射，各介质夹层中的探测元件对粒子的能量沉积进行多次取样，这种量能器称作取样量能器. 有些量能器由于其探测元件对簇射的能量沉积可以进行纵向和横向取样，还可以给出簇射发展的轮廓，从而提供粒子入射方位的信息.

另一种量能器称为全吸收型量能器，是利用辐射长度较短的碘化钠或锗酸铋（BGO）晶体，或铅玻璃作簇射介质，并兼作探测元件. 它们把簇射产生的次级粒子在其中沉积的全部能量成比例地转换成光输出，再通过光电倍增器变为电脉冲，用电子学电路记录脉冲幅度，通过刻度给出入射粒子的能量值.

量能器的能量分辨率常随粒子能量增高而改善（$\sigma \sim E^{-1/2}$），能量愈高时愈有利. 对于高能中性粒子，它是能量和位置测量的唯一有效设备. 目前高能实验中广泛地使用量能器，并在不断地提高其性能.

（二）高能谱仪

高能实验通常同时使用多种探测器进行测量工作. 通常把高能物理实验中使用的探测器组合，连同电子学线路、在线计算机以及分析磁铁等组成的系统称为高能谱仪.

由于粒子物理实验工作愈向纵深发展，就愈要求测量更小的作用截面，寻找稀有事件. 如果说六十年代高能物理主要测量毫

靶（mb $= 10^{-27}$cm^2）量级截面的事件，则七十年代以来，主要测量对象已发展到测量毫微靶（nb$=10^{-33}$cm^2）到微微靶（pb$=10^{-36}$cm^2）量级截面的事件了．为了得到足够多的事例率和更全面地反映多粒子末态情况，要求谱仪有更大的立体角覆盖，而且能够在很宽的能区中鉴别粒子，排除本底，真实地反映相互作用事件的全貌，这就使得谱仪设计的愈来愈复杂，重量有的超过一千吨，造价有的需要几千万美元．

起初电子学探测器的组合是专题性的，一个课题完成后就拆掉，作另一课题时按需要另行安排．这种谱仪目的性强，结构较简单，称为专用谱仪．其缺点是装和拆费时间，不能充分利用束流进行实验工作．随着高能实验迅速发展的要求和探测器技术日趋完善，逐步发展了比较固定的装置，兼顾不同要求，可以陆续完成很多实验课题，这种装置称为通用谱仪．

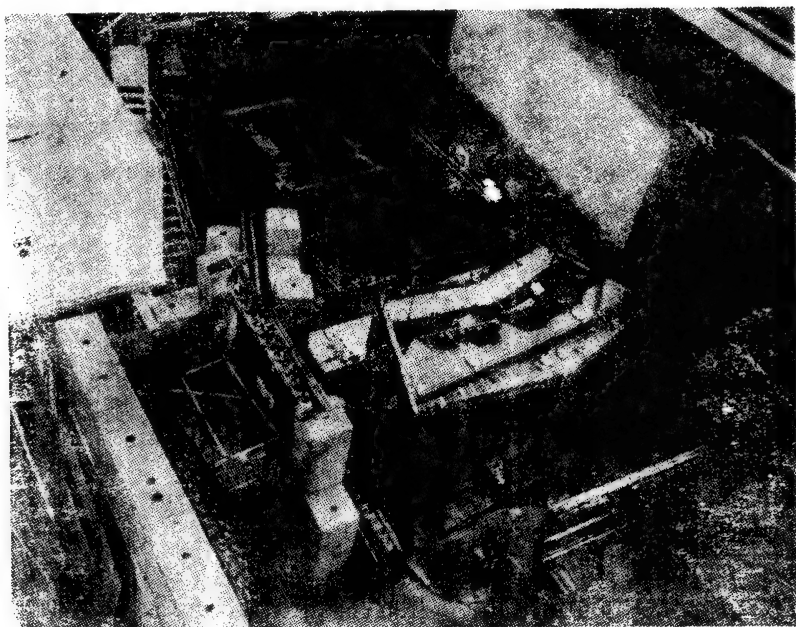


图 1.26　联邦德国中心一台通用型电子学探测设备——Ω 谱仪，1972 年建成。

在静止靶加速器上早期建造的多是单臂或双臂谱仪，后期建造的则多是前向(主要记录和分析朝前部分立体角中的次级粒子)和 4π 立体角的多粒子谱仪. 最近建成或将要造的则多是用在对撞机上的大型 4π (或近 4π) 立体角谱仪. 由于对撞点周围空间有限，这种谱仪设计要更为紧凑、需要更多地考虑，防止相互干扰和拆装、检修方便等问题，因而谱仪的机械结构更显得复杂和困难.

表 1.4 和 1.5 中分别介绍高能静止靶加速器及对撞机上的谱

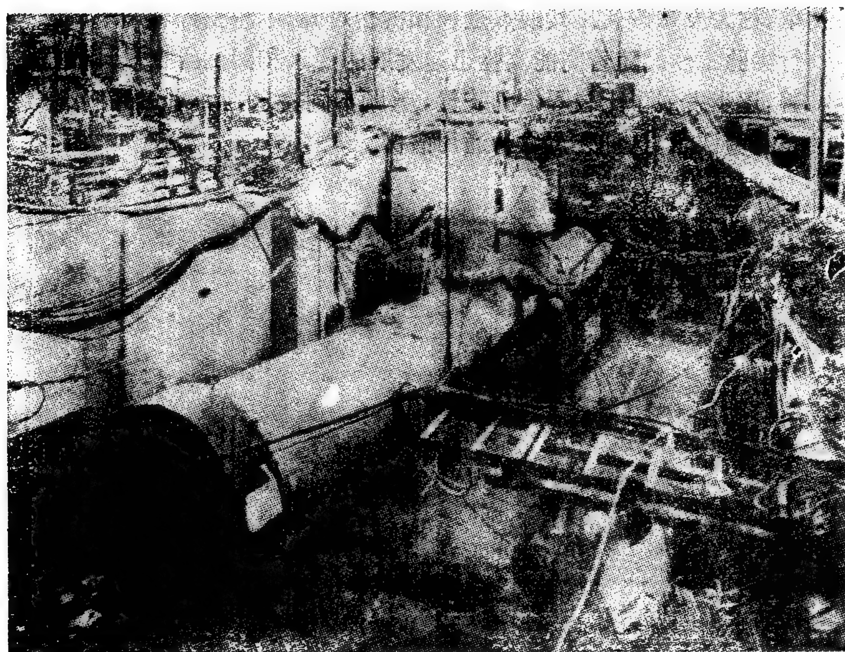


图 1.27 西欧中心一台大型高气压切伦科夫计数器.

仪名称. 表 1.6 中给出几种典型的高能谱仪情况介绍. 图 1.26—1.31 中给出几种高能探测设备的照像图片.

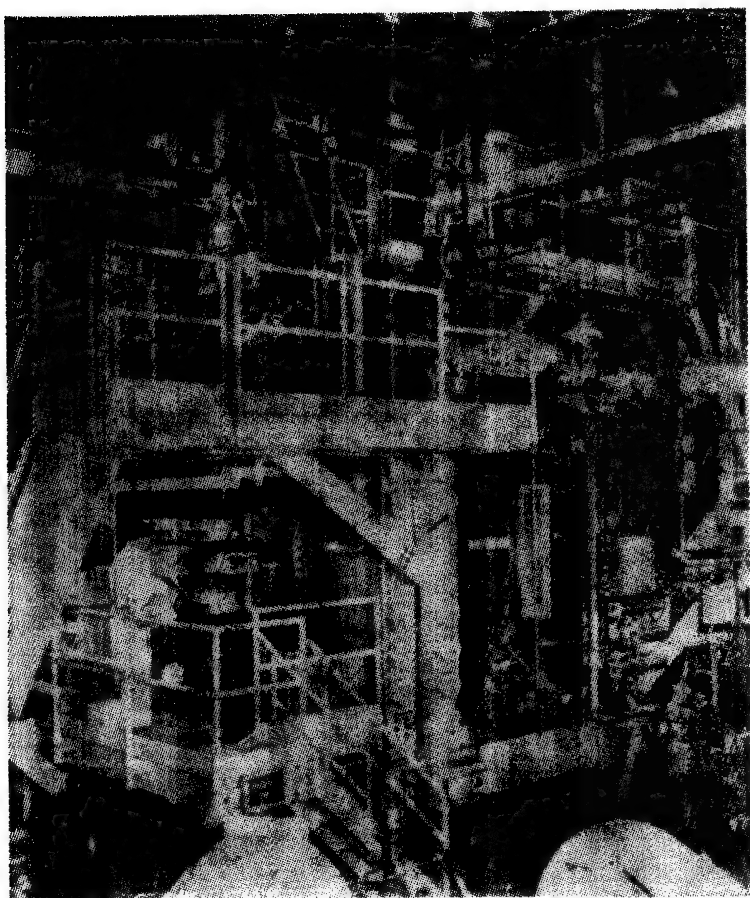


图 1.28　美国 BNL 实验室 80 英寸液氢汽泡室。

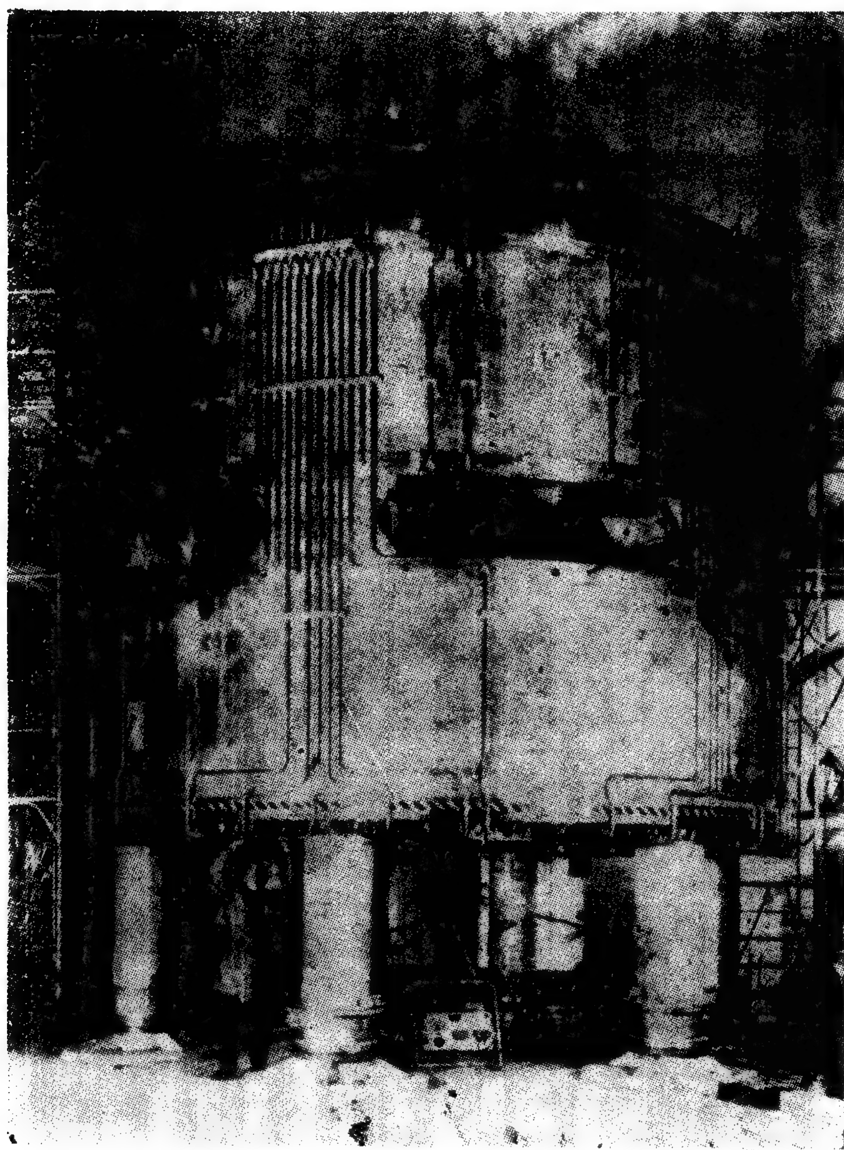


图 1.29　西欧中心 3.7 米液氢汽泡室，使用了超导磁体.

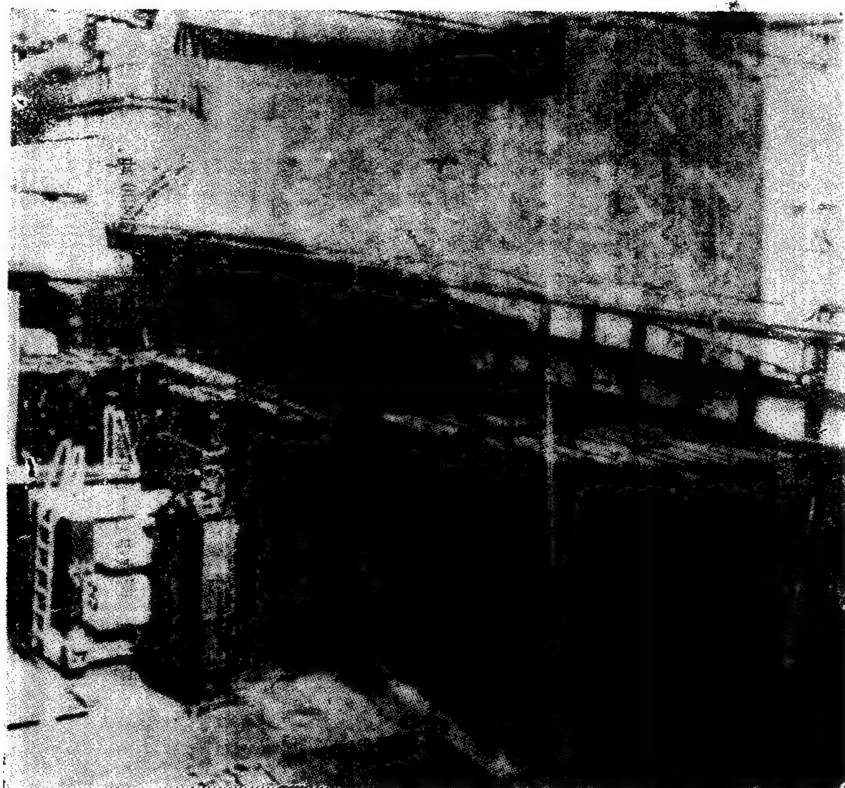


图 1.30　西欧中心中微子束流铁屏蔽体的一角

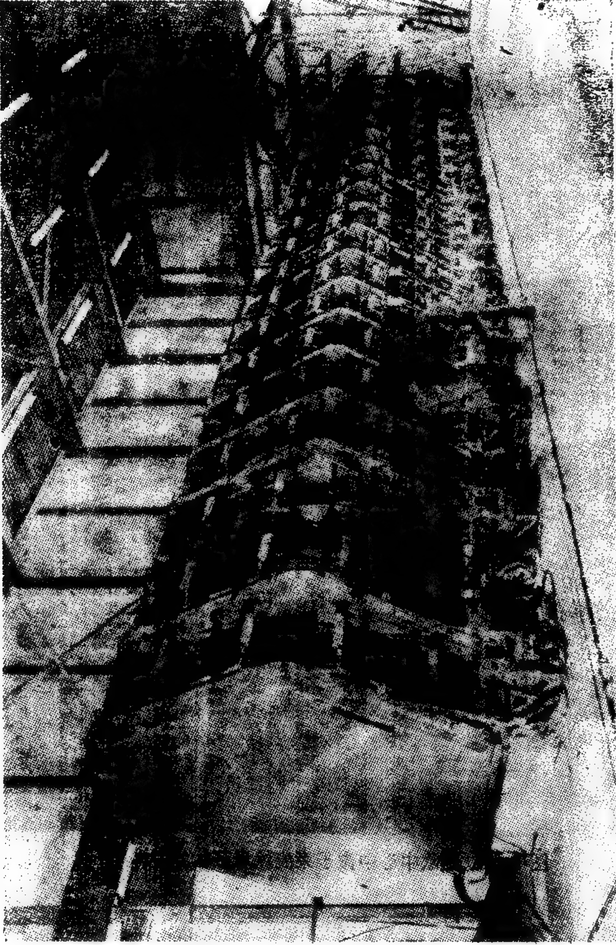


图 1.31　西欧中心一台中微子探测器，长 20 米，重 1400 吨.

表 1.4　静止靶高能加速器及其谱仪

国家	实验室	加速器	能量 (GeV)	通用谱仪	专用谱仪
日本	KEK	PS	12	TELAS, TOKLWA	KDAS（双臂）
美国	SLAC	电子直线	22	LASS, SSF	
西欧	CERN	PS	28	CMS, HPW, AFS	
美国	BNL	AGS	31	MPS-II, ARGO, HRS, BND	
苏联	Serpukhov	PS	76	CIBS, LEPTON G, MIS, SEGMA, SPEC-6M	
西欧	CERN	SPS	400	EMC, NA-3, NA-4, OMEGA, CHARM, SFM WA1 LAMS, CDHS	EMC (μ) GLS（双臂）
美国	FNAL	PS	500—1000	MMS, CCMSF, CCFRND, CDF, MPS, FGJT, FHIOT, HRFS, NEULAND, NS, TPS	SAS（单臂） DAS（双臂） LGS（双臂）

表 1.5 2×1.5GeV 以上正、负电子对撞机及其谱仪

国家	对撞机	建成年代	能量 (GeV)	亮度 ($cm^{-2}S^{-1}$)	通用谱仪	专用谱仪
意大利	ADONE	1969	2×1.5	6×10^{29}	MEA	
美国	SPEAR	1972	2×4.2	1×10^{31}	MARKIII	CB 晶体球(重点测 γ 能量，已迁去 DESY，DORIS)
联邦德国	DORIS	1973	2×5.1	3×10^{30}	ARGUS	CB 晶体球(重点测 γ 能量)
苏联	VEPP-4	1979	2×7	5×10^{28}	OLYA	
美国	CESR	1979	2×8	3×10^{30}	CLEO	CUSB (重点测 γ 能量)
联邦德国	PETRA	1978	2×19	5×10^{30}	CELLO，PLUTO，JADE，TASSO	MARK-J (重点测 μ 子总能量)
美国	PEP	1980	2×18	5×10^{31}	MARKII，TPC，HRS，DELCO	MAC (重点测轻子)
日本	TRISTAN	(1986)	2×(25—30)	8×10^{31}	TOPAZ，VENUS，AMY	水球或 BGO 晶体球(未定)
欧洲	LEP	(1988)	2×(50—120)	1×10^{31}	ALEPH，DELPH1，OPAL	L_3 (重点测 μ 子和电子)
中国	BEPC	(1988)	2×(2.2—2.8)	1×10^{31}	BSC	

表 1.6 几种大型谱仪简况

谱仪名称	实验室	建成时间	造　价	立体角	场强 (KG)	重量 (吨)	有效体积
Ω	CERN	1972	2×10^7SW·Fr	4π	18	1400	$\phi3\times1.5$M
MPS	BNL	1974	\$$3.4\times10^6$	4π	10	620	$4.5\times1.8\times1.2$M^3
MMS	FNAL	1977		前向	19.7	450	$1.8\times1\times16$M^3
TPC	SLAC	1981	\$$2\times10^7$	4π	15	1000	$\phi0.1\times2$M
MARK-J	DESY	1978	1.5×10^7D.M	4π	18	400	$4\times4\times5$M^3
TASSO	DESY	1978	4.8×10^7D.M	4π	5	600	$\phi2.7\times4.4$M
CELLO	DESY	1979	4×10^7D.M	4π	15	1400	$\phi1.7\times3.6$M
JADE	DESY	1979	5×10^7D.M	4π	5	1200	$\phi2\times5$M
PLUTO	DESY	1975	9×10^6D.M（改进费）	4π	17		$\phi1.4\times1$M
UA1	CERN	1981		4π	7	830	$7\times3.5\times3.5$M^3
DELPHI	CERN	(1988)	7×10^7SW.Fr	4π	12		$\phi6.2\times7.4$M

§1.3 粒子的基本性质和分类

附录中给出目前已发现的各种粒子的基本性质表. 粒子种类很多，分类方法各异. 按照自旋和统计性质可以分成费米子和玻色子；按照电荷可以分成带电粒子和中性粒子. 目前粒子物理学中主要是按照粒子的相互作用性质来分类粒子：参与强相互作用的各种粒子称为强子，其中又可分成介子、重子和共振态；不参与强相互作用的一些粒子称为轻子，包括带电轻子和中微子；另外一类是传递相互作用的玻色子，如光子、胶子及弱作用中间玻色子($W^{\pm}$, Z^0). 人们通过分类粒子，弄清楚各种粒子的性质和相互间的共性与差异，从而可以发现粒子间的内在联系，揭露粒子内部结构和相互转化规律. 因此在本节中，我们先简单介绍几种粒子间的相互作用和粒子的一些基本性质，据此可以对粒子分类问题有初步了解.

1.3.1 相互作用及其传递者

多年来人们把物质世界运动变化多样性的根源归结为自然界存在四种相互作用：强相互作用，电磁相互作用，弱相互作用和万有引力相互作用. 各种相互作用的对象、强度、性质、特点和典型现象各不相同，各有相应的理论解释，各自所遵守的守恒定律也不尽相同，表 1.7 中给出了四种相互作用的基本特点. 这里对四种相互作用分别作初步介绍，下册中还要分章详细讲解.

(一) 强相互作用

核子之间的核力就是强相互作用的一个典型例子. 强相互作用是一种短程力，作用范围约为 10^{-13}cm 量级. 现以核力为例给出一个强相互作用强度数量级的概念.

若以 $R=\frac{\hbar}{m_\pi c}$ 表示 π 介子的康普顿波长，则核子之间相互作用位势可写为

表 1.7　四种相互作用特征

作用类型	强作用	电磁作用	弱作用	万有引力作用
源	色荷	电荷	弱荷	质量
作用对象	所有共振态及 π、K、N、Y 等强子、层子	带电及带磁矩粒子	轻子与强子	所有粒子
作用常数	$g^2/\hbar c \simeq 10$	$\frac{e^2}{\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$	$\left(\frac{m_p c}{\hbar}\right)^2 \frac{G}{\hbar c}$ $\sim 10^{-5}$	$\frac{Gm_p^2}{\hbar c}$ $\sim 10^{-38}$
传递者（场量子）	可能是胶子 (g)	光子 (γ)	中间玻色子 ($W^\pm$, Z^0)	可能是引力子
典型现象	强子产生、散射，共振态衰变	光电效应，康普顿散射，π^0 衰变	β 衰变，$K^\pm$、$\pi^\pm$ 衰变，中微子反应	天体运动
典型寿命	$\sim 10^{-23}$ 秒	$\sim 10^{-18}$ 秒	$\sim 10^{-8}$ 秒	—
典型截面	～毫靶	～微靶	～微微靶	—
力程	$\sim 10^{-13}$cm	∞	$< 10^{-16}$cm	∞
理论	QCD	QFD	V-A	广义相对论

$$V_S(r) = g\frac{e^{-\frac{r}{R}}}{r}, \tag{1.26}$$

g 是强相互作用的耦合常数，其数量级为

$$\frac{g^2}{\hbar c} \sim 1—10. \tag{1.27}$$

目前我们对强作用的机制还不清楚，还没有成熟的理论能处理它． 近年来发展着的量子色动力学（QCD）理论，获得某些成功，能够解释强作用中的一些问题． 这个理论认为强相互作用是通过胶子（g）传递的，并认为胶子的自旋为 1，质量为零． 和电子可以通过韧致辐射放出光子一样，层子也可以通过韧致辐射放出胶子． 1979 年德国 DESY 实验室在 2×19GeV 正负电子对撞机（PETRA）上几个实验组，通过发现三喷注现象（见第十章），看到

胶子存在的迹象，但至今尚未能在实验上直接证实胶子的存在.

（二）电磁相互作用

这是我们了解得最清楚的一种相互作用. 量子电动力学(QED)理论可以对它进行精确的计算. 大到天体，小到10^{-16}厘米范围内,理论计算和实验事实符合得都很好.

电磁作用的位势可以写为

$$V_c(r) = \frac{e^2}{r}. \tag{1.28}$$

其相互作用强度由无量纲耦合常数α，即我们在原子物理中所熟悉的精细结构常数来描写.

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}. \tag{1.29}$$

电磁作用是一种长程力，作用于所有宏观或微观带电或带磁矩的物体之间.

量子电动力学认为电磁作用是由电磁场的量子——光子传递的. 光子的存在早已被实验证实. 1901年普朗克在黑体辐射研究中指出：辐射是以量子形式出现的. 每个辐射量子的能量与其频率ν有关

$$E = h\nu. \tag{1.30}$$

1905年爱因斯坦在分析光电效应时，肯定了光辐射同样以量子(1.30)的形式出现，称之为光子. 相对论电磁理论认为，在任何惯性坐标系中光子以光速c传播，光子的静止质量为零. 光子的动量为

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}. \tag{1.31}$$

光子的能量E和动量$\mathbf{p}$还可以写成形式

$$E = \hbar\omega,$$
$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}.$$

其中ω为电磁波的圆频率，$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$，$k$为波数，$k = \frac{2\pi}{\lambda} =$

$\frac{1}{\lambda\!\!\!^{-}}$，$\lambda$ 为电磁波波长，$\lambda=\frac{c}{\nu}$，$\lambda\!\!\!^{-}$ 为约化波长，$\lambda\!\!\!^{-}=\frac{\lambda}{2\pi}$.

光子可以在电磁相互作用，例如轫致辐射中以任意数目产生．它是自旋量子数 S 等于 1 的玻色子，光子的自旋角动量平方 S^2 及 S_Z 的值为

$$S^2=S(S+1)\hbar^2=1(1+1)\hbar^2=2\hbar^2,$$
$$S_Z=m_S\hbar=\pm\hbar.$$

光子只有两个自旋状态，$m_S=\pm1$．选光子运动方向为 Z 轴方向，这两种自旋状态对应着两种类型的圆极化光．光子自旋与动量方向平行时，叫右偏振光，或称光子的螺旋性为正；光子自旋与动量方向反平行时，叫左偏振光，或称光子的螺旋性为负．静止质量为零的粒子，没有 $m_S=0$ 的状态．

（三）弱相互作用

最早了解的弱相互作用是原子核的 β 衰变．弱相互作用的力程比强相互作用力程还要短．它的强度由费米耦合常数G来描写，其数值为

$$\mathrm{G}=1.4\times10^{-49}\text{尔格厘米}^3=10^{-5}\hbar c\left(\frac{\hbar}{m_p c}\right)^2$$
$$=2.3\times10^{-7}\hbar c\left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2. \tag{1.32}$$

早在五十年代，理论上就认为，弱相互作用是通过交换质量很重（约 80—90GeV）的中间玻色子（$W^\pm$, Z^0）传递的．七十年代弱、电统一理论的成功，更使人们坚信中间玻色子是存在的，实验工作者一直努力寻找这些中间玻色子．1982 年年底，CERN 已经在 2×270GeV $p\bar{p}$ 对撞机 UA1 谱仪的一些实验事例中发现了 W^+ 粒子的存在．1983 年春 CERN 正式宣布发现了 $W^\pm$ 及 Z^0 等中间玻色子，并测出它们的质量分别为

$$m_{W^\pm}=(80.9\pm1.5)\mathrm{GeV},$$
$$m_{Z^0}=(95.6\pm1.4)\mathrm{GeV}.$$

（四）引力相互作用

这也是一种长程力．它支配着宏观物体之间的运动变化规律，例如天体的运动．在微观世界里引力相互作用远远弱于另外三种相互作用，所以实际上无法检验微观世界里万有引力定律是否仍然正确．例如，考虑两个质子之间的引力作用，其作用位势为

$$V_G(r) = -\frac{Gm_p^2}{r}, \tag{1.33}$$

这里G是牛顿引力常数，其数值为

$$G = 6.67 \times 10^{-8}\,(\text{CGS 单位});$$

无量纲耦合常数为

$$\frac{Gm_p^2}{\hbar c} \sim 6 \times 10^{-39}. \tag{1.34}$$

比较(1.28)式和(1.33)式可以得到，两质子间引力作用和电磁作用的强度比为

$$\frac{V_G}{V_E} = \frac{Gm_p^2}{e^2} \simeq 10^{-36}.$$

这的确是一个很小的数．

在粒子世界里，除了强相互作用、电磁相互作用和弱相互作用以外，有迹象表明，可能还有超弱及超强等不同类型的相互作用存在．某些相互作用之间，可能有本质联系，可以统一地理解．例如，弱、电统一理论将弱相互作用和电磁相互作用进行了统一解释．大统一理论和超统一理论等，则企图在更广泛的范围内统一理解各种相互作用的本质．在这些方面，实验和理论工作都在积极进行中．

1.3.2 描写粒子基本性质的一些参量

在粒子表中归纳了粒子性质的实验测量结果．这里我们介绍一些描写粒子基本性质的物理参量或量子数，说明其物理意义和典型的测量方法．

（一）质量

质量是惯性的量度. 在经典物理中，研究宏观低速物体运动时，质量是一个常量(静质量 m_0). 在惯性系统中，质量等于作用于物体上的外力 $\mathbf{F}$ 和物体获得的加速度 $\mathbf{a}$ 的比值，$m=\frac{\mathbf{F}}{\mathbf{a}}$，不同物体的质量数值的变化是连续的. 在量子物理中，微观粒子的质量是量子化的. 同一种微观粒子的质量严格相等，不同粒子的质量谱是分立的. 场论中认为各种粒子是不同场分立的激发态. 粒子质量谱在很广的范围内分布着：光子的静质量为零，电子质量 m_e 约为 0.51MeV，μ 子质量约为 $207m_e$，核子质量约为 $2000m_e$. 可见和原子，原子核物理中情况不同，质量谱的间隔可以比粒子质量本身大很多(图 1.32). 在高速运动中，物体的质量会发生变化，在接近光速时，粒子的动质量 $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 趋于无限大.

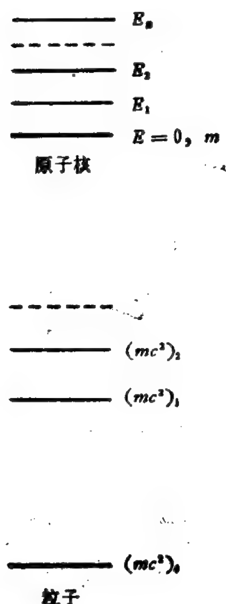


图 1.32 原子核及粒子能谱图

质量是粒子的基本性质，测定粒子质量是辨认粒子的根本途径. 由于粒子质量很小，粒子的寿命一般又很短，因此，迅速准确地测定粒子质量并不容易. 下面将举三种典型的质量测定方法.

1. 质谱仪：1910 年汤姆孙 (J. J. Thomson) 在研究原子质量时，首先制成了质谱仪. 后经阿斯顿 (F. W. Aston) 进行了改进. 如图 1.33 所示，离子源提供电离了的原子，经过静电电压加速后，离子束线通过狭缝准直，在电磁场作用下，不同荷质比的粒子束聚焦到照相底片上不同的部位. 根据离子束在底片上的位置，可以精确地测定其相对质量. 用已知质量的离子束刻度质谱仪后，可得到待测离子质量.

在粒子质量测量中，这种质谱仪很难使用. 因为粒子往往是

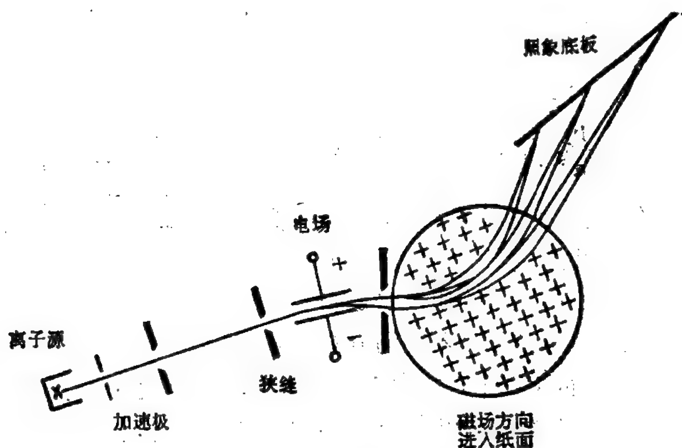


图 1.33　阿斯顿质谱仪原理图

在反应过程中产生的，初速度不一致，且很难测定．中性粒子又不受电磁场偏转，因此常需要用其它方法测定其质量．

2．对于寿命较长（$\tau > 10^{-10}$秒）的带电粒子，可以通过测量其动量（用偏转磁铁），能量（用量能器、全吸收谱仪等）和速度（用飞行时间法，切伦科夫计数器，或测量 $\frac{dE}{dx}$ 等方法）三个量中的任意两个，就可算出粒子的质量．根据具体问题，可考虑不同的实验安排．

3．对于寿命很短（$\tau \sim 10^{-16}$—10^{-24}秒）或本身不带电荷的粒子，其动量、能量不能直接测量时，常可以通过测量其各衰变产物的动量、角度等有关数值，确定衰变前的粒子质量．例如，通过测量 $\pi^0 \to \gamma + \gamma$ 过程两个衰变光子的最大能量差可以确定 π^0 质量．根据相对论运动学中不变质量的计算，从各衰变产物的动量、能量测量，可以判断衰变前短寿命粒子或共振态的质量和寿命，后面将具体介绍这些方法．利用核乳胶、精密泡室或精密流光室等径迹室，通过测量动量、射程或电离等量，也可以确定寿命在 $\tau \simeq 10^{-13}$ 秒以上的粒子的质量．

（二）寿命和宽度

目前实验上认为，除了γ，$e^{\pm}$，$p\bar{p}$及中微子以外，其它各种粒子都要衰变．但人们常把不进行强作用衰变的所有粒子（$\tau > 10^{-20}$秒）都称为“稳定”粒子．从粒子表中可见，这些稳定粒子绝大部分都要通过弱作用或电磁作用衰变成更低能态的粒子．各种粒子衰变的寿命相差很大，这是由于引起衰变的相互作用类型及衰变前后粒子静质量差（衰变能Q值）和衰变末态粒子数目等因素（决定相空间体积）确定的．例如衰变能差不多（40—160 MeV）的三种两体衰变过程

$\Delta^{++} \to p + \pi^{+}$，强作用衰变，寿命 $\tau \sim 10^{-23}$ 秒

$\pi^{0} \to \gamma + \gamma$，电磁作用衰变，寿命 $\tau \sim 10^{-16}$ 秒

$\Lambda^{0} \to p + \pi^{-}$，弱作用衰变，寿命 $\tau \sim 10^{-10}$ 秒

其寿命值相差很大，它们的比值粗略地反映三种相互作用强度的比值．衰变过程是由哪一种相互作用引起的，并不完全取决于衰变前后粒子的种类，而和这一衰变过程所遵守的选择定则有关．例如，强子Λ^0衰变成两个强子（p，π^-）的过程是弱作用引起的．质子不能衰变成轻子，是由于重子数守恒的限制．目前大统一场论预言，质子也会衰变，虽然寿命很长（$\tau \sim 10^{32}$年）．电子由于轻子数守恒而不衰变．不能认为更稳定的粒子就更基本．例如，自由中子可以衰变成质子，电子和反中微子．而质子和中子组成的氘核则是稳定的，不衰变．但不能认为氘核比中子更基本．同样，也不能认为电子（不衰变）比μ子（$\tau \sim 10^{-6}$秒）更基本一些．在没有更低的能态可以跃迁，或存在某种禁戒规则时，粒子才是稳定的．

无论哪种相互作用引起衰变，衰变过程总是统计性的，在dt时间内衰变的粒子数dN和当时的粒子总数N及时间间隔dt成正比．比例常数λ（称衰变常数）和相互作用类型及相空间体积有关

$$dN = -\lambda N dt,$$
$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}, \tag{1.35}$$

或

$$\ln\frac{N(t)}{N(0)}=-\lambda t.$$

在 $\frac{N(t)}{N(0)}=\frac{1}{2}$ 时，$t=t_{\frac{1}{2}}$，$t_{\frac{1}{2}}$ 称为粒子半衰期

$$t_{\frac{1}{2}}=\frac{\ln 2}{\lambda}. \tag{1.36}$$

在 $\frac{N(t)}{N(0)}=\frac{1}{e}$ 时，$t=\tau$，τ 称为粒子平均寿命或简称寿命

$$\tau=\frac{1}{\lambda}=\frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}=1.44t_{\frac{1}{2}}. \tag{1.37}$$

即寿命 τ 比半衰期 $t_{\frac{1}{2}}$ 长 1.44 倍. 在图 1.34 中给出 $\ln\frac{N(t)}{N(0)}$ 与时间 t 的关系曲线，可以看出在粒子数目指数衰变规律中，τ 和 $t_{\frac{1}{2}}$ 的物理意义.

衰变的平均寿命 τ 和衰变前粒子状态的性质——能级宽度 Γ 有关. 这一点可用以下方式推证.

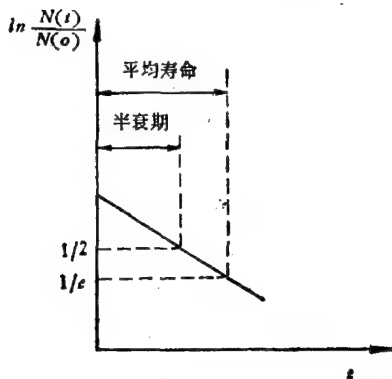


图 1.34 粒子指数衰减规律

考虑静止 ($p=0$) 粒子随时间 t 变化的波函数，

$$\psi(t)=\psi(0)e^{-iEt/\hbar}. \tag{1.38}$$

如果状态的能量 E 为实数，则发现粒子的几率不随时间变化

$$|\psi(t)|^2=|\psi(0)|^2.$$

即具有实数能量 E 的状态波函数，(1.38) 式描写的粒子是不衰变的. 如果仍用 $\psi(t)$ 描写进行指数衰变的粒子，则能量 E 里还应包含虚数部分，通常写成

$$E=E_0-\frac{1}{2}i\Gamma, \tag{1.39}$$

其中 E_0 与 Γ 均为实数．引入 $\frac{1}{2}$ 因子，是为了计算方便．将(1.39)式代入(1.38)式，得到衰变状态波函数为

$$\psi(t)=\psi(0)e^{-iE_0t/\hbar}e^{-\Gamma t/2\hbar}. \qquad (1.40)$$

这时粒子存在的几率为

$$|\psi(t)|^2=|\psi(0)|^2e^{-\Gamma t/\hbar}. \qquad (1.41)$$

如果令

$$\Gamma=\lambda\hbar, \qquad (1.42)$$

则(1.41)和(1.35)式衰变规律是一致的．图 1.35 给出了 $\psi(t)$ 的实部随时间 t 的变化曲线．

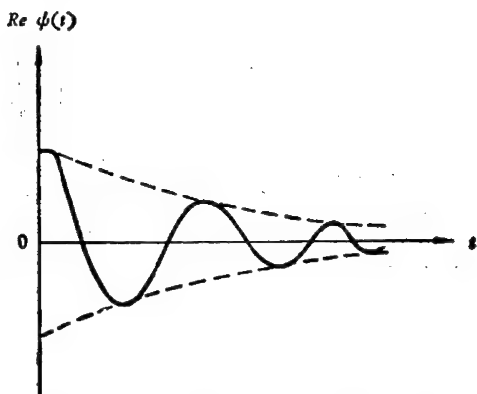


图 1.35 波函数 $\psi(t)$ 的实部随时间 t 的变化曲线

可见在能量 E 上加以一个小的虚数部分 $i\Gamma/2$ 后，可以描写一个系统指数衰变的状态．能量是可观测的物理量，在它上面加上一个小的虚数部分意味着什么呢？为了解释这个问题，我们把以时间 t 为变量的波函数 ψ，变换成以能量 E 为变量的波函数——粒子能量为 E 的几率密度 $\Phi(E)$．这样就可以知道发射能量为 E 的粒子的几率 $P(E)$ 是多少．将 $\psi(t)$ 变换成 $\Phi(E)$ 需要用富里叶变换，简述如下：

波函数 $f(t)$，在一般条件下，可以表示为一个积分

$$f(t)=(2\pi)^{-\frac{1}{2}}\int_{-\infty}^{+\infty}g(\omega)e^{-i\omega t}d\omega. \qquad (1.43)$$

反过来有

$$g(\omega)=(2\pi)^{-\frac{1}{2}}\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{i\omega t}dt. \qquad (1.44)$$

变量 t 与 ω 的选择是使其乘积 ωt 为无量纲的量．t 与 ω 可

分别是时间与频率或坐标与波数. 现在我们取(1.43)式的 $f(t)$ 相当于(1.40)式的 $\psi(t)$，则 $g(\omega)$ 相当于 $\Phi(E)$. 如果衰变由 $t=0$ 开始，积分下限可以取为零. 这样 $\Phi(E)$ 就变成

$$\Phi(E)=(2\pi)^{-\frac{1}{2}}\psi(0)\int_{0}^{\infty}e^{+i\left(\omega t-\frac{E_0 t}{\hbar}\right)}e^{-\Gamma t/2\hbar}dt. \tag{1.45}$$

或积分之，得

$$\Phi(E)=\frac{\psi(0)}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{i\hbar}{(\hbar\omega-E_0)+\frac{1}{2}i\Gamma}, \tag{1.46}$$

其中 $\hbar\omega=E$，粒子在能量 E 处的几率密度 $P(E)$ 应为

$$\begin{aligned}P(E)&=\text{常数}\cdot\Phi^*(E)\cdot\Phi(E)\\&=\text{常数}\cdot\frac{\hbar^2}{2\pi}\cdot\frac{|\psi(0)|^2}{(E-E_0)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}.\end{aligned} \tag{1.47}$$

从归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty}P(E)dE=1,$$

可得常数数值等于 $\frac{\Gamma}{\hbar^2|\psi(0)|^2}$.

故有

$$P(E)=\frac{\Gamma^2}{2\pi}\ \frac{1}{(E-E_0)^2+\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}. \tag{1.48}$$

将此公式作图，可见(1.48)式中导致粒子衰变的虚数部分 Γ 的物理意义是所述状态能量谱线半高度上的全宽度(图1.36). (1.48)式的曲线称为布莱特-维格纳曲线. E_0 为共振能量. 由(1.37)式和(1.42)式可见，寿命与宽度的乘积为

$$\tau\Gamma=\hbar. \tag{1.49}$$

这个关系式可用海森堡测不准原理 $\Delta t\cdot\Delta E\geqslant\hbar$ 来解释：在能量不准确度 $\Delta E=\Gamma$ 的范围内，状态存在的测不准时间间隔为 $\Delta t=\tau_0$. 在实际测量中，测得 $P(E)$ 实验曲线半高度上的全宽度中，除了包括反映状态寿命的谱线固有宽度 Γ 以外，还

包括有仪器，实验方法等原因造成的谱线加宽. 将实验造成的误差设法去除后，所余宽度才是谱线的固有宽度 Γ.

一个粒子衰变时，往往有许多种衰变方式，如 K^+ 介子可以衰变成 (μ^+, ν_μ), (π^+, π^0), (π^+, π^+, π^-), (π^+, π^0, π^0), (π^0, μ^+, ν_μ) 或 (π^0, e^+, ν_e) 等，称为不同的衰变道. 某个衰变道的衰变几率由该道的分宽度决定. 粒子总的衰变宽度 Γ 是各个衰变道分宽度 Γ_i 之和，即

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i. \quad (1.50)$$

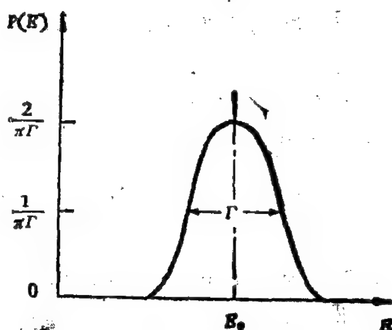


图 1.36 衰变状态的固有谱线形状

总宽度 Γ 决定粒子的寿命 τ. 某个衰变道的分宽度 Γ_i 和总宽度 Γ 的比值 $\frac{\Gamma_i}{\Gamma}$, 称为该衰变道的分支比，它反映该道衰变几率在总的衰变几率所占的比例.

Γ 是在 $P(E)$ 分布半高度处的全宽度，称为谱线全宽度或简称宽度.

这里所讲的粒子寿命 τ，是指粒子静止衰变时的平均寿命 τ_0. 高能粒子以速度 v 相对于实验室系统运动中衰变时，在实验室中观测到的飞行衰变平均寿命延长为 τ

$$\tau = \tau_0 \Big/ \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \gamma\tau_0. \quad (1.51)$$

同时，高速粒子在实验室系中飞行平均长度，也相应地延长为

$$L = c\gamma\tau_0. \quad (1.52)$$

(三) 电荷

粒子的电荷 Q 是量子化的. 目前实验上测到的粒子电荷的数值都等于电子电荷的数值，或其整数倍. 这个事实目前还无法解释.

带电粒子在外电磁场中受到洛伦兹力

$$\mathbf{F} = Q\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right), \tag{1.53}$$

式中 $\mathbf{E}$ 为电场强度，$\mathbf{v}$ 为粒子速度，$\mathbf{B}$ 为磁感应强度． 在真空中 $\mathbf{B} = \mathbf{H}$，$\mathbf{H}$ 为磁场强度．可见，粒子电荷 Q 决定了它与电场和磁场相互作用的强度．

实验表明，在粒子反应中，系统的总电荷是不变的，称为电荷守恒定律，即

$$\sum_i Q_i = \text{常数}. \tag{1.54}$$

对于各种相互作用，这一守恒定律都是正确的．

(四) 自旋与统计性

自旋(或内禀角动量)是粒子的基本特性之一．量子力学中已经介绍了电子自旋的概念，电子的自旋量子数为 $\frac{1}{2}$，在 z 方向的投影为 $\pm\frac{1}{2}$．其它粒子，包括静止质量为零的粒子，也都有其自旋．自旋和轨道角动量的主要区别在于，轨道角动量量子数 l 只能取整数，而自旋量子数 s 可以取整数 0，1，2，···，如 π 子、K 子和光子等所具有的；也可以取半整数 $\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$，···如轻子，重子等所具有的．

自旋的概念只适用于描写微观客体，是量子力学中的概念，在宏观世界中没有与之对应的物理量．尽管有人常用宏观陀螺的高速自转来理解粒子自旋，但它们在本质上是完全不同的． 因为对粒子的半径取任何合理值，粒子自转中，表面上任何一点的线速度都可能超过光速，那是不合理的．

粒子的自旋运动可以用自旋波函数来描写．可以把粒子的自旋波函数取为自旋算符 $\hat{S}^2$ 和自旋分量算符 $\hat{S}_z$ 的共同本征态．

$$\hat{S}^2\chi_{s,m_s} = S(S+1)\hbar^2\chi_{s,m_s}, \tag{1.55}$$

$$\hat{S}_z\chi_{s,m_s} = m_s\hbar\chi_{s,m_s}. \tag{1.56}$$

一个自旋量子数为 S 的粒子，其磁量子数 m_s 可取 $+S, S-1, \cdots, 0, \cdots -(S-1), -S$，共 $(2S+1)$ 个值，即有 $(2S+1)$ 个可能的空间取向。

实验和理论都指出，自旋为整数和半整数的粒子在性质上有明显的区别，它们遵守不同的统计规律。泡利最先指出，粒子的自旋和粒子系统波函数的对称性之间存在着深刻的联系。他用相对论量子场论证明：对于半整数自旋的全同粒子系统，在交换任意两个粒子时，系统的波函数要变号。例如，对两粒子系统波函数有

$$\psi(\mathbf{r}_1, S_1; \mathbf{r}_2, S_2) = -\psi(\mathbf{r}_2, S_2; \mathbf{r}_1, S_1), \quad (1.57)$$

即波函数对两个粒子的交换是反对称的。这种自旋为半整数的粒子遵守泡利不相容原理和费米-狄拉克统计，因而这种粒子也称为费米子。

对于具有整数自旋的全同粒子系统，在交换任意两个粒子时，系统的波函数不变号。例如，对两个粒子的波函数有

$$\psi(\mathbf{r}_1, S_1; \mathbf{r}_2, S_2) = +\psi(\mathbf{r}_2, S_2; \mathbf{r}_1, S_1). \quad (1.58)$$

即波函数对交换两个这种粒子时是对称的。这种粒子系统遵守玻色-爱因斯坦统计规律，因而这种自旋为整数的粒子也称为玻色子。自旋和对称性的关系摘要如表 1.8 所示。

表 1.8 粒子自旋和粒子系统波函数的关系

粒子自旋 S（或 J）	粒子种类	交换任意两粒子时全同粒子波函数的行为	例 子
整 数	玻色子	不变号，是对称的	光子和介子
半整数	费米子	变号，是反对称的	重子和轻子

在不考虑粒子自旋和轨道之间的相互作用时，可以将几个粒子系统的波函数写为空间部分和自旋部分的乘积

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \cdots, \mathbf{r}_n; S_1, S_2, \cdots, S_n) = \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \cdots, \mathbf{r}_n) \cdot \chi(S_1, S_2, \cdots, S_n).$$

费米子系统的总波函数对于交换其中任意两个粒子是反对称

的，因此必须要求Φ和χ两个部分波函数之中有一个是对称的，另一个是反对称的．而对于玻色子系统，交换其中任意两个粒子时，波函数是对称的．因此，要求Φ和χ同时是对称的，或同时是反对称的波函数．

泡利不相容原理说：对于费米子系统，一个量子力学状态只能被一个费米子占据．这个原理在粒子物理中非常重要，可以用以下方法简单说明：如果两全同粒子的体系中，两者具有完全相同的量子数，即两粒子处于相同的状态，那么在交换两粒子的位置时，系统的波函数应该不会变号．如果两全同粒子为费米子，则费米-狄拉克统计要求，在两者交换位置时，波函数应改变符号，两者矛盾．因此具有完全相同的量子数的两个费米子系统的波函数必需为零，即两个全同费米子不能处于同一状态．

对于多个全同费米子系统，情况也是相同的．如果其中第i个和第j个粒子的自旋量子数相同，则自旋部分波函数对于交换这两个粒子是对称的．因此，空间部分波函数对于交换这两个粒子应该是反对称的．即

$$\Phi(\mathbf{r}_1,\cdots,\mathbf{r}_i,\cdots,\mathbf{r}_j,\cdots,\mathbf{r}_n)=-\Phi(\mathbf{r}_1,\cdots,\mathbf{r}_j,\cdots,\mathbf{r}_i,\cdots,\mathbf{r}_n).$$

如果让r_i无限接近r_j，即i，j两粒子，除自旋量子数相同外，位置量子数也相同时，则有

$$\Phi(\mathbf{r}_1,\cdots,\mathbf{r}_i,\cdots\mathbf{r}_i,\cdots,\mathbf{r}_n)=-\Phi(\mathbf{r}_1,\cdots,\mathbf{r}_i,\cdots,\mathbf{r}_i,\cdots,\mathbf{r}_n).$$

显然这时只有$\Phi=0$才有可能．这表明同一系统中，两个量子数完全一样的全同费米子，即两个费米子处于同一状态是不允许的，这就是泡利原理的意思．

在原子核或粒子反应中，反应前后费米子和反费米子的差数是不变的.因此，反应前后粒子系统所遵守的统计规律也不会改变，这叫作统计性守恒规律．这一结论和以后要讲到的重子数守恒及轻子数守恒等定律是一致的．因为轻子或重子都是自旋为1/2的费米子，正反费米子只能同时成对地产生或消失．这和自旋为

整数的玻色子，如 π, K 或光子等，可以以任意数目产生或消失的情况完全不同。

由奇数个费米子组成的系统仍是费米子，由偶数个费米子组成的系统则是玻色子. 如 D^2 和 N^{14} 是玻色子，而 N^{15} 则是费米子. 由费米子可以组成玻色子，而由玻色子则不能组成费米子. 从这点看费米子可能更基本些.

（五）轨道角动量和总角动量

轨道角动量是描写粒子相对运动的一个量. 和经典力学中相似，量子力学中定义轨道角动量为

$$\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p} \tag{1.59}$$

其中 $\hat{L}$, $\hat{r}$, $\hat{p}$ 等量均为算符. 动量算符 $\hat{p}$ 和坐标算符 $\hat{r}$ 为

$$\left.\begin{aligned} \hat{p}_x &= \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \quad & \hat{x} = x \\ \hat{p}_y &= \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y} \quad & \hat{y} = y \\ \hat{p}_z &= \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z} \quad & \hat{z} = z \end{aligned}\right\}. \tag{1.60}$$

角动量算符 $\hat{L}(\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z)$ 应为

$$\left.\begin{aligned} \hat{L}_x &= \hat{y}\hat{p}_z - \hat{z}\hat{p}_y = -i\hbar\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right) \\ \hat{L}_y &= \hat{z}\hat{p}_x - \hat{x}\hat{p}_z = -i\hbar\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right) \\ \hat{L}_z &= \hat{x}\hat{p}_y - \hat{y}\hat{p}_x = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) \end{aligned}\right\}, \tag{1.61}$$

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2. \tag{1.62}$$

在采用球坐标 (r, θ, ϕ) 时，角动量算符 $\hat{L}^2$ 和 $\hat{L}_z$ 的形式为

$$\left.\begin{aligned} \hat{L}^2 &= -\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right] \\ \hat{L}_z &= -i\hbar\frac{\partial}{\partial\phi} \end{aligned}\right\}. \tag{1.63}$$

两者有共同的本征函数

$$\left.\begin{aligned}\hat{L}^2\psi_{lm} &= l(l+1)\hbar^2\psi_{lm}\\ \hat{L}_z\psi_{lm} &= m\hbar\psi_{lm}\end{aligned}\right\}. \tag{1.64}$$

它们的本征值分别为

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2. \tag{1.65}$$

轨道角动量为整数：$l = 0, 1, 2\cdots$，

$$L_z = m\hbar. \tag{1.66}$$

轨道磁量子数m有$(2l+1)$个可能值：$m = 0, \pm 1, \cdots \pm l$.

量子力学的角动量，不能象经典角动量那样可以连续地取任何值，而只能取一些分立的值．在角动量量子数l取$0, 1, 2, \cdots$时，角动量L的值为：$0, \sqrt{2}\hbar, \sqrt{6}\hbar\cdots$．在空间取向上(例如有磁场时，取磁场方向为$z$方向)，角动量的分量也只能取量子化的$(2l+1)$个$m\hbar$值．用矢量图(1.37)可以更清楚地表明这种空间量子化的情况．就是说，在微观世界里，角动量无论在数值上和空间取向上都是量子化的．

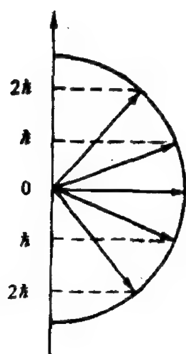


图 1.37　量子数$l = 2$的角动量矢量图

角动量的量子化性质，在很多情况下可以表现出来．例如角动量量子数$l = 1$的带电粒子，在外力场中运动时，如果作用力与轨道角动量分量L_z无关，则$m = 0, \pm 1$的三个L_z状态的能量相同，称为能级退化．加上外力场后，由于不同L_z的带电粒子所受磁场作用力不同，所以$m = 0, \pm 1$等三个L_z状态将具有不同能量．即能级将有$2l + 1 = 3$度的劈裂．这在实验上是可以看到的．

量子力学中已经证明，若$\hat{L}_1$的量子数为l_1，$\hat{L}_2$的量子数为l_2，则由$\hat{L}_1$和$\hat{L}_2$合成的总角动量$\hat{L} = \hat{L}_1 + \hat{L}_2$的量子数$l$，可取从$|l_1 + l_2|$到$|l_1 - l_2|$，彼此相差为1的所有分立值．若以$l_{\min}$表示$l_1$和$l_2$中较小的一个，则$l$可取$(2l_{\min} + 1)$个分立值．

设有两个粒子，其轨道角动量量子数分别为$l_1 = 2$和$l_2 = 3$，

其轨道角动量的本征值为

$$L_1=\sqrt{2(2+1)}\,\hbar=\sqrt{6}\,\hbar,$$
$$L_2=\sqrt{3(3+1)}\,\hbar=2\sqrt{3}\,\hbar.$$

它们合成的总角动量L有 $2l_1+1=5$ 个可能的量子数 $l=5,4,3,2,1$. 总角动量L的本征值则可能为$\sqrt{30}\hbar$, $\sqrt{20}\hbar$, $\sqrt{12}\hbar$, $\sqrt{6}\,\hbar$, $\sqrt{2}\,\hbar$.

这种角动量相加法则,对两个自旋相加 $(\mathbf{S}_1+\mathbf{S}_2)$, 自旋和轨道角动量的合成$(\mathbf{L}+\mathbf{S})$都同样适用. 若一个粒子的自旋为$\mathbf{S}$, 轨道角动量为$\mathbf{L}$, $\mathbf{L}$和$\mathbf{S}$的耦合 $\mathbf{L}+\mathbf{S}=\mathbf{J}$ 称为粒子的总角动量. 依照上述方法可以给出该粒子总角动量所有可能的值. 对于复合粒子，如原子核，其内部各粒子的自旋及轨道角动量的总和，称为此复合粒子的总角动量$\mathbf{J}$, 也称为此复合粒子的自旋. 对于不同粒子总角动量的耦合，例如 $\mathbf{J}_1+\mathbf{J}_2$, 同样可以用上述角动量合成的法则.

（六）宇称

宇称是表征微观粒子状态的另一重要参量. 它反映微观粒子状态波函数 $\psi(\mathbf{r},t)$ 在空间反射(或空间反演)变换下的特性. 在经典物理中没有和宇称对应的物理量. 所谓空间反射变换，是指将波函数的空间坐标对坐标系的原点进行反射，即把$\mathbf{r}$变换成$-\mathbf{r}$. 若以算符 $\hat{P}$ 表示这种空间反射变换,则有

$$\hat{P}\psi(\mathbf{r},t)=\psi(-\mathbf{r},t). \tag{1.67}$$

若波函数是$\mathbf{r}$的偶函数,在空间反射变换下,波函数ψ不变号,即

$$\hat{P}\psi(\mathbf{r},t)=\psi(-\mathbf{r},t)=\psi(\mathbf{r},t). \tag{1.68}$$

这时称波函数 $\psi(\mathbf{r},t)$ 具有偶宇称，或其宇称为正. 当波函数是$\mathbf{r}$的奇函数时,在空间反射变换下,波函数 $\psi(\mathbf{r},t)$ 将改变符号

$$\hat{P}\psi(\mathbf{r},t)=\psi(-\mathbf{r},t)=-\psi(\mathbf{r},t). \tag{1.69}$$

这时称波函数具有奇宇称，或宇称为负. 若波函数ψ在空间反射下，完全不是原来波函数的形式，不等于$\pm\psi$,(例如波函数中同时包括$\mathbf{r}$的奇次和偶次项)则称此波函数没有宇称,或说此波函数

具有混合宇称，没有确定的宇称．

显然，如果作两次空间反射，波函数将回到原来波函数的形式

$$\hat{P}^2\psi(\mathbf{r},t)=\hat{P}\psi(-\mathbf{r},t)=\psi(\mathbf{r},t). \tag{1.70}$$

可见 $\hat{P}$ 满足方程式

$$\hat{P}^2=1, \tag{1.71}$$

表明算符 $\hat{P}$ 具有两个本征值：$\pi=+1$ 和 $\pi=-1$.

量子力学中介绍过，粒子在中心力场中运动时，能量本征函数一般可写为

$$\psi_{nlm}\sim R_n(r)P_l^m(\cos\theta)e^{im\phi} \tag{1.72}$$

其中 n 为主量子数，l 为轨道量子数，m 为轨道磁量子数．

在球坐标系中空间反射 $\mathbf{r}\to-\mathbf{r}$ 相当于

$$\phi\to\pi+\phi,$$
$$\theta\to\pi-\theta.$$

以 $(\pi+\phi)$ 代替 ϕ 时

$$e^{im\phi}\to e^{im(\pi+\phi)}=(-1)^m e^{im\phi}.$$

以 $(\pi-\theta)$ 代替 θ 时

$$P_l^m(\cos\theta)\to P_l^m(-\cos\theta)=(-1)^{l-m}P_l^m(\cos\theta).$$

因此

$$\hat{P}\psi_{nlm}=(-1)^m(-1)^{l-m}\psi_{nlm}=(-1)^l\psi_{nlm}. \tag{1.73}$$

即在中心力场中，粒子相对运动波函数 ψ_{nlm} 的宇称只由轨道量子数 l 决定，为 $(-1)^l$．当 l 为偶数 0，2，…（s，d…波）时，轨道运动波函数有正宇称 $(\pi=+1)$；当 l 为奇数 1，3…（p，f…波）时，轨道运动状态波函数有负宇称 $(\pi=-1)$．因此我们说波函数 ψ_{nlm} 有 l 宇称．

如果两个粒子的轨道角动量分别为 l_1 和 l_2，则两粒子组合态的波函数可以写成 $\psi_{n_1l_1m_1}(\theta_1,\varphi_1)\cdot\psi_{n_2l_2m_2}(\theta_2,\varphi_2)$，这个系统的轨道角动量部分波函数的总宇称为

$$\pi=\pi_1\pi_2=(-1)^{l_1}(-1)^{l_2}=(-1)^{l_1+l_2}, \tag{1.74}$$

即宇称量子数是相乘性量子数．

下面证明，如果量子系统的哈密顿量 $\hat{H}$ 在空间反射下不变，

即

$$\hat{P}\hat{H}(\mathbf{r})=\hat{H}(-\mathbf{r})=\hat{H}(\mathbf{r}),\tag{1.75}$$

则该系统的总宇称值，在状态变化前后保持不变，即宇称守恒．这是因为

$$\hat{P}\hat{H}(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r},t)=\hat{H}(-\mathbf{r})\hat{P}\psi(\mathbf{r},t)=\hat{H}(\mathbf{r})\hat{P}\psi(\mathbf{r},t),\tag{1.76}$$

即

$$\hat{P}\hat{H}(\mathbf{r})=\hat{H}(\mathbf{r})\hat{P}.\tag{1.77}$$

$\hat{H}$ 与 $\hat{P}$ 对易，因此 $\hat{H}$ 与 $\hat{P}$ 有共同的本征函数．也就是说，系统的能量本征函数具有确定的宇称．在系统运动变化过程中，其宇称值不随时间变化，系统的宇称是守恒的．由上述可见，宇称守恒定律是在假定系统的哈密顿量在空间反射下不变的前提下得到的．如果这个条件不能满足，宇称守恒定律就会被破坏．实验结果告诉我们，宇称仅在强相互作用和电磁相互作用中守恒，而在弱相互作用中宇称守恒定律是被破坏的．这就说明弱相互作用哈密顿量不具有空间反射不变性．

对于粒子的内部（本征）波函数，在空间反射下也应该具有确定的变换性质，据此也应该能定义粒子的内禀宇称．但由于还不了解粒子内部波函数的形式，因而确定粒子的内禀宇称就不象确定粒子运动波函数，例如确定角动量本征态的宇称那样简单．

可以证明，只有纯中性粒子（如 γ，π^0 等电荷、轻、重粒子数和奇异数等相加性量子数均为零的粒子），才具有确定的内禀宇称．而对于非纯中性粒子，只能通过实验，根据宇称守恒定律，加上某种人为的规定，才能确定它们的内禀宇称．用这种方法确定的粒子内禀宇称具有某种不确定性．因为在确定了各种粒子的内禀宇称 π 后，我们还可以修改内禀宇称的定义为 $\pi'=\pi(-1)^Q$，其中 Q 为任何守恒的可加性量子数，例如电荷．这种新定义的内禀宇称 π' 仍然可以满足宇称守恒定律的要求．因此只有纯中性粒子才有绝对的内禀宇称．而对于具有可加性量子数不为零的粒子，内禀宇称与人们对它的规定有关，它只有相对的意义．

光子的宇称是这样确定的：电磁场（即光子场）可用四矢量

$A_\mu = (\mathbf{A}, i\phi)$ 来描写,它与电场强度的关系为

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\nabla\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \\ \mathbf{H} &= \nabla\times\mathbf{A} \end{aligned}\right\}. \tag{1.78}$$

因为在空间反射($\hat{P}$)下,

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{E} &\xrightarrow{P} -\mathbf{E} \\ \mathbf{H} &\xrightarrow{P} +\mathbf{H} \end{aligned}\right\}, \tag{1.79}$$

(这是因为 $\mathbf{E}$ 为矢量,而 $\mathbf{H}$ 为轴矢量),所以 $\mathbf{A}$ 是赝矢量

$$\mathbf{A} \xrightarrow{P} -\mathbf{A}, \tag{1.80}$$

即在 $\hat{P}$ 变换下 A_μ 的变换性质为

$$A_\mu \xrightarrow{P} (-\mathbf{A}, i\phi). \tag{1.81}$$

光子与 A_μ 空间部分有关,因而光子具有负的内禀宇称.

实验上还确定了 π^0 的内禀宇称也是负的.

如前所述,非纯中性粒子的内禀宇称只有相对意义. 人们一般作如下规定

1. 对于核子　　$\pi_p = \pi_n = +1$.

2. 对于一组同位旋多重态的成员,其内禀宇称相同. 如 $\pi_{\pi^+} = \pi_{\pi^-} = \pi_{\pi^0} \equiv \pi_\pi = -1$.

3. 对于奇异粒子　　$\pi_K = -1$, $\pi_\Lambda = +1$.

4. 量子场论中可以证明　　正反费米子的内禀宇称相反; 正反玻色子的内禀宇称相同.

目前粒子性质表上的诸粒子宇称值都符合上述规定.

对两粒子系统,在反应 $a + b \to c + d$ 中,反应前后宇称守恒要求:

$$\pi_a\pi_b(-1)^l = \pi_c\pi_d(-1)^{l'}. \tag{1.82}$$

π_a、π_b、π_c、π_d 分别为 a、b、c、d 粒子的内禀宇称. l 和 l' 分别为反应前和反应后两粒子体系的相对运动轨道角动量.

由规定 4 可知,一对正反粒子组成的纯中性系统有确定的宇称. 如

$$\left.\begin{array}{ll}\text{正反费米子系统有} & \pi=(-1)^{l+1}\\ \text{正反玻色子系统有} & \pi=(-1)^{l}\end{array}\right\},\qquad(1.83)$$

其中 l 为正反粒子相对运动的轨道角动量.

由于在弱作用中宇称不守恒，因此只参加弱相互作用的中微子的内禀宇称是无法确定的. 对于 $e^{\pm}$ 和 $\mu^{\pm}$ 两种轻子，虽然人们并没有明确规定其内禀宇称，但规定 4 及 (1.83) 式对它们也是适用的.

1.3.3 粒子表

附录中给出反映目前已知各种粒子的性质和分类的粒子表，它是目前对粒子认识和实验数据的一个总结. 它分为稳定粒子(不以强作用衰变的各种粒子)，介子(主要是介子共振态)和重子(主要是重子共振态)表三部分. 其中所列粒子性质，除已介绍过的质量 (m)，电荷 ($\pm$, 0)，平均寿命 (τ) 或全宽度 (Γ)，衰变模式及其分支比，自旋 (J) 和宇称 (P) 外，还有同位旋 (I)，G 宇称 (G)，电荷共轭宇称 (C) 等量子数. 这些量子数的物理意义将在以后章节中陆续介绍.

粒子表中所列粒子有几百种，性质各异. 按照其相互作用性质粒子可以分成几大类.

(一) 轻子

轻子主要参与弱相互作用，不参与强相互作用，带电轻子也参与电磁相互作用. 目前实验上证实存在的轻子有 e^-, μ^-, τ^-, ν_e, ν_μ 及其反粒子共十种. 第三章将详细讨论它们的性质.

(二) 强子

强子参与强相互作用和弱相互作用，带电强子或中性带磁矩强子都参与电磁相互作用. 强子中又可分为介子和重子两类:

1. 介子. 包括 π, K 和 η 介子等不进行强相互作用衰变的"稳定"介子和为数众多的介子共振态，以及它们的反粒子. 介子是玻色子.

2. 重子. 包括核子 (p, n)，超子 (Λ, Σ, Ξ, Ω) 等"稳定"重子

和一系列的重子共振态，以及所有和它们对应的反粒子. 重子都是费米子.

根据一系列实验事实，目前理论上认为强子是有结构的. 它们可能是由层子(或称夸克)组成的，虽然到目前为止还没有找到自由存在的层子. 在第四章中我们将详细地介绍强子的性质. 在第六章中我们将介绍强子结构问题.

(三) 媒介子——传递各种相互作用的粒子

量子场论认为，各种相互作用都是由相应的中间媒介子来传递的. 如前节所述，这些传递相互作用的粒子都是玻色子，有的(如 γ、$W^{\pm}$、Z^0) 已经被发现，有的 (如 g) 则是理论预言的，还没有被发现.

本书上册将介绍轻子、强子及其分类. 下册各章中将系统地介绍几种相互作用理论，对这几种媒介子的性质也将有进一步的介绍.

习 题

1. 证明自然单位制和 C. G. S. 制单位之间，有如下关系:

自然单位	C. G. S. 单位
1/MeV	6.6×10^{-22} 秒
1/MeV	197×10^{-13} 厘米
MeV	1.8×10^{-27} 克

2. 在自然界存在的四种基本相互作用中，下列各例属于哪一种?

(a) 太阳系的结合力.

(b) 分子之间的结合力.

(c) 原子中电子和原子核之间的结合力.

(d) 原子核中核子之间的结合力.

(e) $\pi^0\to\gamma+\gamma$ 衰变过程.

(f) $\Lambda\to p+\pi^-$ 衰变过程.

3. 利用测不准关系说明: "原子核的质子-电子结构假设" 存在着理论上的困难(原子核的线度为 10^{-12} 厘米).

4. 如果粒子的动能 T 是其静质量 m 的 N 倍，证明:

(a) $\gamma = N + 1$.

(b) $\beta = \frac{1}{N+1}\sqrt{N(N+2)}$.

(c) $p = m\sqrt{N(N+2)}$.

5. 写出粒子动能 T 和其速度 β 之间的关系，并计算：

在 $\beta = 0.5$; 0.9; 0.9999 时，电子和质子的动能.

6. 计算动能为

(a) $T = 10\text{eV}$　　(b) $T = 100\text{MeV}$

(c) $T = 100\text{GeV}$　　(d) $T =$ 粒子的静质量

这几种情况下，电子和质子的物质波（DeBroglie Wave）的波长是多少？

7. 证明光子不能在自由空间产生正、负电子对.

8. 在康普顿效应中，设入射光的波长 $\lambda = 0.03\text{Å}$，它与自由电子作用后，电子的速度为 $\beta = 0.6$，求散射光波长 $\lambda' = ?$.

9. 迴旋加速器和同步加速器之间的本质区别是什么？是哪些因素限制这两种加速器的能量无限增加？试作一些定量说明.

10. 试说明直线加速器（例如斯坦福电子直线加速器）的基本原理. 与圆形加速器比较，它有哪些优缺点？

11. 为什么近年建造的加速器主要是对撞机，与固定靶加速器比较，对撞机的优缺点是什么？它能完全代替固定靶加速器吗？

参 考 文 献

[1] L. Ryder 著，宋孝同等译，基本粒子与对称性，科学出版社(1983).

[2] Donald H. Perkins, Introduction to High Energy Physics, Addison-Wesley Publishing Company, (1982).

[3] Emilio Segre, Nuclei and Particles, W. A. Benjamin, Inc., (1977).

[4] F. E. Close, An Introduction to Quarks and Partons, Academic Press, (1979).

[5] 张文裕，通往本世纪物理学的重大成就——关于 W^+、W^- 和 Z^0 粒子的发现与感想，自然辩证法通讯，No. 2, 6(1984).

[6] 现代物理学参考资料，第 1, 3, 5 集，科学出版社 (1976—1980).

[7] 唐孝威主编，粒子物理实验方法，人民教育出版社 (1982).

[8] 徐克尊等编，粒子探测技术，上海科学技术出版社 (1981).

[9] 席德明等编著，常用核电子学技术，科学出版社 (1982).

[10] H. Frauenfelder 著，姚属平等译，核物理和粒子物理，原子能出版社 (1981).

[11] H. Frauenfelder 著，王忠民等译，亚原子物理，原子能出版社 (1982).

[12] 蔡漪澜，马彤军，自然杂志，**10**, 776—785 (1983).

[13] 阎康年，自然辩证法通讯，No. 5, 45 (1983).
[14] 王淦昌，物理学报，**16** (7), 365 (1960).
[15] 章乃森等，物理学报，**20** (12), 1244 (1964); **21** (1), 121(1965); **21**(4), 748 (1965). 原子能，**5**, 443(1964); 第九届及第十届国际高能物理会议论文集(1959—1960).
[16] 张文裕，我国高能物理三十五年的回顾，高能物理 **3**, 1(1984).
[17] 中国北京基本粒子理论组，层子模型，北京物理讨论会报告 (1966); 原子能，**3**,137(1966);北京大学学报，自然科学版，**2**, 103(1966); 高等学校自然科学学报，物理学版，**1**, 57(1966).

第二章　高速粒子运动学

经典力学中，时间与空间都是绝对的，两者互不相关；在不同惯性系统中，彼此时间相同，而且与空间坐标无关；两个惯性系统中的空间坐标由伽利略(Galileo)变换互相联系，这些概念只适用于低速运动范围．在高能时，粒子速度接近光速，实验表明，伽利略变换已不适用，需要用相对论概念来处理问题．狭义相对论的基本原理认为：所有惯性系统在物理上都是等价的，在所有惯性系统中，光在真空里的速度都是一样的．根据这些概念，两个惯性系统中的时间并不相同，而与两者间的相对速度有关．在狭义相对论中，时间、空间坐标并不互相独立；在惯性坐标系之间时、空坐标由洛伦兹变换相互联系着．因此，处理高速粒子相互作用的问题，首先要掌握相对论运动学，用洛伦兹变换处理时间、空间、能量、动量等之间的相互关系．

在具体讨论运动学问题之前，先来讲一下单位制．在粒子物理学中，除了使用 C·G·S 单位制以外，一种常用的单位制是自然单位制．因为经常要碰到光速 c 和普朗克常数 $\hbar$ 两个常数．在 C·G·S 单位制中，它们的数值分别为：$c = 2.998 \times 10^{10}$ 厘米/秒和 $\hbar = 1.055 \times 10^{-27}$ 尔格·秒．为了简便，人们常选用自然单位制．在其中令

$$c = \hbar = 1. \tag{2.1}$$

这样，粒子物理中的公式便大为简化．在自然单位制下，长度 $[L]$ 和时间 $[T]$ 都有质量倒数的因次

$$[L] = [T] = [M]^{-1}.$$

动量、能量均和质量的因次相同，为 $[M]$．而电荷是无因次量．由于光速 $c = 1$，自然单位制中的 1 秒，相当于 C·G·S 制中的 3×10^{10} 厘米．

(2.1) 式并没有使自然单位制完全确定，还可以任意选定质量的单位. 通常选 MeV 为自然单位制中的质量单位，但也可以选某种粒子的质量 (m_0) 作为质量单位，此时长度的单位 (l_0) 就是这种粒子的康普顿波长 ($\lambdabar_0$).

$$\lambdabar_0 = \frac{\hbar}{m_0 c} \to \frac{1}{m_0} = 1.$$

而时间单位 (t_0)，则是光通过上述单位长度所需的时间.

$$t_0 = \frac{\lambdabar_0}{c} = \frac{\hbar}{m_0 c^2} = \frac{1}{m_0} = 1.$$

例如，如果选用 π 介子质量为质量单位时，则这样的自然单位和 C·G·S 制单位之间关系是

$$m_0 = m_\pi = 2.49 \times 10^{-25} \text{克},$$

$$l_0 = \lambdabar_\pi = \frac{\hbar}{m_\pi c} = 1.414 \times 10^{-13} \text{厘米},$$

$$t_0 = \frac{\lambdabar_\pi}{c} = \frac{\hbar}{m_\pi c^2} = 4.71 \times 10^{-24} \text{秒}$$

其中 m_0, l_0, t_0 分别表示以 π 介子质量为质量单位时，自然单位制中的单位质量，单位长度和单位时间.

在选用质子质量为质量单位时，自然单位制中的单位质量 (m_0')，单位长度 (l_0') 和单位时间 (t_0') 和 C·G·S 制单位之间的关系分别为

$$m_0' = 1.67 \times 10^{-24} \text{克},$$

$$l_0' = 0.211 \times 10^{-13} \text{厘米},$$

$$t_0' = 0.07 \times 10^{-23} \text{秒}.$$

下面我们将采用自然单位制，这样在公式中都省略了 c, $\hbar$ 等量，这就给计算和书写带来了方便. 对某些计算结果，我们给出习惯用的 C·G·S 制写法. 我们可以记住 $\hbar c = 197\text{MeV} \cdot \text{fm}$. 即一个质量为 $m_0 c^2 = 197\,\text{MeV}$ 的粒子，其康普顿波长为 $\hbar/m_0 c = \hbar c/m_0 c^2 = 1\,\text{fm}$. 我们知道 1fm (费米) = 10^{-13} 厘米.

§2.1 洛伦兹变换

2.1.1 空间-时间四维矢量洛伦兹变换

在某些参考系统中，自由粒子可以保持其静止或等速直线运动状态，这些系统被称为**惯性参考系**，或简称**惯性系**. 设坐标系 x, y, z 是一个惯性系，另一坐标系 x', y', z' 相应各轴都与前一坐标系平行，但沿 x 方向以速度 v 相对于前一坐标系运动（图 2.1）. 伽利略变换认为时间是独立的，绝对的. 在上述两种惯性系中，时间标准是一样的. 假设在某一起始时刻 $t = t' = 0$ 时，两坐标系的原点 0 与 $0'$ 是相重合的，这时两坐标系之间的坐标变换应有

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}\right\}. \tag{2.2}$$

相应的速度变换为

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx'}{dt'} &= \frac{dx}{dt} - v \\ \frac{dy'}{dt'} &= \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz'}{dt'} &= \frac{dz}{dt} \end{aligned}\right\}, \tag{2.3}$$

$$\frac{dt}{dt'} = 1$$

即

$$dt = dt'. \tag{2.4}$$

根据伽利略变换关系，如果在 x, y, z 系统中，光线以速度 c 向 x 方向传播，在 x', y', z' 系统中测量时，光速似乎应该等于 $c - v$. 但实验上测光速时，发现在各种惯性系统中光速均相同. 即如果在 x, y, z 系统中测得的光速 c 等于 2.997925×10^{10} 厘米/

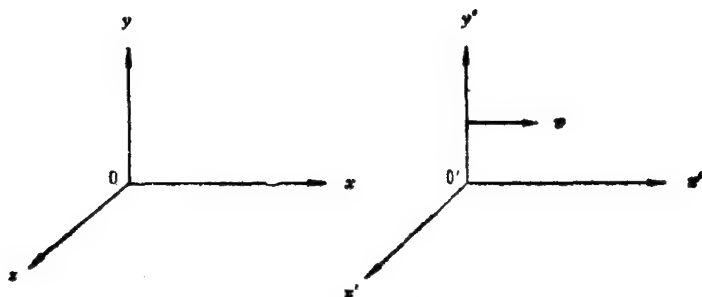


图 2.1 相对速度为 v 的两个平行惯性坐标系

秒，那么在 x', y', z' 系统中测到的光速仍然是那么大. 这和伽利略变换是矛盾的. 但反复进行这类实验，结果都支持“光速在不同惯性系统中相同”这一结论. 在伽利略变换中，牛顿定律的形式在不同惯性系统中是一样的. 而另一些定律，例如与速度有关的电磁作用规律，根据伽利略变换，在不同惯性系统中则不能保持同样的公式形式.

这种事实表明，经典力学和伽利略变换不适用于高速(接近于光速 c)运动的现象. 爱因斯坦的狭义相对论解决了这个问题. 狭义相对论认为：相对作高速运动的惯性系之间，需要用洛伦兹变换关系进行坐标变换，这样才能符合光速在不同惯性系中相同的基本事实. 同时，也能保证在不同惯性系中，物理规律的形式都是一样的这一基本要求. 对于图 2.1 所示的两平行惯性系统之间，适用的洛伦兹时间——空间变换关系的具体形式为

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \end{aligned}\right\}. \tag{2.5}$$

为了简单，通常记

$$\boldsymbol{\beta}=\mathbf{v}/c, \tag{2.6}$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{2.7}$$

从(2.5)式可见，在由洛伦兹变换联系的，具有相对运动的两惯性系中，时间并不一样($t \neq t'$)，而且时间和空间不可分割地密切联系着.

设一个粒子，在 x, y, z, t 系统中速度为 $\mathbf{u}$，在三个坐标轴方向的分量分别为 u_x, u_y, u_z. 根据洛伦兹变换关系(2.5)式，可以算出相应的速度变换关系，即在 x', y', z', t' 系统中测到这个粒子的速度是

$$u_x'=\frac{u_x-v}{1-u_xv/c^2}, \tag{2.8}$$

$$u_y'=\frac{u_y}{\gamma(1-u_xv/c^2)}, \tag{2.9}$$

$$u_z'=\frac{u_z}{\gamma(1-u_xv/c^2)}. \tag{2.10}$$

设 u_x 等于光速 c，(2.8)式变为

$$u_x'=\frac{c-v}{1-cv/c^2}=c, \tag{2.11}$$

即无论在 x, y, z, t 系统或 x', y', z', t' 系统中，光的传播速度同样为 c. 这说明，洛伦兹变换符合不同惯性系中光速都相同的实验事实.

采用自然单位制，把(2.5)式写成矩阵形式

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}. \tag{2.12}$$

反过来，若用 $0'$ 坐标系中的坐标来表示 0 坐标系中的坐标，平行洛伦兹变换的矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix}. \tag{2.13}$$

可以定义

$$X = x_\mu = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (x, y, z, it), \tag{2.14}$$

$$\mu = 1, 2, 3, 4.$$

x_μ 构成闵可夫斯基空间的四矢量，这样可将平行洛伦兹变换写成

$$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu, \tag{2.15}$$

$$(a_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}.$$

矩阵 $(a_{\mu\nu})$ 是一个么正矩阵，满足么正性条件

$$\left.\begin{aligned} a_{\mu\nu} a_{\mu\lambda} &= \delta_{\nu\lambda} \\ a_{\mu\lambda} a_{\nu\lambda} &= \delta_{\mu\nu} \end{aligned}\right\}. \tag{2.16}$$

更一般地，如果任何一组量 A_1, A_2, A_3, A_4，在洛伦兹变换下的性质和 x_μ 相同，那么这四个量就可以构成一个四矢量 $A_\mu = (\mathbf{A}, A_4) = (\mathbf{A}, iA_0)$，其中 $\mathbf{A}$ 是空间分量，第四分量 A_4 是纯虚的，而 A_0 是实的.

在上述定义下可以证明，两个四矢量 A_μ 和 B_μ 的标量积

$$\begin{aligned} A_\mu B_\mu &= A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 + A_4 B_4 \\ &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} - A_0 B_0. \end{aligned} \tag{2.17}$$

在洛伦兹变换下是不变的，称为洛伦兹不变量或洛伦兹标量. 这是因为由 (2.15) 和 (2.16) 式，

$$A'_\mu B'_\mu = a_{\mu\nu} A_\nu a_{\mu\lambda} B_\lambda = \delta_{\nu\lambda} A_\nu B_\lambda = A_\nu B_\nu$$

作为一个特例，四矢量 x_μ 和它自身的标量积

$$x_\mu x_\mu = x^2 + y^2 + z^2 - t^2 = X^2,$$

显然也是一个洛伦兹不变量. 这也可以由 (2.12) 式直接证明.

根据洛伦兹变换关系，虽然在同一坐标系内各坐标点上，时间

间隔 $\Delta t = t_1 - t_2$ 是相同的，但在两相对运动的惯性坐标系上看同一时间间隔，却会得到不同的结论．例如，设一个不稳定粒子，固定在 x', y', z', t' 坐标系中．在这一系统中看到这个粒子在 t_1' 时刻产生，在 t_2' 时刻衰变，其寿命时间为 $\Delta t' = t_1' - t_2'$．但同一事件，从另一具有等速相对运动的 x, y, z, t 系统上来看，此粒子是在 t_1 时刻产生而在 t_2 时刻衰变，因而认为这个以速度 v 运动着的粒子寿命时间为 $\Delta t = t_1 - t_2$．根据洛伦兹变换式应有

$$t_1 = \gamma(t_1' + \beta x_1'),$$

$$t_2 = \gamma(t_2' + \beta x_2').$$

因为在 x', y', z', t' 坐标系中，粒子是静止的，产生和衰变都在同一地点，故 $x_1' = x_2'$，则

$$\Delta t = \gamma(t_1' - t_2') = \gamma \Delta t'. \qquad (2.18)$$

这种运动坐标系中时间间隔 (Δt) 比静止坐标系中的时间间隔 $(\Delta t')$ 变长的现象，常称为时间的洛伦兹膨胀．对于粒子的平均寿命 τ，同样有

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma \tau_0, \qquad (2.19)$$

即在对粒子相对静止的坐标系中测到的粒子平均寿命是最短的，称为粒子的固有平均寿命 (τ_0)．在对粒子有相对运动的坐标系中测到的粒子平均寿命(τ)，即粒子飞行衰变时的平均寿命 τ，τ 要比 τ_0长．对 μ 介子而言，其质量 $m_\mu = 106$MeV，固有寿命约为2.2×10^{-6}秒．而总能量为 106GeV 的 μ 介子，其 γ 值为 1000，飞行衰变寿命将为 2.2×10^{-3} 秒．相应的 μ 介子在实验室系统中的平均飞行长度$(L = \gamma c \tau_0)$也近似增长 1000 倍．再如 1.4GeV 的 $\pi^\pm$ 介子，从产生到衰变平均可飞行 70 多米．14GeV 的 $\pi^\pm$ 介子平均可飞行 700 多米．而低能 $\pi^\pm$ 介子，在衰变前只能飞行几米．

类似的方法可以证明，从静止系统中看固定在运动系统中的某物体，其长度将由 l_0 缩短成 l，

$$l = \frac{l_0}{\gamma}. \qquad (2.20)$$

反之，从 x', y', z' 系统中观察固定在 x, y, z 系统中的粒子及物体，同样会得到寿命延长，长度缩短等结论.

2.1.2 动量-能量四维矢量洛伦兹变换

一个系统中动量 $\mathbf{p}\,(p_x, p_y, p_z)$ 和能量 E 组成另一组四矢量 $P = p_\mu\,(p_x, p_y, p_z, iE)$，它在图 2.1 所示具有相对速度 β 的两平行惯性系统 (x, y, z, t) 和 (x', y', z', t') 间的洛伦兹变换关系为

$$\left.\begin{aligned} p'_x &= \gamma(p_x - \beta E) \\ p'_y &= p_y \\ p'_z &= p_z \\ E' &= \gamma(E - \beta p_x) \end{aligned}\right\}. \tag{2.21}$$

根据 (2.21) 式可以导出洛伦兹不变式

$$E^2 - \mathbf{p}^2 = E'^2 - \mathbf{p}'^2 = 常量. \tag{2.22}$$

如果系统为单一粒子，其静质量为 m_0，我们将 x', y', z' 系统固定在 m_0 上，即 m_0 粒子在 x', y', z' 系内是静止的，其动量 $\mathbf{p}' = 0$ 则此时不变式的常量应等于 m_0^2.

$$E^2 - \mathbf{p}^2 = (E')^2 = m_0^2. \tag{2.23a}$$

对于多粒子系统，其总能量和总动量组成四矢量. 在彼此间无相互作用时有洛伦兹不变式

$$\left(\sum_i E_i\right)^2 - \left(\sum_i \mathbf{p}_i\right)^2 = 常量. \tag{2.23b}$$

在质心系统中 $\sum_i \mathbf{p}_i^* = 0$，此常量等于 $E_{cm}^2 = E^{*2} = S$. 在一般情况下，此常量并不等于系统的总质量 M_0. 但若这个多粒子系统是由单一母粒子 M_0 衰变产生的，则这一常量等于母粒子总静止能量的平方 (M_0^2)，M_0 称为这个多粒子系统的不变质量.

从 x、y、z 系统观察固定在 x'、y'、z' 系统中的粒子 m_0，由于 x'、y'、z' 系统相对于 x、y、z 系统以速度 $\boldsymbol{\beta}$ 运动，则根据 (2.21) 式，可以写出

$$\mathbf{p} = \frac{\boldsymbol{\beta} E'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0 \boldsymbol{\beta}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma m_0 \boldsymbol{\beta} = m \boldsymbol{\beta}, \tag{2.24}$$

$$E=\frac{E'}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}=\gamma m_0=m. \qquad (2.25)$$

故对运动着的粒子 m_0 有关系式

$$\boldsymbol{\beta}=\frac{\mathbf{p}}{E}, \qquad (2.26)$$

$$\gamma=\frac{E}{m_0}. \qquad (2.27)$$

表 2.1　γ 值随 β 值的变化关系

$\beta=\frac{v}{c}=\frac{p}{E}$	0.001	0.01	0.1	0.15	0.7	0.9	0.95	0.99	0.999
$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{E}{m_0}$	1	1.00005	1.005	1.159	1.402	2.30	3.16	7.10	22.3

如果定义粒子动能 T 是粒子总能量 E 减去粒子静质量 m_0，则有

$$T=E-m_0=\gamma m_0-m_0=(\gamma-1)m_0. \qquad (2.28)$$

或根据 (2.23) 式

$$p^2=E^2-m_0^2=(T+m_0)^2-m_0^2=T^2+2Tm_0, \qquad (2.29)$$

在低能时，$p^2\ll m_0^2$，将 (2.23a) 式展成级数

$$E=(p^2+m_0^2)^{1/2}=m_0+\frac{p^2}{2m_0}+\cdots, \qquad (2.30)$$

即在低能情况下，粒子的总能量是粒子静止能量加粒子的经典动能 $\frac{p^2}{2m_0}$.

或考虑到低能时，粒子的运动速度小于光速，即 $\beta=\frac{v}{c}\ll 1$，将 (2.25) 式展开

$$E=\gamma m_0=m_0(1-\beta^2)^{-1/2}$$
$$=m_0+\frac{1}{2}m_0\beta^2+\frac{3}{8}m_0\beta^4+\cdots, \qquad (2.31)$$

故有

$$T = E - m_0 = \frac{1}{2} m_0\beta^2\left(1 + \frac{3}{4}\beta^2 + \cdots\right). \qquad (2.32)$$

因为 $\beta \ll 1$，$\frac{3}{4}\beta^2$ 及以下各项都可忽略，这样就得到了经典力学的动能表达式 $T = \frac{1}{2} m_0 v^2$.

作为洛伦兹变换式 (2.21) 的一个应用，下面我们讨论粒子运动方向在两平行惯性系之间的变换关系. 设某粒子的运动方向在惯性系 O 中为 (θ, ϕ)，在以速度 β 沿 x 轴方向运动的另一惯性系 O' 中为 (θ', φ')，如图 2.2 所示.

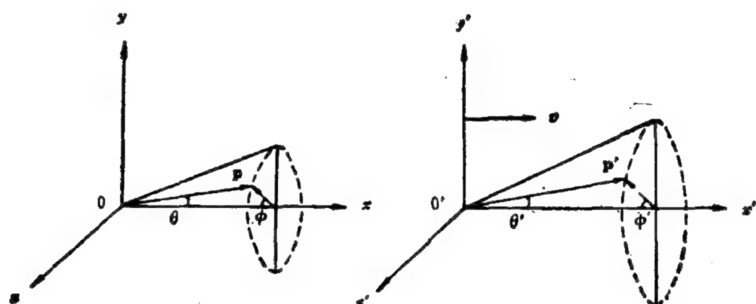


图 2.2　粒子在两平行惯性系中的运动方向

首先我们证明方位角 ϕ 在两平行惯性坐标系中是相等的，即

$$\phi' = \phi, \qquad (2.33)$$

这是因为

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{p_z}{p_y} = \frac{p'_z}{p'_y} = \operatorname{tg}\phi'.$$

下面讨论极角 θ 和 θ' 之间的变换关系. 根据 (2.21) 式有

$$p'\cos\theta' = \gamma(p\cos\theta - \beta E), \qquad (2.34)$$

$$p'\sin\theta' = p\sin\theta. \qquad (2.35)$$

(2.35) 式除以 (2.34) 式得

$$\operatorname{tg}\theta' = \frac{p\sin\theta}{\gamma(p\cos\theta - \beta E)} = \frac{u\sin\theta}{\gamma(u\cos\theta - \beta)}, \qquad (2.36)$$

其中 $u=\frac{p}{E}$ 是粒子在惯性系 O 中的运动速度. 也可将(2.36)式写为

$$\operatorname{tg}\theta'=\frac{\operatorname{tg}\theta}{\gamma\left(1-\frac{\beta}{u\cos\theta}\right)}=\frac{\operatorname{tg}\theta}{\gamma\left(1-\frac{\beta}{u_x}\right)}. \tag{2.37}$$

同样,根据反洛伦兹变换可得

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{p'\sin\theta'}{\gamma(p'\cos\theta'+\beta E')}=\frac{u'\sin\theta'}{\gamma(u'\cos\theta'+\beta)}. \tag{2.38}$$

这里 $u'=\frac{p'}{E'}$ 是粒子在 O' 系中的速度. 或将上式写为

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{\operatorname{tg}\theta'}{\gamma\left(1+\frac{\beta}{u'\cos\theta'}\right)}=\frac{\operatorname{tg}\theta'}{\gamma\left(1+\frac{\beta}{u'_x}\right)}. \tag{2.39}$$

2.1.3 洛伦兹变换的快度描写

前面讲过，图 2.1 所示的两平行运动惯性系之间的时空关系由洛伦兹变换给出

$$\left.\begin{aligned}x'&=\gamma(x-\beta t)\\ y'&=y\\ z'&=z\\ t'&=\gamma(t-\beta x)\end{aligned}\right\}. \tag{2.40}$$

为了方便,可以用快度 Y 代替 β 来描写洛伦兹变换.

(一) 快度 Y 的定义

快度 Y 的定义为

$$\begin{aligned}\operatorname{sh}Y&=\frac{1}{2}(e^{Y}-e^{-Y})=\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}=\gamma\beta,\\ \operatorname{ch}Y&=\frac{1}{2}(e^{Y}+e^{-Y})=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\gamma.\end{aligned} \tag{2.41}$$

可以看到,这样定义的 Y 是与 β 是一一对应的

$$\beta:\ -1\rightarrow 0\rightarrow 1,$$

$$Y: -\infty \to 0 \to +\infty.$$

这样 (2.40) 式就可写成

$$\left.\begin{aligned} x' &= x\,\mathrm{ch}Y - t\,\mathrm{sh}Y \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= -x\,\mathrm{sh}Y + t\,\mathrm{ch}Y \end{aligned}\right\}, \tag{2.42}$$

或用矩阵写出

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{ch}\,Y & 0 & 0 & -\mathrm{sh}\,Y \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{sh}\,Y & 0 & 0 & \mathrm{ch}\,Y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}. \tag{2.43}$$

现在我们来讨论速度的合成问题. 如图 2.3 所示，设 S' 坐标系相对 S 系以速度 β' 沿 x 方向运动，S'' 系相对 S' 以速度 β'' 沿 x' 方向运动，则根据相对论速度相加公式，S'' 系相对于 S 系的速度 β 为

$$\beta = \frac{\beta' + \beta''}{1 + \beta'\beta''}. \tag{2.44}$$

但以快度描写时，公式就变得很简单了.

$$Y = Y' + Y''. \tag{2.45}$$

即在不同惯性坐标系中，粒子的快度分布具有相同的形状，只是起点平移. 这是因为

$$\tanh Y = \beta,$$

所以 (2.44) 式变为

$$\begin{aligned} \tanh Y &= \frac{\tanh Y' + \tanh Y''}{1 + \tanh Y' \tanh Y''} \\ &= \tanh(Y' + Y''), \end{aligned} \tag{2.46}$$

即得 (2.45) 式. 可见快度在洛伦兹变换下可以简单地相加，这样就给计算带来了很大方便. 近年来，在研究高能多重产生反应时，常利用快度代替速度来进行理论分析和计算.

（二）能量-动量四维矢量变换的快度描写

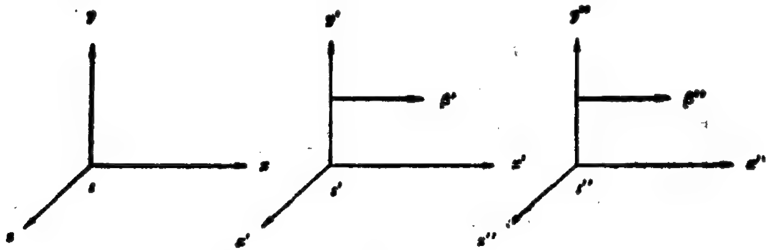


图 2.3 三个相对平行运动的惯性坐标系

我们知道，自由粒子的四动量 $P = p_\mu = (\mathbf{p}, iE)$ 和时空四矢量 $X = x_\mu = (\mathbf{r}, it)$ 遵从相同的洛伦兹变换关系，因此我们也可以把动量和能量在两个平行运动的惯性坐标系之间的洛伦兹变换用快度表示为

$$\left.\begin{aligned} p'_x &= p_x \operatorname{ch} Y - E \operatorname{sh} Y \\ p'_y &= p_y \\ p'_z &= p_z \\ E' &= -p_x \operatorname{sh} Y + E \operatorname{ch} Y \end{aligned}\right\}. \tag{2.47}$$

根据上式可以证明，如果在一个惯性坐标系 S 中，某粒子的动量 $\mathbf{p}$ 的方向不和 x 轴平行，则该粒子的能量 E 和动量在 x 方向的分量 p_x 可表示为

$$E = m_\perp \operatorname{ch} Y, \tag{2.48}$$

$$p_x = m_\perp \operatorname{sh} Y. \tag{2.49}$$

其中

$$m_\perp = \sqrt{m^2 + p_y^2 + p_z^2}. \tag{2.50}$$

$m_\perp$ 的物理意义是，如果主要观察粒子在 x 方向运动的变换性质，可以把粒子等效地看成没有 y 和 z 方向的运动，但其质量增加为 $m_\perp$。

当在另一个相对于 S 系平行运动的 S' 系中观察和描写该粒子的运动情况时，只须将 S' 系相对于 S 系的快度 Y' 从粒子相对于 S 系的快度 Y 中减去就行了。这时粒子相对于 S' 系的能量和

动量可以简单地写为

$$E' = m_{\perp}\mathrm{ch}(Y - Y'), \tag{2.51}$$

$$p'_x = m_{\perp}\mathrm{sh}(Y - Y'). \tag{2.52}$$

这就是利用快度的方便之处. 若用速度来描写这个情况，问题就比较复杂了.

(三) 两粒子的相对快度

如果两个粒子在 S 系中沿某一方向(例如 x 方向)运动，其快度分别为 Y_1 和 Y_2，在一个相对于 S 系以快度 Y_{01} 沿 x 方向运动的 S' 系看来，它们的快度分别变为

$$Y'_1 = Y_1 - Y_{01},$$

$$Y'_2 = Y_2 - Y_{01}.$$

两个粒子的快度之差为

$$\Delta Y' = Y'_1 - Y'_2 = Y_1 - Y_2 = \Delta Y, \tag{2.53}$$

即在 S 和 S' 系中两个粒子的快度之差相等，或者说相对快度是洛伦兹不变的. 如果在另一个沿 x 方向运动的 S'' 系中看，第一个粒子的快度为 Y''_1，第二个粒子的快度为 $Y''_2 = 0$，则有

$$\Delta Y'' = Y''_1 = \Delta Y = \Delta Y'. \tag{2.54}$$

两个粒子的相对速度就没有这样简单的关系了.

§2.2 实验室坐标系和质心坐标系

2.2.1 质心坐标系和反应有效能量

设一组质量分别为 $m_1, m_2\cdots m_k$ 的粒子，它们在实验室系中的坐标分别为 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2\cdots\mathbf{r}_k$，定义该粒子系统的质心坐标为

$$\mathbf{r}_c = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i}. \tag{2.55}$$

质心在实验室系中的速度为

$$\mathbf{v}_c=\frac{d\,\mathbf{r}_c}{dt}=\frac{\sum_i m_i\frac{d\,\mathbf{r}_i}{dt}}{\sum_i m_i}=\frac{\sum_i m_i\,\mathbf{u}_i}{\sum_i m_i}=\frac{\sum_i \mathbf{p}_i}{\sum_i m_i}. \tag{2.56}$$

与质心相对静止的坐标系称为质心系．若把粒子系统在质心系中的坐标分别记为 $\mathbf{r}_1^*, \mathbf{r}_2^*\cdots\mathbf{r}_k^*$，质心坐标记为 $\mathbf{r}_c^*$（我们以 * 号来标记质心系中的量），同样有

$$\mathbf{r}_c^*=\frac{\sum_i m_i\,\mathbf{r}_i^*}{\sum_i m_i}. \tag{2.57}$$

因为在质心系中质心是静止的，故有

$$\mathbf{v}_c^*=\frac{d\,\mathbf{r}_c^*}{dt}=\frac{\sum_i m_i\frac{d\,\mathbf{r}_i^*}{dt}}{\sum_i m_i}=\frac{\sum_i m_i\,\mathbf{u}_i^*}{\sum_i m_i}=\frac{\sum_i \mathbf{p}_i^*}{\sum_i m_i}=0, \tag{2.58}$$

即在质心系中这组粒子的总动量 $\mathbf{p}^*$ 为零

$$\mathbf{p}^*=\sum_i \mathbf{p}_i^*=0. \tag{2.59}$$

在粒子物理中，由于粒子系统可能包括静质量为零，但具有一定动量的光子或中微子等，因而以总动量 $\mathbf{p}^*$ 为零的 (2.59) 式来定义一组粒子的质心坐标系，或称之为动量中心系更为适当．

先考虑在非相对论情况下的两体 (m_1, m_2) 反应在质心系中的相互作用有效能量 (E^*)．

设在实验室系中，质量为 m_1，速度为 $\mathbf{u}_1$ 的粒子和质量为 m_2 的静止靶粒子碰撞．在质心系中看，两粒子分别以速度 $\mathbf{u}_1^*$、$\mathbf{u}_2^*$ 对头碰撞，其总动量 $\mathbf{p}^*$ 为零，如图 2.4.

$$m_1\mathbf{u}_1^*+m_2\mathbf{u}_2^*=\mathbf{p}_1^*+\mathbf{p}_2^*=\mathbf{p}^*=0.$$

在实验室系中，两粒子体系的总动量 $\mathbf{p}$，总能量 E 和质心速度 $\mathbf{v}_c$ 分别有表达式

$$\mathbf{p}=m_1\mathbf{u}_1, \tag{2.60}$$

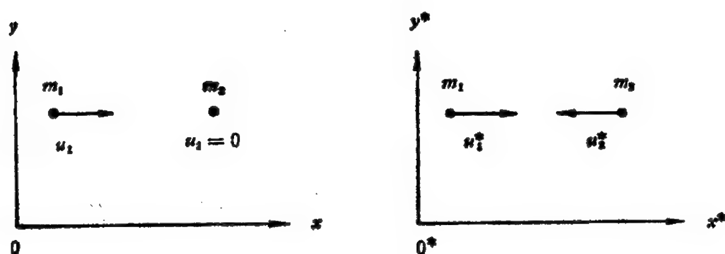


图 2.4　在实验室坐标系 0 及质心坐标系 0* 中两体反应碰撞前的表示

$$E=\frac{1}{2}m_1u_1^2, \tag{2.61}$$

$$\mathbf{v}_c=\frac{m_1\mathbf{u}_1}{m_1+m_2}. \tag{2.62}$$

而在质心系中 m_1 的速度 $\mathbf{u}_1^*$ 和 m_2 的速度 $\mathbf{u}_2^*$ 分别为

$$\mathbf{u}_1^*=\mathbf{u}_1-\mathbf{v}_c=\frac{m_2\mathbf{u}_1}{m_1+m_2}, \tag{2.63}$$

$$\mathbf{u}_2^*=-\frac{m_1u_1}{m_1+m_2}. \tag{2.64}$$

该两体系统的总能量 E^* 为

$$\begin{aligned}E^*&=\frac{1}{2}m_1\mathbf{u}_1^{*2}+\frac{1}{2}m_2\mathbf{u}_2^{*2}\\&=\frac{1}{2}m_1\frac{m_2^2\mathbf{u}_1^2}{(m_1+m_2)^2}+\frac{1}{2}m_2\frac{m_1^2\mathbf{u}_1^2}{(m_1+m_2)^2}\\&=\frac{1}{2}\left(\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\right)\mathbf{u}_1^2\\&=\frac{1}{2}\mu\mathbf{u}_1^2,\end{aligned} \tag{2.65}$$

其中定义 $\mu=\dfrac{m_1m_2}{m_1+m_2}$，称为 m_1 和 m_2 的折合质量.（2.65）式表明，两粒子系统在质心系中的总能量相当于一个质量为 μ 的粒子以速度 $\mathbf{u}_1$ 运动时的动能. 该能量小于实验室系中的总能量 $E=$

$\frac{1}{2}m_1\mathbf{u}_1^2$. 例如，当两粒子质量相等时，$\mu=\frac{1}{2}m_1$，此时 $E^*=\frac{1}{2}E$，即在这种情况下质心系的总能量为实验室系总能量的一半。在一般情况下，实验室系和质心系总能量的差值为

$$E-E^*=\frac{1}{2}m_1\mathbf{u}_1^2-\frac{1}{2}\left(\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\right)\mathbf{u}_1^2$$
$$=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\mathbf{v}_c^2,$$

或写成

$$E=\frac{1}{2}m_1\mathbf{u}_1^2$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\right)\mathbf{u}_1^2+\frac{1}{2}(m_1+m_2)\mathbf{v}_c^2$$
$$=E^*+\frac{1}{2}(m_1+m_2)\mathbf{v}_c^2. \tag{2.66}$$

由此式可以看出来，在非相对论情况下，实验室系中入射粒子动能 $\frac{1}{2}m_1\mathbf{u}_1^2$（即非相对论情况下两粒子系统的总能量）可以分成两个部分：一部分是质心（$M=m_1+m_2$）以速度 $\mathbf{v}_c$ 移动的动能，这一部分能量对两粒子之间的相互作用没有贡献；另一部分是在质心系中两粒子相对运动的总能量 E^*，这一部分才是激发粒子体系内部自由度的相互作用有效能量。

在相对论情况下，两体反应运动学的计算必须通过洛伦兹变换关系（2.21）式进行。

在实验室系中动量为 $\mathbf{p}_1$ 的粒子 m_1 和静止靶粒子 m_2，碰撞前质心以速度 $\boldsymbol{\beta}_c$ 相对于实验室系运动. 两粒子在实验室系和质心系的四动量分别记为

$$\mathrm{P}_1=(\mathbf{p}_1,iE_1),\ \mathrm{P}_2=(0,im_2);$$
$$\mathrm{P}_1^*=(\mathbf{p}_1^*,iE_1^*),\ \mathrm{P}_2^*=(\mathbf{p}_2^*,iE_2^*). \tag{2.67}$$

它们在实验室系和质心系的总动量和总能量分别记为 $\mathbf{p}$，E 和 $\mathbf{p}^*$，E^*. 因为，$\mathbf{p}^*=\mathbf{p}_1^*+\mathbf{p}_2^*=0$，根据（2.21）式可得

$$\mathbf{p}_1 = \gamma_c \boldsymbol{\beta}_c E^*, \tag{2.68}$$

$$E = \gamma_c E^*. \tag{2.69}$$

因为质心系相对于实验室系的速度为

$$\boldsymbol{\beta}_c = \frac{\mathbf{p}_1}{E} = \frac{\mathbf{p}_1}{E_1 + m_2} = \frac{\mathbf{p}_1}{T_1 + m_1 + m_2}, \tag{2.70}$$

而根据洛伦兹不变式(2.23)有

$$(E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 = (E_1^* + E_2^*)^2 - (\mathbf{p}_1^* + \mathbf{p}_2^*)^2,$$

$$(E_1 + m_2)^2 - \mathbf{p}_1^2 = (E_1^* + E_2^*)^2 = E^{*2};$$

即

$$E^{*2} = 2E_1 m_2 + m_1^2 + m_2^2, \tag{2.71}$$

或

$$E^{*2} = 2T_1 m_2 + (m_1 + m_2)^2; \tag{2.72}$$

再利用(2.72)式由(2.69)式得

$$\gamma_c = \frac{E}{E^*} = \frac{T_1 + m_1 + m_2}{\sqrt{2T_1 m_2 + (m_1 + m_2)^2}}, \tag{2.73}$$

$$\gamma_c \boldsymbol{\beta}_c = \frac{\mathbf{p}_1}{E^*} = \frac{\mathbf{p}_1}{\sqrt{2T_1 m_2 + (m_1 + m_2)^2}}. \tag{2.74}$$

在入射粒子能量 E_1 很大,即(2.71)式中的 $2E_1 m_2$ 项很大于 $(m_1^2 + m_2^2)$ 项时,后者可以忽略. 于是有

$$E^* \cong \sqrt{2E_1 m_2} \propto \sqrt{E_1}. \tag{2.75}$$

我们也可以利用相对快度的洛伦兹变换性质来处理这个问题,这时计算变得较为简单. 在实验室系中入射粒子 m_1 的快度记为 Y_L, 静止靶 m_2 的快度为 0, 在质心系中两粒子的快度分别为 Y^* 和 $-Y^*$, 则应有

$$Y_L - 0 = Y^* - (-Y^*) = 2Y^*$$

$$Y^* = \frac{1}{2} Y_L.$$

已知

$$\mathbf{p}_L = m_1 \operatorname{sh} \mathbf{Y}_L,$$

$$E_L = m_1 \operatorname{ch} Y_L,$$

$$\mathbf{p}^* = m_1 \operatorname{sh} \mathbf{Y}^*,$$
$$E^* = m_1 \operatorname{ch} Y^*;$$

∴
$$p^* = m_1 \operatorname{sh} Y^* = m_1 \operatorname{sh} \frac{Y_L}{2},$$
$$\begin{aligned} p^{*2} &= m_1^2 \frac{1}{2} (\operatorname{ch} Y_L - 1) \\ &= \frac{m_1}{2} (E_L - m_1) \\ &= \frac{m_1}{2} (\sqrt{m_1^2 + p_L^2} - m_1). \end{aligned}$$

高能时，$p_L \gg m_1$，上式化简为

$$p^{*2} \approx \frac{m_1}{2} p_L,$$

或

$$p^* \propto \sqrt{p_L}; \tag{2.76}$$

即在高能两体碰撞中，质心系中每个粒子的动量与实验室系中入射粒子动量的平方根成正比． 这结果和(2.75)式所得结论是一致的．

由此可见，在高能情况下加速粒子打静止靶时，可用来产生新粒子或激发内部自由度的反应有效能量 E^*——质心系总能量，与入射粒子总能量的平方根成正比． 因此，将同步加速器能量提高100倍，反应有效能量才提高10倍，能量利用的效率是很低的．因此1956年有人提出设计入射粒子和靶粒子都处于运动状态，进行对头碰撞的加速器——对撞机． 目前常用质量相同，能量也相同的两束粒子(pp，p$\bar{\text{p}}$，e^+e^-，e^-e^- 等)进行对撞．这样，两粒子体系的实验室系总能量和质心系中总能量相等，全部能量都得到了充分有效的利用．

引入质心系的概念．除了可以明确表示粒子反应时的有效能量外，在粒子反应理论中还有许多方便之处．例如，两粒子弹性散射时，在质心系中每个粒子的动量反向，但绝对值不变，即波矢量

的大小 $|\mathbf{K}|$ 不变，作用后两粒子向相反方向运动（$\theta_1^* + \theta_2^* = 180°$），对应的立体角相同（$|d\cos\theta_1^*| = |d\cos\theta_2^*|$）；两体碰撞时，碰撞后次级粒子的角分布在质心系中是轴对称的；如果两个碰撞粒子是全同粒子，次级粒子的分布对作用面（通过作用点，垂直于作用轴的面）也是对称的；无自旋粒子衰变时，所生次级粒子在质心系中有球对称分布．这些情况对实验结果的分析及理论处理都很方便．另外如前所述，理论上在处理中心力两体作用问题时，可将运动分解为质心（$M = m_1 + m_2$）的移动和在质心系中一个质量为折合质量$\left(\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)$的粒子，受力心作用的相对运动．这在研究散射过程，计算相角移等问题时也很方便．因此在粒子物理及核物理中，往往都是在实验室系中进行测量，变换到质心系中进行理论分析和计算．然后，可能还需要将计算结果变换到实验室系中以便和实验结果进行比较．

2.2.2 反应 Q 值和阈能

在质心系中，由于反应初态粒子和末态粒子的总动量都为 0，因而有可能使质心系的总能量全部转变为末态粒子的质量，这时末态粒子全部处在静止状态．

首先考虑两体反应的简单情况

$$m_1 + m_2 \to m_3 + m_4.$$

按定义，反应前后粒子的动能差称为 Q 值，Q 值是反应过程中释放的能量

$$Q = (T_3 + T_4) - (T_1 + T_2). \tag{2.77}$$

由总能量守恒，

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4,$$

在没有粒子激发能时，$E_i = T_i + m_i$，因而

$$Q = (m_1 + m_2) - (m_3 + m_4). \tag{2.78}$$

Q 值为正（$Q > 0$）的反应称为放热反应，这种反应能否发生与入射粒子能量无关．Q 值为负（$Q < 0$）的反应称为吸热反应，只有

当入射粒子的能量大于或等于某一值时,吸热反应才有可能产生.产生这种反应最小可能的入射粒子实验室能量 $E_{阈}$,称为该吸热反应的阈能.

在阈能反应时,产生的全部末态粒子在质心系中都处于静止状态. 根据洛伦兹不变式有

$$\left(\sum_i E_i\right)^2-\left(\sum_i \mathbf{p}_i\right)^2=\left(\sum_i E_i^*\right)^2=\left(\sum m_i\right)^2, \qquad (2.79)$$

对于打静止靶 $(E_2=m_2)$ 的情况,可得

$$(E_{阈}+m_2)^2-\mathbf{p}_{阈}^2=(m_3+m_4)^2,$$

$$E_{阈}=\frac{(m_3+m_4)^2-(m_1^2+m_2^2)}{2m_2}; \qquad (2.80)$$

或

$$T_{阈}=\frac{(m_3+m_4)^2-(m_1+m_2)^2}{2m_2}. \qquad (2.81)$$

对于一般的吸热反应过程

$$a+b\rightarrow 1+2+\cdots+n,$$

其阈能和阈动能分别为

$$E_{阈}=\frac{\left(\sum_i m_i\right)^2-(m_a^2+m_b^2)}{2m_b}, \qquad (2.82)$$

$$T_{阈}=\frac{\left(\sum_i m_i\right)^2-(m_a+m_b)^2}{2m_b}. \qquad (2.83)$$

例如,质子-质子碰撞产生 π^0 介子的反应式为

$$\mathrm{p}+\mathrm{p}\rightarrow \mathrm{p}+\mathrm{p}+\pi^0,$$

其阈能为

$$E_{阈}=\frac{(2M_p+M_{\pi^0})^2-2M_p^2}{2m_p}=1.22\,\mathrm{GeV}.$$

质子-质子碰撞产生反质子的反应式为

$$\mathrm{p}+\mathrm{p}\rightarrow \mathrm{p}+\mathrm{p}+\mathrm{p}+\bar{\mathrm{p}},$$

其阈能及阈动能分别为

$$E_{阈} = \frac{(4m_p)^2 - 2m_p^2}{2m_p} = 7m_p = 6.57\,\text{GeV},$$

$$T_{阈} = 6m_p = 5.63\,\text{GeV}.$$

美国伯克利实验室（LBL）的同步质子加速器（Bevatron）能量选为 6.8 GeV，主要目的之一是寻找反核子．建成后不久，就于 1955 年发现了反质子，1956 年又发现了反中子．

2.2.3 一些物理量在实验室系和质心系之间的变换关系

（一）微分截面 $\dfrac{d\sigma}{d\Omega}$

微分截面 $\left(\dfrac{d\sigma}{d\Omega}\right)d\Omega$ 表示在一种反应事件中，某一末态粒子进入特定立体角 $d\Omega$ 的几率．一个特定事件的几率，应该是与坐标系无关的，也就是说应具有洛伦兹不变性，因此有

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)d\Omega = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^* d\Omega^*, \tag{2.84}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^* \frac{d\Omega^*}{d\Omega},$$

$$d\Omega = d\cos\theta d\phi. \tag{2.85}$$

其中 θ、ϕ 是球极坐标的角度．若我们考虑 $1 + 2 \longrightarrow 3 + 4$ 反应，取 $\mathbf{p}_1$ 方向为 x 方向，极角 θ 由 x 轴量起，ϕ 为对 x 轴的方位角．两坐标系间有：$\phi = \phi^*$，因而

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^* \frac{d\cos\theta^*}{d\cos\theta}. \tag{2.86}$$

下面推算 $\dfrac{d\cos\theta^*}{d\cos\theta}$ 的表达式．根据洛伦兹变换关系（2.21）式，次级粒子 3 或 4 的动量、能量在两坐标系间有

$$\left.\begin{aligned} p_x^* &= \gamma_c(p_x - \beta_c E) \\ p_y^* &= p_y \\ p_z^* &= p_z \\ E^* &= \gamma_c(E - \beta_c p_x) \end{aligned}\right\}. \tag{2.87}$$

参考 (2.34) 及 (2.35) 式，对质心系有

$$p^*\cos\theta^* = \gamma_c(p\cos\theta - \beta_c E), \tag{2.88}$$

$$p^*\sin\theta^* = p\sin\theta, \tag{2.89}$$

$$E^* = \gamma_c(E - \beta_c p\cos\theta). \tag{2.90}$$

在质心系中次级粒子的能量 E^* 和动量 p^* 值与该粒子在实验室系的运动方向无关，因而有

$$\frac{dE^*}{d\cos\theta} = 0, \qquad \frac{dp^*}{d\cos\theta} = 0. \tag{2.91}$$

利用关系式 $\frac{dE}{dp} = \frac{p}{E}$，将 (2.88) 和 (2.90) 式对 $\cos\theta$ 微分，得到

$$p^*\frac{d\cos\theta^*}{d\cos\theta} = \gamma_c\left(p + \cos\theta\frac{dp}{d\cos\theta} - \beta_c\frac{p}{E}\frac{dp}{d\cos\theta}\right), \tag{2.92}$$

$$0 = \gamma_c\left(\frac{p}{E}\frac{dp}{d\cos\theta} - \beta_c p - \beta_c\cos\theta\frac{dp}{d\cos\theta}\right). \tag{2.93}$$

从上两式中消去 $\frac{dp}{d\cos\theta}$ 后就得到

$$\frac{d\cos\theta^*}{d\cos\theta} = \frac{p^2}{\gamma_c p^*(p - \beta_c E\cos\theta)} = \frac{p}{\gamma_c p^*\left(1 - \frac{\beta_c}{\beta_u}\cos\theta\right)}, \tag{2.94}$$

其中 $\beta_u = \frac{p}{E}$ 是该次级粒子在实验室系中的运动速度. 因此

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{p}{\gamma_c p^*\left(1 - \frac{\beta_c}{\beta_u}\cos\theta\right)}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*. \tag{2.95}$$

为了得到以 θ^* 和 E^* 为变量的上述关系，根据反向洛伦兹变换

$$p\cos\theta = \gamma_c(p^*\cos\theta^* + \beta_c E^*), \tag{2.96}$$

$$E = \gamma_c(E^* + \beta_c p^*\cos\theta^*); \tag{2.97}$$

由 (2.96) 式

$$\frac{\cos\theta}{p} = \frac{p\cos\theta}{p^2} = \frac{1}{p^2}\gamma_c(p^*\cos\theta^* + \beta_c E^*), \tag{2.98}$$

由 (2.97) 和 (2.98) 式

$$\frac{\beta_c E}{p}\cos\theta = \frac{1}{p^2}\beta_c\gamma_c^2(E^* + \beta_c p^*\cos\theta^*)(p^*\cos\theta^* + \beta_c E^*),$$

因此

$$1 - \frac{\beta_c E}{p}\cos\theta = \frac{1}{p^2}[p^2 - \beta_c\gamma_c^2(E^* + \beta_c p^*\cos\theta^*) \cdot (p^*\cos\theta^* + \beta_c E^*)]. \tag{2.99}$$

可将 p^2 写成

$$p^2 = E^2 - m^2 = E^2 - E^{*2} + p^{*2} = p^{*2} - E^{*2} + \gamma_c^2(E^* + \beta_c p^*\cos\theta^*)^2.$$

代入 (2.99) 式即得

$$1 - \frac{\beta_c E}{p}\cos\theta = \frac{p^{*2}}{p^2}\left(1 + \beta_c\frac{E^*}{p^*}\cos\theta^*\right),$$

故

$$\frac{d\cos\theta^*}{d\cos\theta} = \frac{p^3}{\gamma_c p^{*3}\left(1 + \beta_c\frac{E^*}{p^*}\cos\theta^*\right)} = \frac{p^3}{\gamma_c p^{*3}\left(1 + \frac{\beta_c}{\beta_u^*}\cos\theta^*\right)}. \tag{2.100}$$

这里 β_u^* 是该粒子在质心系中的运动速度. 于是我们又得到了表示式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{p^3}{\gamma_c p^{*3}\left(1 + \frac{\beta_c}{\beta_u^*}\cos\theta^*\right)}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*. \tag{2.101}$$

(二) 角分布 $W(\theta, \phi)$ 或 $W(\cos\theta, \phi)$

角分布 $W(\theta, \phi)$ 定义为,某反应事件中,一个特定的末态粒子沿 (θ, ϕ) 方向飞出的几率. 而角分布 $W(\cos\theta, \phi)$ 则定义为,一个特定的末态粒子由立体角元 $d\Omega$ 中飞出的几率. 它们应该分别满足归一化条件

$$\int W(\theta, \phi)\,d\theta d\phi = 1, \tag{2.102}$$

$$\int W(\cos\theta, \phi)d\Omega = 1. \tag{2.103}$$

由微分截面的定义有

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta d\phi.$$

因而角分布可由反应截面表示为

$$W(\theta, \phi) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta, \tag{2.104}$$

$$W(\cos\theta, \phi) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega}. \tag{2.105}$$

若反应事件对入射粒子方向具有轴对称性，对 ϕ 积分后有

$$W(\cos\theta) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\cos\theta}, \tag{2.106}$$

$$W(\theta) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\theta} = \sin\theta W(\cos\theta). \tag{2.107}$$

可见角分布和微分截面具有相同的变换关系，即

$$W(\cos\theta) = W^*(\cos\theta^*) \frac{d\cos\theta^*}{d\cos\theta}, \tag{2.108}$$

$$W(\theta) = W^*(\theta^*) \frac{d\theta^*}{d\theta}. \tag{2.109}$$

下面推导 $\frac{d\theta^*}{d\theta}$ 的表达式. 因为

$$\frac{d\cos\theta^*}{d\cos\theta} = \frac{\sin\theta^*}{\sin\theta} \frac{d\theta^*}{d\theta} = \frac{p}{p^*} \frac{d\theta^*}{d\theta},$$

故有

$$\frac{d\theta^*}{d\theta} = \frac{p^*}{p} \frac{d\cos\theta^*}{d\cos\theta} = \frac{1}{\gamma_c\left(1 - \frac{\beta_c}{\beta_u}\cos\theta\right)}; \tag{2.110}$$

或

$$\frac{d\theta^*}{d\theta} = \frac{p^2}{\gamma_c p^{*2}\left(1 + \frac{\beta_c}{\beta_u^*}\cos\theta^*\right)}. \tag{2.111}$$

（三）动量分布函数 $W(p, \theta, \phi)$

一个反应事例中，某一末态粒子以动量 p 出射到某一方向 (θ, ϕ) 的几率，称为该粒子的动量分布函数. 由归一化要求

$$\int W(p, \theta, \phi) dp d\theta d\phi = 1, \tag{2.112}$$

若选入射粒子方向为极轴方向,则可定义

$$\int W(p, \theta) dp d\theta = 1. \tag{2.113}$$

由于归一化条件与坐标系无关,所以在质心系中也应有

$$\int W^*(p^*, \theta^*) dp^* d\theta^* = 1.$$

为了给出 $dp d\theta$ 和 $dp^* d\theta^*$ 之间的关系，先来证明一个重要的不变量

$$\frac{d\mathbf{p}}{E} = \frac{d\mathbf{p}^*}{E^*}. \tag{2.114}$$

根据 (2.21) 式给出的洛伦兹变换式

$$\begin{aligned} dp_x^* &= \gamma_c (dp_x - \beta_c dE) \\ &= \gamma_c dp_x \left(1 - \beta_c \frac{dE}{dp_x}\right) \\ &= \gamma_c dp_x \left(1 - \beta_c \frac{p_x}{E}\right), \\ dp_y^* &= dp_y, \\ dp_z^* &= dp_z; \end{aligned}$$

故有

$$\begin{aligned} d\mathbf{p}^* = dp_x^* dp_y^* dp_z^* &= \gamma_c d\mathbf{p} \left(1 - \beta_c \frac{p_x}{E}\right) \\ &= \frac{d\mathbf{p}}{E} \gamma_c (E - \beta_c p_x) \\ &= \frac{E^*}{E} d\mathbf{p}; \end{aligned}$$

即

$$\frac{d\mathbf{p}}{E} = \frac{d\mathbf{p}^*}{E^*}.$$

将此不变式写成球坐标形式有

$$\frac{2\pi p^2 dp d\cos\theta}{E} = \frac{2\pi p^{*2} dp^* d\cos\theta^*}{E^*}.$$

已知

$$p\sin\theta = p^*\sin\theta^*,$$

故有

$$dp d\theta = \frac{Ep^*}{pE^*} dp^* d\theta^*. \tag{2.115}$$

把此关系代入 (2.113) 式就得到了动量分布函数在质心系和实验室系之间的变换关系

$$W(p, \theta) = \frac{pE^*}{p^*E} W^*(p^*, \theta^*). \tag{2.116}$$

（四）能量分布函数 $W(E, \theta, \phi)$

能量分布函数 $W(E, \theta, \phi)$ 的定义和动量分布函数类似，它是指能量为 E 的某一末态粒子由 (θ, ϕ) 方向出射的几率，满足归一化要求

$$\int W(E, \theta, \phi) dE d\theta d\phi = 1. \tag{2.117}$$

取入射粒子方向为极轴时，同样可定义

$$\int W(E, \theta) dE d\theta = 1. \tag{2.118}$$

将 $\frac{dE}{dp} = \frac{p}{E}$，即 $dE = \frac{p}{E} dp$ 代入上式得

$$\int W(E, \theta) \frac{p}{E} dp d\theta = 1.$$

比较 (2.113) 式可知，

$$W(E, \theta) = \frac{E}{p} W(p, \theta). \tag{2.119}$$

注意到 (2.115) 式，有

$$dEd\theta = \frac{p}{E}dpd\theta = \frac{p^*}{E^*}dp^*d\theta^* = dE^*d\theta^*,$$

所以

$$W^*(E^*, \theta^*) = W(E, \theta). \tag{2.120}$$

即能量分布函数 $W(E, \theta)$ 是洛伦兹不变的.

§2.3 相 空 间

2.3.1 不变相空间积分

对于两粒子碰撞反应

$$a + b \to 1 + 2 + \cdots + n, \tag{2.121}$$

如果要计算它的作用截面(几率)，就需要考虑末态粒子处于所有可能的能量、动量状态时跃迁几率贡献的总和. 由于粒子的能量和动量都是连续变化的，求和就表现为对能量、动量四维矢量空间的积分. n 个末态粒子的相空间体积元可写为

$$d^4\mathrm{P}_1 d^4\mathrm{P}_2 \cdots d^4\mathrm{P}_n, \tag{2.122}$$

其中

$$d^4\mathrm{P} = dp_x dp_y dp_z dE. \tag{2.123}$$

由于所有粒子都是自由粒子，必须满足质壳条件和能量大于或等于零的要求，即

$$E_i^2 = \mathbf{p}_i^2 + m_i^2,$$
$$E_i \geqslant 0. \quad (i = 1, 2 \cdots n) \tag{2.124}$$

同时反应(2.121)式的能量和动量守恒条件给出

$$E_a + E_b = \sum_{i=1}^{n} E_i,$$

$$\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i;$$

或写成四维形式

$$\mathrm{P}_a + \mathrm{P}_b = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}_i. \tag{2.125}$$

(2.124) 和 (2.125) 式给出了 $(n+4)$ 个限制条件，因此 n 个末态粒子的自由度为 $4n-(n+4)=3n-4$ 个．这时的 $3n-4$ 维空间称为相空间，其体积元的一种可能写法是

$$\delta^4\left(\mathrm{P}_a+\mathrm{P}_b-\sum_i \mathrm{P}_i\right) d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2\cdots d\mathbf{p}_n.$$

显然这种形式不是洛伦兹不变的．为定义洛伦兹不变的相空间体积元，我们记得 $\frac{d\mathbf{p}}{E}$ 满足不变性的要求，因此通常定义满足洛伦兹不变性的相空间体积元为

$$dR_n=\delta^4\left(\mathrm{P}_a+\mathrm{P}_b-\sum_i \mathrm{P}_i\right)\frac{d\mathbf{p}_1}{2E_1}\frac{d\mathbf{p}_2}{2E_2}\cdots\frac{d\mathbf{p}_n}{2E_n}. \qquad (2.126)$$

称

$$R_n=\int\delta^4\left(\mathrm{P}_a+\mathrm{P}_b-\sum_i \mathrm{P}_i\right)\prod_{i=1}^{n}\frac{d\mathbf{p}_i}{2E_i} \qquad (2.127)$$

为不变相空间积分．

若把 (2.124) 和 (2.125) 式给出的限制条件以函数形式加进 (2.122) 式，也可把不变相空间积分写为

$$R_n=\int\delta^4\left(\mathrm{P}_a+\mathrm{P}_b-\sum_i \mathrm{P}_i\right)\prod_{i=1}^{n}\delta(\mathrm{P}_i^2+m_i^2)\theta(E_i)d^4\mathrm{P}_i. \qquad (2.128)$$

其中 $\theta(E)$ 称为阶梯函数，其意义为

$$\theta(E)=\begin{cases}1 & E\geqslant 0\\ 0 & E<0.\end{cases} \qquad (2.129)$$

可以证明 (2.127) 和 (2.128) 式两种形式给出的不变相空间积分是完全等价的．利用 δ 函数的性质

$$\int\delta[f(x)]dx=\int\frac{\delta[f(x)]df(x)}{\frac{df(x)}{dx}}$$

$$=\sum_i\left|\frac{df(x)}{dx}\right|^{-1}_{x=x_i},$$

即

$$\delta[f(x)]=\sum_i \frac{\delta(x-x_i)}{\left|\frac{df(x)}{dx}\right|}; \tag{2.130}$$

其中 $f(x_i)=0$，可得

$$\int \delta(P^2+m^2)\theta(E)d^4p=\int \delta(\mathbf{p}^2+m^2-E^2)\theta(E)d^4P$$

$$=\int \frac{\delta(E-\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2})+\delta(E+\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2})}{2E}\theta(E)d\mathbf{p}dE$$

$$=\int \frac{\delta(E-\sqrt{\mathbf{p}^2+m^2})}{2E}d\mathbf{p}dE$$

$$=\int \frac{d\mathbf{p}}{2E}\bigg|_{E=\sqrt{p^2+m^2}}.$$

相空间的计算通常是在质心系进行．$n=2$ 时比较简单，由(2.127)式

$$R_2=\int \delta^4(P_a^*+P_b^*-P_1^*-P_2^*)\frac{d\mathbf{p}_1^*}{2E_1^*}\frac{d\mathbf{p}_2^*}{2E_2^*}$$

$$=\int \delta(E_a^*+E_b^*-E_1^*-E_2^*)\frac{d\mathbf{p}_1^*}{4E_1^*E_2^*},$$

记 $E^*=E_a^*+E_b^*=E_1^*+E_2^*$ 为质心系总能量，并注意到这时 E_1^* 和 E_2^* 都是 $\mathbf{p}_1^*$ 的函数，上式可以写为

$$R_2=\int \frac{\delta(E^*-E_1^*-E_2^*)}{4E_1^*E_2^*}\frac{d\mathbf{p}_1^*}{dE^*}dE^*$$

$$=\int \frac{\mathbf{p}_1^{*2}}{4E_1^*E_2^*}d\Omega\frac{d|\mathbf{p}_1^*|}{dE^*}.$$

在质心系中，因为

$$|\mathbf{p}_1^*|=|\mathbf{p}_2^*|=|\mathbf{q}^*|,$$

∴

$$\frac{dE^*}{d|\mathbf{p}_1^*|}=\frac{dE_1^*}{d|\mathbf{p}_1^*|}+\frac{dE_2^*}{d|\mathbf{p}_2^*|}$$

$$=|\mathbf{q}^*|\left(\frac{1}{E_1^*}+\frac{1}{E_2^*}\right)$$

$$= |\mathbf{q}^*| \frac{E^*}{E_1^* E_2^*};$$

于是得到

$$R_2 = \frac{|\mathbf{q}^*|}{4E^*}\int d\Omega.$$

若末态粒子在质心系的分布是各向同性的，则

$$R_2 = \frac{\pi}{E^*}|\mathbf{q}^*|.$$

$n \geqslant 3$ 时，计算比较复杂，文献中有广泛的讨论，在此我们就不讲了.

2.3.2 不变质量谱

在两体碰撞反应 [如 (2.121) 式所示] 产生的 n 个末态粒子时，其中的一部分往往可能是由碰撞过程中产生的某一粒子或共振态衰变出来的次级粒子. 这些中间态的寿命通常很短 ($\sim 10^{-2i}$ 秒)，无法用径迹室探测. 为了确认和鉴别该中间态粒子的存在，实验上就需要测量每个次级粒子的动量和能量，然后由不变质量公式来计算这部分粒子的不变质量 M.

$$\begin{aligned} -\mathrm{P}^2 &= (E_1 + E_2 + \cdots + E_k)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \cdots + \mathbf{p}_k)^2 \\ &= (E_1^* + E_2^* + \cdots + E_k^*)^2 \\ &= M^2, \end{aligned} \qquad (2.131)$$

从而得到衰变前的中间粒子或共振态是否曾经存在的信息及其质量和寿命.

例如，$\pi^-\mathrm{p}$ 碰撞产生 $\pi^+\pi^-\mathrm{n}$ 的反应，可以通过以下两种方式 (图 2.5) 进行：

$$\pi^- + \mathrm{p} \to \pi^+ + \pi^- + \mathrm{n}, \qquad (2.132\mathrm{a})$$

$$\pi^- + \mathrm{p} \to \rho^0 + \mathrm{n} \qquad (2.132\mathrm{b})$$

$$\quad \llcorner\!\!\longrightarrow \pi^+ + \pi^-.$$

如果反应是通过 (2.132a) 式进行的，那么算出的 $\pi^+\pi^-$ 系统的不变质量 $M_{\pi^+\pi^-}$谱应是由相空间决定的一种统计分布. 如果反应

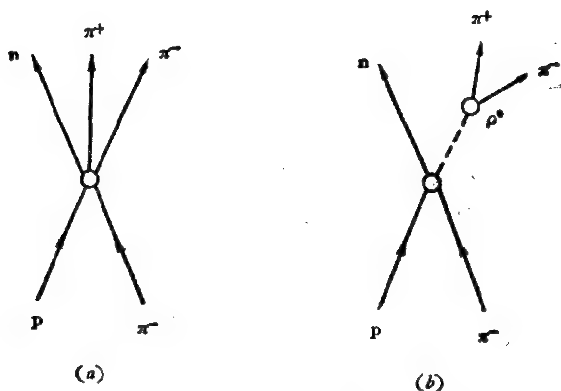


图 2.5 π^-p 碰撞产生 $\pi^+\pi^-n$ 的两种可能反应过程

(a) $\pi^-p\to\pi^+\pi^-n$ 反应，(b) $\pi^-p\to\rho^0 n$ 反应 $\rho^0\to\pi^+\pi^-$

是通过 (2.132b) 进行的，即先产生中子及短寿命的 ρ^0 介子，然后 ρ^0 再衰变为 π^+、π^- 介子，那么这些 π^+、π^- 介子的能量和动量是互相关联的，这时算出的不变质量 $M_{\pi^+\pi^-}$ 近于单一值，等于 ρ^0 介子的质量，如图 2.6 所示. 实际上该谱线具有一定的宽度，为布莱脱-维格纳共振曲线式的分布，它反映谱线的自然宽度、初始粒子能量分布及测量仪器误差等效应的总和.

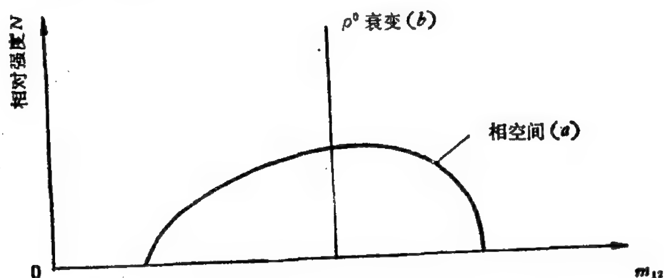


图 2.6 反应 2.132 (a) (b) 两过程不变质量谱

在实际的反应过程中，(2.132a) 和 (2.132b) 式所示的两种方式都存在，因而实际测量算出的不变质量谱是在统计分布的基础

上有一个共振峰.

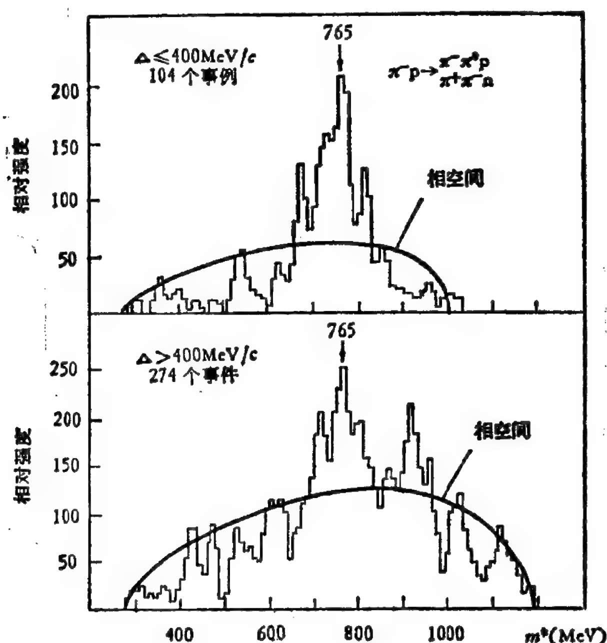


图 2.7 $\pi^- + p \to \begin{matrix}\pi^+ + \pi^- + n \\ \pi^- + \pi^0 + p\end{matrix}$ 反应中 $(\pi^+\pi^-)$ 及 $(\pi^-\pi^0)$ 介子对的不变质量谱

图 2.7 是早期的一个实验结果. 入射 π^- 介子动量为 1.89GeV/c, 在 $\pi^- + p \to \pi^+ + \pi^- + n$ 和 $\pi^- + p \to \pi^- + \pi^0 + p$ 反应中, (π^+, π^-) 及 (π^-, π^0) 介子对的不变质量谱在 765MeV 处有一个明显的共振峰, 迭加在连续分布的相空间谱上. 当时就是根据该不变质量谱确认了 ρ 介子的存在,并定出其质量为 765MeV. 根据共振峰的宽度(扣除了实验误差后的谱线自然宽度), 利用测不准关系 (1.49) 式, 可以算出 ρ 介子的平均寿命约为 $\tau = 6 \times 10^{-24}$秒.

下面讨论如何计算由相空间决定的不变质量统计分布. 已知三体衰变的末态相空间积分是可以计算的,其定义为

$$R_3(M; m_1, m_2, m_3) = \int \delta(P_1^2 + m_1^2)\delta(P_2^2 + m_2^2)$$

$$\cdot \delta(P_3^2 + m_3^2)\delta^4(P - P_1 - P_2 - P_3)d^4P_1 d^4P_2 d^4P_3. \quad (2.133)$$

利用 δ 函数的性质，可将 $\delta^4(P - P_1 - P_2 - P_3)$ 写成

$$\delta^4(P - P_1 - P_2 - P_3) = \int d^4P_{12}\delta^4(P - P_{12} - P_3) \cdot \delta^4(P_{12} - P_1 - P_2),$$

其中 p_{12} 为 m_1 和 m_2 组成系统的四动量.

$$R_3(M; m_1, m_2, m_3) = \int \delta^4(P - P_{12} - P_3) \cdot \delta(P_3^2 + m_3^2)d^4P_3 d^4P_{12} \cdot \int \delta^4(P_{12} - P_1 - P_2) \cdot \delta(P_1^2 + m_1^2)\delta(P_2^2 + m_2^2)d^4P_1 d^4P_2,$$

在此式中利用 δ 函数的性质插入一个等于 1 的因子

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(P_{12}^2 + M_{12}^2)dM_{12}^2 = 1,$$

则得，

$$R_3(M; m_1, m_2, m_3) = \int dM_{12}^2 R_2(M; M_{12}, m_3) \cdot R_2(M_{12}; m_1, m_2); \quad (2.134)$$

因而有

$$\int dM_{12}^2 \frac{R_2(M; M_{12}, m_3)R_2(M_{12}; m_1, m_2)}{R_3(M; m_1, m_2, m_3)} = 1. \quad (2.135)$$

于是就得到了 m_1 和 m_2 系统的相空间不变质量分布为

$$P(M_{12}) = \frac{R_2(M; M_{12}, m_3)R_2(M_{12}; m_1, m_2)}{R_3(M; m_1, m_2, m_3)}, \quad (2.136)$$

并满足归一化条件

$$\int dM_{12}^2 P(M_{12}) = 1. \quad (2.137)$$

完全类似的方法可以证明

$$R_n(M; m_1, m_2, \cdots m_n) = \int dM_l^2 R_{n-l+1}(M; M_l, m_{l+1}, \cdots m_n) \cdot R_l(M_l; m_1, m_2, \cdots m_l), \quad (2.138)$$

因此 n 个末态粒子中，其中 l 个粒子的相空间不变质量分布为

$$P(M)=\frac{R_{n-l+1}(M;M_l,m_{l+1},\cdots m_n)R_l(M_l;m_1,m_2,\cdots m_l)}{R_n(M;m_1,m_2,\cdots m_n)}. \tag{2.139}$$

只需计算三个相空间积分，就可求得分布函数 $P(M)$.

在 (2.138) 中，若取 $n=2j+1$, $l=j+1$, 则得

$$\begin{aligned}&R_{2j+1}(M;m_1,m_2,\cdots m_{2j+1})\\&=\int dM_{j+1}^2R_{j+1}\cdot(M;M_{j+1},m_{j+2},\cdots m_{2j+1})\\&\cdot R_{j+1}(M_{j+1};m_1,m_2,\cdots m_{j+1}).\end{aligned} \tag{2.140}$$

利用该公式可以简化某些相空间的计算，如已知 R_2 就可求得 $R_3\cdots$ 等等.

§2.4 几类典型的运动学问题

2.4.1 2-2 反应中的 s, t, u 不变量

所谓 2-2 反应是指初态和末态均为两体的反应过程，

$$m_1+m_2\rightarrow m_3+m_4.$$

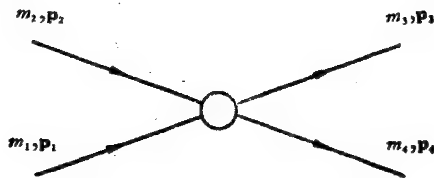


图 2.8 2-2 反应的一般表示

图 (2.8) 给出了这类反应的图示. 用 p_i 表示 i 粒子的四动量. 总动量、能量守恒要求

$$\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2=\mathrm{P}_3+\mathrm{P}_4. \tag{2.141}$$

因而这四个四动量中只有三个是独立的，由三个四动量可构成六个洛伦兹不变量. 例如取 P_1, P_3, P_4, 可以构成

$$\mathrm{P}_1^2;\ \mathrm{P}_3^2;\ \mathrm{P}_4^2;\ \mathrm{P}_1\cdot\mathrm{P}_3;\ \mathrm{P}_1\cdot\mathrm{P}_4;\ \mathrm{P}_3\cdot\mathrm{P}_4.$$

但由于初末态粒子满足四个质壳条件

$$-\mathrm{P}_i^2 = E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 = m_i^2, \tag{2.142}$$

因此独立的不变量就只剩下两个了.

为了方便,可定义如下的三个不变量

$$s = -(\mathrm{P}_1 + \mathrm{P}_2)^2 = -(\mathrm{P}_3 + \mathrm{P}_4)^2, \tag{2.143}$$

$$t = -(\mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_3)^2 = -(-\mathrm{P}_2 + \mathrm{P}_4)^2, \tag{2.144}$$

$$u = -(\mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_4)^2 = -(-\mathrm{P}_2 + \mathrm{P}_3)^2. \tag{2.145}$$

很容易证明，这三个量称为曼德尔斯坦变量（Mandelstam Variables），它们之间满足如下的关系

$$s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2, \tag{2.146}$$

因而只有两个是独立的.

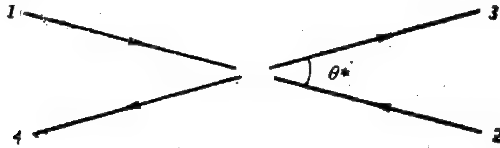


图 2.9　在质心系中的两体反应图

在质心系中(图 2.9)，这些量的表示式为

$$s = (E_1^* + E_2^*)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2(p^{*2} + E_1^* E_2^*), \tag{2.147}$$

$$t = m_1^2 + m_3^2 - 2E_1^* E_3^* + 2p^* p^{*\prime} \cos\theta^*, \tag{2.148}$$

$$u = m_1^2 + m_4^2 - 2E_1^* E_4^* - 2p^* p^{*\prime} \cos\theta^*. \tag{2.149}$$

其中 p^* 和 $p^{*\prime}$ 分别为反应前后质心系中单个粒子动量的数值,为

$$\left.\begin{aligned} |\mathbf{p}_1^*| = |\mathbf{p}_2^*| = p^* \\ |\mathbf{p}_3^*| = |\mathbf{p}_4^*| = p^{*\prime} \end{aligned}\right\}. \tag{2.150}$$

现在在质心系中进一步讨论弹性散射的特殊情况. 这时

$$\left.\begin{aligned} & m_1 = m_3 \qquad m_2 = m_4 \\ & E_1^* = E_3^* \qquad E_2^* = E_4^* \\ & \mathbf{p}_1^* = -\mathbf{p}_2^* = \mathbf{p}^*, \qquad \mathbf{p}_3^* = -\mathbf{p}_4^* = \mathbf{p}^{*\prime} \\ & p^* = p^{*\prime} \end{aligned}\right\}. \tag{2.151}$$

s, t, u 变量的表示式化为

$$s=(E_1^*+E_2^*)^2=(\sqrt{m_1^2+\mathbf{p}^{*2}}+\sqrt{m_2^2+\mathbf{p}^{*2}})^2, \quad (2.152)$$

$$t=(E_1^*-E_3^*)^2-(\mathbf{p}^*-\mathbf{p}^{*\prime})^2=-2\mathbf{p}^{*2}(1-\cos\theta^*), \quad (2.153)$$

$$\begin{aligned}u&=(E_1^*-E_4^*)^2-(\mathbf{p}^*+\mathbf{p}^{*\prime})^2\\&=2p^{*2}+m_1^2+m_2^2-2\sqrt{(m_1^2+\mathbf{p}^{*2})(m_2^2+\mathbf{p}^{*2})}\\&\quad-2p^{*2}(1+\cos\theta^*).\end{aligned} \quad (2.154)$$

由此可以明显地看出，s 是质心系总能量的平方，$-t$ 是动量转移的平方。

由 (2.152) 和 (2.153) 式可导出非洛伦兹不变量 p^* 和 θ^* 与洛伦兹不变量 s 和 t 之间的关系式

$$\begin{aligned}p^{*2}&=\frac{[s-(m_1+m_2)^2][s-(m_1-m_2)^2]}{4s}\\&=\frac{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}{4s},\end{aligned} \quad (2.155)$$

$$\begin{aligned}\cos\theta^*&=1+\frac{t}{2p^{*2}}\\&=1+\frac{2ts}{[s-(m_1+m_2)^2][s-(m_1-m_2)^2]}\\&=1+\frac{2ts}{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}.\end{aligned} \quad (2.156)$$

这里 $\lambda(x, y, z)$ 是一个运动学函数，它的定义为

$$\begin{aligned}\lambda(x, y, z)&=(x-y-z)^2-4yz\\&=x^2+y^2+z^2-2xy-2yz-2zx\\&=[x-(\sqrt{y}+\sqrt{z})^2][x-(\sqrt{y}-\sqrt{z})^2]\\&=(\sqrt{x}-\sqrt{y}-\sqrt{z})(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})\\&\quad\cdot(\sqrt{x}-\sqrt{y}+\sqrt{z})(\sqrt{x}+\sqrt{y}-\sqrt{z})\\&=x^2-2(y+z)x+(y-z)^2.\end{aligned} \quad (2.157)$$

由 (2.155) 和 (2.156) 式容易看出，两粒子弹性散射的物理域为

$$\left.\begin{array}{l} s \geqslant (m_1 + m_2)^2 \\ |\cos\theta^*| \leqslant 1 \end{array}\right\}. \quad (2.158)$$

实验是在实验室系中做的．假定碰撞前 m_2 粒子是静止的，即 $E_2 = m_2$，$\mathbf{p}_2 = 0$；入射 m_1 粒子的能量为 E_L，动量为 $\mathbf{p}_L$；出射 m_1 粒子的能量为 E_L'，动量为 $\mathbf{p}_L'$；散射角，即 $\mathbf{p}_L$ 和 $\mathbf{p}_L'$ 之间的夹角，为 θ_L，则有

$$s = (E_L + m_2)^2 - \mathbf{p}_L^2 = m_1^2 + 2m_2E_L + m_2^2, \quad (2.159)$$

$$t = -2E_LE_L' + 2m_1^2 + 2p_Lp_L'\cos\theta_L. \quad (2.160)$$

容易导出 p_L，θ_L 和 p^*，θ^* 之间的关系

$$p_L = \frac{\sqrt{s}}{m_2}p^*, \quad (2.161)$$

$$\mathrm{tg}\,\theta_L = \frac{m_2\sin\theta^*}{E_2^*\cos\theta^* + E_1^*}. \quad (2.162)$$

通过上面的讨论，我们看到，对于图(2.10)反应中特定的反应道 $1+2 \longrightarrow 3+4$，s，t，u 不变量的物理意义为

s：质心系总能量的平方；

t：1 与 3 粒子间四动量交换平方的负值；

u：1 与 4 粒子间四动量交换平方的负值．

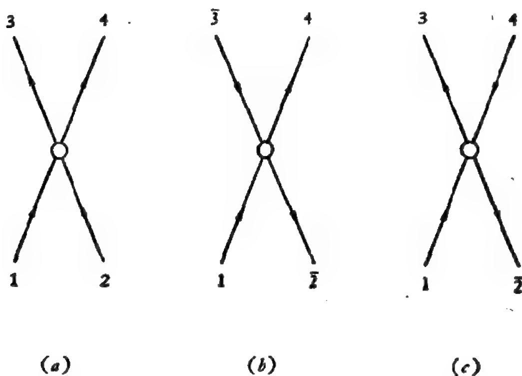


图 2.10　反应的三个交叉对称道

(a) $1+2\to3+4$，(b) $1+\bar{3}\to4+\bar{2}$，(c) $1+\bar{4}\to3+\bar{2}$

若定义以下反应道:

s 道: $1+2 \longrightarrow 3+4$ 或 $3+4 \longrightarrow 1+2$, (2.163)

t 道: $1+\bar{3} \longrightarrow 4+\bar{2}$ 或 $4+\bar{2} \longrightarrow 1+\bar{3}$, (2.164)

u 道: $1+\bar{4} \longrightarrow 3+\bar{2}$ 或 $3+\bar{2} \longrightarrow 1+\bar{4}$; (2.165)

其中 $\bar{2}$、$\bar{3}$、$\bar{4}$ 分别为 2、3、4 粒子的反粒子，如图 2.10. 那么我们也可以将 s, t, u 变量赋于如下的意义:

s: s 道质心系总能量的平方;

t: t 道质心系总能量的平方;

u: u 道质心系总能量的平方.

这类反应的例子有

s 道: $\pi^+ + p \rightleftarrows \pi^+ + p$, $\pi^- + \bar{p}; \rightleftarrows \pi^- + \bar{p}$ (2.166)

t 道: $\pi^+ + \pi^- \rightleftarrows \bar{p} + p$, $\pi^- + \pi^+ \rightleftarrows p + \bar{p}$; (2.167)

u 道: $\pi^+ + \bar{p} \rightleftarrows \pi^+ + \bar{p}$, $\pi^- + p \rightleftarrows \pi^- + p$; (2.168)

每一道中有一对电荷共轭反应.

s 道: $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$, (2.169)

t 道: $\pi^- + \pi^0 \rightarrow \bar{p} + n$, (2.170)

u 道: $\pi^0 + p \rightarrow \pi^+ + n$, (2.171)

和

s 道: $K^- + p \rightarrow K^- + p$, (2.172)

t 道: $K^- + K^+ \rightarrow \bar{p} + p$, (2.173)

u 道: $K^+ + p \rightarrow K^+ + p$. (2.174)

这些组反应情况相似，其 t 道和 u 道与 s 道的关系都是: 等号左侧的一个粒子变换成其反粒子，并迁到等号右侧; 同时，等号右侧的一个粒子变换成其反粒子，并迁到等号左侧. 用费曼图(第七章中介绍)表示时，是将一条代表粒子的线，翻转为代表反粒子的线 (图 2.10).

引入 s, t, u 不变量的好处主要是，在研究高能两体反应时，有助于导出各交叉反应道截面之间的重要解析关系.

先考虑粒子是没有自旋的，图 2.10 中四个粒子的四动量分别为 P_1, P_2, P_3, P_4. 动量、能量守恒定律要求

$$P_1 + P_2 \rightarrow P_3 + P_4,$$

每个粒子的质壳关系为

$$-P_1^2 = m_1^2,$$
$$-P_2^2 = m_2^2,$$
$$-P_3^2 = m_3^2,$$
$$-P_4^2 = m_4^2.$$

对于 s 道 $(1+2 \longrightarrow 3+4)$，其质心系能量平方 s 为

$$s = -(P_1 + P_2)^2 \tag{2.175}$$

四动量转移平方为

$$t = -(P_1 - P_3)^2 \tag{2.176}$$

其物理域为

$$s > (m_1 + m_2)^2, \quad t < 0$$

对于 t 道 $(1+\bar{3} \longrightarrow \bar{2}+4)$，其质心系总能量则为 t，四动量转移平方为 s，物理域为

$$t > (m_1 + m_3)^2, \quad s < 0$$

对于 u 道 $(1+\bar{4} \longrightarrow 3+\bar{2})$，其质心系总能量为 u，四动量转移平方为 t，物理域为

$$u > (m_3 + m_2)^2, \quad t < 0$$

由此可见，对于各个具体的物理过程，曼德尔斯坦变量各有其取值范围，即图 2.11 中阴影部分所表示的物理域，它是由分析四动量守恒及每个粒子的质壳关系中得到的.

在量子场论中可以证明，采用曼德尔斯坦变量，可以使散射振幅具有明显的洛伦兹不变性，可以用同样的变量 (s, t, u) 统一地描述具有交叉对称性的各物理过程.一组具有交叉对称性的反应，具有相同形式的跃迁矩阵元 $A(s, t)$，虽然其变量的意义各有不同.

跃迁矩阵元 $A(s, t)$ 在三个物理域中是解析函数，它和散射振幅的关系是

$$A(s, t) = 4\pi\sqrt{s}\, f(E, \theta). \tag{2.177}$$

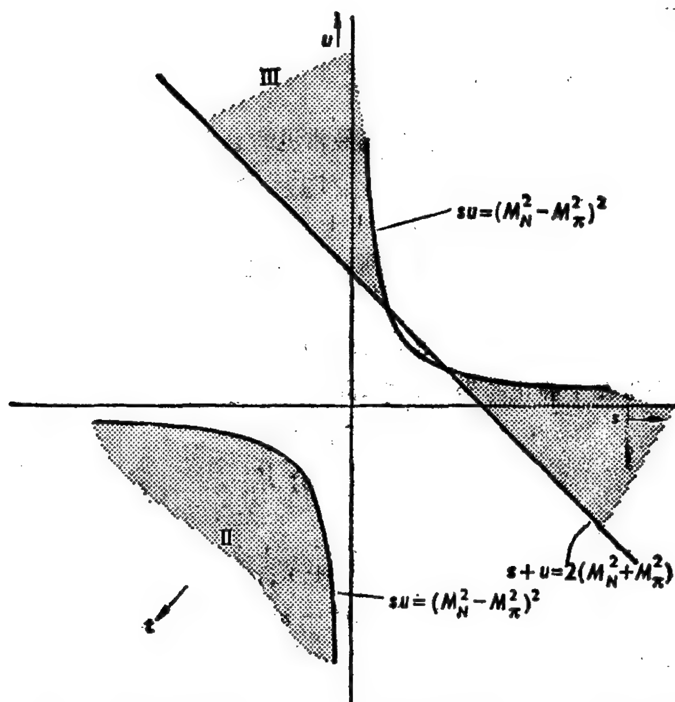


图 2.11 交叉反应过程 2.169～2.171 可以实际进行时，s，u 道的物理域

如果将曼德尔斯坦变量看成是复变量，则各交叉过程的散射振幅可以从一个物理域解析延拓到另一物理域． 不考虑相空间影响时，在相同质心系能量下，s 道和它的交叉反应道应该有相同的反应截面． 为了更明确地描写不变散射振幅的这种对称性，可把它写成三个变量的函数．

$$A(s, t) \equiv A(s, t, u) \tag{2.178}$$

那么交叉对称性就意味着，对应于各道有关的变量，散射振幅的形式是一样的． $A(s,t,u)$ 具有洛伦兹不变性．

最后我们指出，在上面的讨论中，假定粒子没有自旋． 当考虑到粒子具有自旋等参量时，就必须用几个独立的跃迁矩阵元来表示散射和极化截面． 对这种复杂的反应过程，交叉对称关系仍然

适用.

2.4.2 二体衰变运动学

二体衰变是一类最简单,也最常见的衰变方式,例如 $\pi\to\mu\nu$, $\pi^0\to2\gamma$, $K\to2\pi$, $\rho\to2\pi$ 等. 对于一个一般的二体衰变反应

$$A\to1+2. \tag{2.179}$$

其四动量分别记为 P、P_1、P_2, 那么衰变过程的能量和动量守恒要求

$$P=P_1+P_2. \tag{2.180}$$

在初态母粒子静止的坐标系中,即为

$$\left.\begin{aligned}M&=E_1^*+E_2^*\\0&=\mathbf{p}_1^*+\mathbf{p}_2^*\end{aligned}\right\}. \tag{2.181}$$

这时由(2.180)式

$$P_2^2=(P-P_1)^2,$$

$$-m_2^2=-M^2-m_1^2+2ME_1^*.$$

可以求得关系式

$$\left.\begin{aligned}E_1^*&=\frac{M^2+m_1^2-m_2^2}{2M}\\E_2^*&=M-E_1^*=\frac{M^2+m_2^2-m_1^2}{2M}\end{aligned}\right\}. \tag{2.182}$$

末态两粒子的动能分别为

$$\left.\begin{aligned}T_1^*&=E_1^*-m_1=\frac{(M-m_1)^2-m_2^2}{2M}\\T_2^*&=E_2^*-m_2=\frac{(M-m_2)^2-m_1^2}{2M}\end{aligned}\right\}; \tag{2.183}$$

两粒子动量的大小为

$$\begin{aligned}|\mathbf{p}_1^*|=|\mathbf{p}_2^*|&=\sqrt{E_1^{*2}-m_1^2}\\&=\frac{[M^2-(m_1+m_2)^2]^{1/2}[M^2-(m_1-m_2)^2]^{1/2}}{2M}\end{aligned}$$

$$= \frac{[\lambda(M^2, m_1^2, m_2^2)]^{1/2}}{2M}. \tag{2.184}$$

在两体衰变中，如果母粒子的自旋为0，或者没有极化，那么在母粒子的静止系，即质心系中，两个末态粒子的角分布是各向同性的. 这时，满足归一化要求的角分布函数的具体形式只能为

$$W^*(\cos\theta^*) = \frac{1}{2}, \tag{2.185a}$$

或

$$W^*(\theta^*) = \sin\theta^* W^*(\cos\theta^*) = \frac{1}{2}\sin\theta^*. \tag{2.185b}$$

在实验室系统中，当粒子飞行衰变时，末态粒子的角分布就不再是各向同性的了，而是主要集中在朝前的方向上. 母粒子的飞行速度越快（能量越高），末态粒子主要向朝前方向一个小立体角内飞出的特征就越明显. 根据(2.108)或(2.109)式，可以具体地计算出这种飞行衰变时的角分布情况.

下面讨论能量和动量分布函数. 对于母粒子静止系中具有各向同性角分布的两体衰变，由于两个末态粒子具有确定的能量和动量，根据实验室系和质心系之间的洛伦兹变换关系式

$$E = \gamma(E^* + \beta p^* \cos\theta^*).$$

可看出，E的变化范围为

$$E_{max} = \gamma(E^* + \beta p^*),$$

$$E_{min} = \gamma(E^* - \beta p^*);$$

而且

$$dE = \gamma\beta p^* d\cos\theta^*.$$

因此在实验室系中满足归一化要求

$$\int_{E_{min}}^{E_{max}} W(E) dE = 1$$

的能量分布函数 $W(E)$ 为

$$W(E) = \frac{1}{2\gamma\beta p^*}. \tag{2.186}$$

根据(2.119)式，求出实验室系中末态粒子的动量分布函数为

$$W(p) = \frac{p}{E} W(E) = \frac{p}{2\gamma\beta p^* E}. \tag{2.187}$$

2.4.3 三体衰变运动学,达里兹图

设有不稳定粒子 A 衰变为三个末态粒子

$$A \to 1 + 2 + 3.$$

它们的四动量分别记为 P_A, P_1, P_2, P_3. 为描写该运动学过程，可以和 2-2 反应类似地定义以下洛伦兹不变的参量

$$\left.\begin{aligned} s_{12} \equiv s_1 = -(P_1 + P_2)^2 = -(P_A - P_3)^2 \\ s_{23} \equiv s_2 = -(P_2 + P_3)^2 = -(P_A - P_1)^2 \\ s_{31} \equiv s_3 = -(P_3 + P_1)^2 = -(P_A - P_2)^2 \end{aligned}\right\}. \tag{2.188}$$

容易证明,这三个量之间有如下关系式

$$s_1 + s_2 + s_3 = m_A^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2. \tag{2.189}$$

在母粒子 A 静止的坐标系中，设三个末态粒子的动量分别为 $\mathbf{K}_i^*(i = 1, 2, 3)$,相应的能量分别为 $E_i^* = \sqrt{k_i^{*2} + m_i^2}$，这时

$$P_A = (0, im_A), \tag{2.190}$$

$$P_i = (\mathbf{K}_i^*, iE_i^*).$$

根据 (2.188) 式容易证明，非洛伦兹不变量 E_i^*, $\mathbf{K}_i^*$, 和洛伦兹不变量 s_i 之间具有如下的变换关系

$$\left.\begin{aligned} E_1^* &= \frac{m_A^2 + m_1^2 - s_2}{2m_A} \\ E_2^* &= \frac{m_A^2 + m_2^2 - s_3}{2m_A} \\ E_3^* &= \frac{m_A^4 + m_3^2 - s_1}{2m_A} \\ k_1^* &= \frac{\lambda^{1/2}(s_2, m_A^2, m_1^2)}{2m_A} \\ k_2^* &= \frac{\lambda^{1/2}(s_3, m_A^2, m_2^2)}{2m_A} \\ k_3^* &= \frac{\lambda^{1/2}(s_1, m_A^2, m_3^2)}{2m_A} \end{aligned}\right\}. \tag{2.191}$$

其中函数 $\lambda(x, y, z)$ 的定义见(2.157)式.

从不变量的定义(2.188)式可以得知，s_i 都有一定的取值范围. 分别为

$$\left.\begin{aligned}(m_1+m_2)^2 \leqslant s_1 \leqslant (m_A-m_3)^2 \\ (m_2+m_3)^2 \leqslant s_2 \leqslant (m_A-m_1)^2 \\ (m_3+m_1)^2 \leqslant s_3 \leqslant (m_A-m_2)^2\end{aligned}\right\}. \qquad (2.192)$$

我们把(2.191)和(2.192)式留给读者自己证明.

下面介绍三体衰变的达里兹图分析法. 已知母粒子 A 的衰变几率正比于跃迁振幅的平方和相空间因子，即

$$W \propto |M|^2 \prod_{i=1}^{3} \frac{d^3\mathbf{K}_i^*}{E_i} \delta^4(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\mathrm{P}_3-\mathrm{P}_A), \qquad (2.193)$$

其中 $\mathbf{K}_i (i=1, 2, 3)$ 共有 9 个变量，δ 函数给出四个限制条件，衰变平面在空间取向的任意性给出 2 个限制条件，衰变平面的旋转不变性又给出了一个约束条件，因而(2.193)式中独立的变量只有两个.

考虑相空间积分因子

$$I \propto \int \prod_{i=1}^{3} \frac{d^3\mathbf{K}_i^*}{E_i} \delta^4(\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\mathrm{P}_3-\mathrm{P}_A)$$

$$\propto \frac{\mathbf{K}_1^{*2}\mathbf{K}_2^{*2}\,d\mathbf{K}_1^* d\mathbf{K}_2^*\,d\cos\alpha}{E_1^*E_2^*E_3^*}\,\delta(E_1^*+E_2^*+E_3^*-E_A). \qquad (2.194)$$

其中 α 是 $\mathbf{K}_1^*$ 和 $\mathbf{K}_2^*$ 之间的夹角. 由关系式

$$E_3 = \sqrt{k_1^{*2}+k_2^{*2}+2k_1^*k_2^*\cos\alpha+m_3^2},$$

可求得

$$d\cos\alpha = \frac{E_3^*}{k_1^*k_2^*}\,dE_3^*; \qquad (2.195)$$

代入(2.194)式得

$$I \propto \frac{k_1^*k_2^*\,dk_1^*dk_2^*}{E_1^*E_2^*} = dE_1^*dE_2^*. \qquad (2.196)$$

假设三个末态粒子的质量相等，$m_1=m_2=m_3\equiv m$，这时也可以选末态粒子的动能 T_i 作为达里兹变量. 已知衰变 Q 值为

$$Q=\sum_{i=1}^{3}T_i=m_A-\sum_{i=1}^{3}m_i=m_A-3m. \qquad (2.197)$$

若以Q为高作一个正三角形，从此正三角形内任一点R向三个边作垂线，用这三条垂线的长度分别代表T_1，T_2和T_3，显然就可满足(2.197)式. 图2.12中的三角形就称为达里兹图.

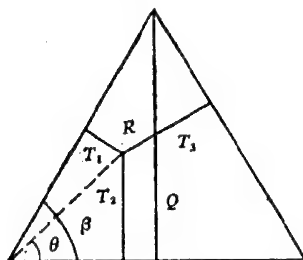


图2.12 三体衰变达里兹图（R点处虚线长度为r）

下面证明，若取T_i中的任意两个，例如T_1和T_2作为R点的斜坐标，则三角形的面元$ds_\Delta \propto dT_1dT_2$. 为方便起见，我们取极坐标，如图2.12，

$$T_1=r\sin(\beta-\theta),$$

$$T_2=r\sin\theta,$$

$$\frac{\partial(T_1,T_2)}{\partial(r,\theta)}=\begin{vmatrix}\sin(\beta-\theta) & -r\cos(\beta-\theta)\\ \sin\theta & r\cos\theta\end{vmatrix}=r\sin\beta;$$

$$\therefore \qquad ds_\Delta=rdrd\theta=r\frac{\partial(r,\theta)}{\partial(T_1,T_2)}dT_1dT_2=\frac{1}{\sin\beta}dT_1dT_2,$$

$$\because \qquad \beta=\frac{\pi}{3},$$

$$\therefore \qquad ds_\Delta\propto dT_1dT_2. \qquad (2.198)$$

由(2.196)式可见，相空间因子I正比于达里兹三角形内的一块面积. 当然并不是三角形内任一点都是物理点，例如它的三个顶点就不满足动量守恒的要求，是非物理点. 但是物理上可以实现的衰变事例必定对应三角形内的一个点.

在非相对论情况下

$$T_i=\frac{k_i^{*2}}{2m}. \qquad (2.199)$$

由

$$\left.\begin{aligned}&k_3^{*2}=k_1^{*2}+k_2^{*2}+2k_1^*k_2^*\cos\alpha\\ &|\cos\alpha|\leqslant 1,\end{aligned}\right\}, \qquad (2.200)$$

有

$$4k_1^{*2}k_2^{*2} \geqslant (k_3^{*2} - k_1^{*2} - k_2^{*2})^2;$$

两边除以 $(2m)^2$ 得

$$4T_1T_2 \geqslant (T_3 - T_1 - T_2)^2.$$

边界方程为

$$4T_1T_2 = (T_3 - T_1 - T_2)^2. \qquad (2.201)$$

这是一个二次方程，代表三角形的内切圆，如图 2.13a 所示。

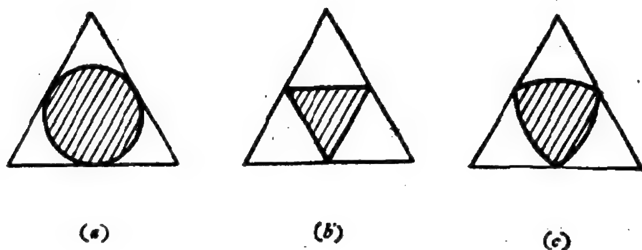
在极端相对论情况下

$$T_i = E_i = k_i. \qquad (2.202)$$

由(2.200)式可得这时的边界方程为

$$T_3 = \left\{ \begin{array}{l} T_1 + T_2 \\ T_1 - T_2 \\ -T_1 + T_2 \end{array} \right. \Longrightarrow \left. \begin{array}{l} \xleftarrow{\mathbf{K}_3^*} \begin{array}{l} \to \mathbf{K}_1^* \\ \to \mathbf{K}_2^* \end{array} \\ \xleftarrow{\mathbf{K}_1^*} \begin{array}{l} \to \mathbf{K}_2^* \\ \to \mathbf{K}_3^* \end{array} \\ \xleftarrow{\mathbf{K}_2^*} \begin{array}{l} \to \mathbf{K}_1^* \\ \to \mathbf{K}_3^* \end{array} \end{array} \right\}. \qquad (2.203)$$

这是一个三角形边界，如图 2.13b 所示，一般情况应介于非相对论和极端相对论之间，因此其达里兹边界应如图 2.13c 所示。



(a) (b) (c)

图 2.13 三体衰变达里兹图的物理域

(a) 非相对论情况 (b) 极端相对论情况 (c) 一般情况

由于衰变率(见 2.193 式)

$$W \propto |M|^2 I \propto |M|^2 ds_\Delta. \qquad (2.204)$$

因此如果把实验结果标在达里兹三角形内，则事件点的密度分布应正比于 $|M|^2$，也就是说，衰变事例点的密度分布完全决定于过程的动力学机制即跃迁矩阵元。

达里兹图是分析末态三粒子过程(衰变 $A \to a + b + c$ 或反应 $A + B \to a + b + c$) 作用机制及其跃迁矩阵元结构的一种方法. 其作法是对具体过程选择适当的末态粒子运动学变量，当初态能量和动量给定后，这些运动学变量在质心系中有确定的取值范围和一定的分布. 分析实验测得的事例点密度分布图，有可能判断系统的自旋、宇称值和过程中有无共振态存在.

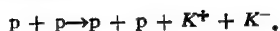
达里兹图可以有不同的表示方法，除了图 2.12 介绍的方法外，第四章中将介绍另外几种选择末态粒子运动等变量的方法. 如同:

1. 取末态三粒子三种不变质量平方 M^2_{ab}、M^2_{bc} 和 M^2_{ac} 之中的两个，作为末态粒子系统的运动学变量. 以它们作轴，在正交标架里标出事例点的分布. 例如，图 4.20 和 4.21，根据事例点分布中有密集的带，可以判断共振态的存在.

2. 取末态三粒子的动能 T_a、T_b 和 T_c 为运动学变量，以互成 120° 的 T_a、T_b 和 T_c 为标架，将事例点的分布标示出来. 例如，图 4.27 给出了 $\omega \to 3\pi$ 的达里兹图. 通过适当的计算可知事例点一定的分布对应系统一定的自旋和宇称值. 达里兹图还被推广用于分析一些多粒子末态过程. 例如，分析 e^+e^- 对撞产生的强子喷注等问题.

习　　题

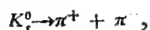
1. 高能质子束轰击静止氢靶可以产生 K 介子，当入射质子能量不太高时，$K^\pm$ 介子可以通过下述过程产生:



$$p + p \to p + p + K^+ + K^-.$$

为了实现这一反应，入射质子至少要有多大的动能?

2. 一束动量为 $p_K = 1.4\text{GeV}$ 的 K^0_s 介子，在飞行中产生如下衰变



$$K^0_s \to \pi^+ + \pi^-,$$

求实验室系中 π 介子的最大和最小动量 p_M 和 p_m.

3. π^0 介子的动量为 p_π，飞行中衰变成两个光子，如果质心系中光子发射方向与 π 介子入射方向垂直，求实验室系中每个光子的能量和运动方向.

4. 计算能量为 E 的 π 介子在飞行衰变时，中微子在实验室系中的角分布. 画出其图形，并计算衰变产物 μ 子和 π 介子之间的最大夹角.

5. 在下述反应中：　　$\pi^- + p \to X^- + p$

入射 π 介子的动量为 12GeV，玻色子共振态 X^- 的质量为 2.4GeV. 试计算散射质子 p 的动量及它与 π^- 束流之间的最大夹角.

6. 考虑 π^0 的飞行衰变：$\pi^0 \to \gamma + \gamma$，

(a) 求以 π^0 动能 T 表示的最大光子能量.

(b) 如果两光子具有相同能量，则它们之间的夹角是多大?

7. 考虑产生奇异粒子 Λ 的反应：$\pi^- + p \to \Lambda + K^0$. 如果质子静止，入射 π^- 的动量为 1GeV，

(a) 计算反应前质心系总能量 $\sqrt{s}$.

(b) 此反应能否发生？为什么.

8. 在反应 $\pi^+ + p \to \Delta^{++} + \pi^0$ 中，p 靶静止，入射 π^+ 动量为 5GeV，试计算在 $\Delta^{++}\pi^0$ 质心系中，Δ^{++} 和 π^0 的速度.

9. 试计算在反应 $\pi^+ + p \to p + \pi^0 + \pi^+$ 中，末态 $\pi^0\pi^+$ 系统在什么情况下具有最小不变质量.

10. K^+ 介子可以在光致反应 $\gamma + p \to K^+ + \Lambda$ 中产生，如果质子 p 是静止的，求能使此反应发生的光子最小能量.

Λ 在飞行中衰变为 $\Lambda \to p + \pi^-$，若 Λ 的速度为 $\beta = 0.8$，求：

(a) π^- 能达到的最大动量.

(b) π^- 在垂直于 Λ 飞行方向的动量最大分量.

参 考 文 献

[1] K. G. Dedrick, Kinematics of High Energy Particles, *Rev. Mod. Phys.* **34**, 429 (1962); **35**, 414 (1963).

[2] R. Hagedorn, Relatvistic Kinematics, Benjamin, New York, (1963).

[3] M. Leon, Particle Physics: An Introduction, Academic Press, New York, (1973).

[4] S. De Benedetti, Nuclear Interactions, Wiley, New York, (1964).

[5] W. Rindler, Special Relativity, Oliver and Boyd, London, (1966).

[6] 李政道，场论与粒子物理学，科学出版社，p. 193 (1982).

第三章　轻　　子

1975 年以前，人们认识的轻子只有 e^-，ν_e，μ^-，ν_μ 以及它们的反粒子，共八种．它们都是自旋 $S=\frac{1}{2}$ 的费米子，遵守费米-狄拉克统计和泡利不相容原理．这些粒子都比较轻，因此，当时将它们称为轻子．但在 1975 年发现质量约为 1.8GeV 的重轻子 τ 以后，认识到这种观念是不正确的，轻子不一定都很轻，现在认为，轻子是以不参与强相互作用为其特征，中微子还不参与电磁相互作用，只参与弱相互作用．到目前为止，实验上在 2×10^{-16}cm 范围内还没看到轻子的内部结构，仍然可以认为轻子是类点的粒子．但是当加速器的能量更高以后，是否会觉察到它们的内部结构？轻子族还有没有别的成员，是否存在更重的轻子？这些都是普遍关心的问题．目前实验上在质量小于 22.5GeV 范围内没有找到其它重轻子，研究工作仍在继续．可以说，揭露轻子内部结构及其谱系的工作才刚刚开始．

本章将介绍各种轻子的基本性质和它们所特有的轻子数守恒定律．

§3.1　轻子的基本性质

3.1.1　电子和 μ 子

电子是最早被发现的粒子．1897 年汤姆森(J. J. Thomson)首先测出了电子的荷质比，后来米立肯 (R. A. Millikan) 在 1911 年通过有名的油滴实验测量了电子电荷，从而确认了它的存在．实验上测得电子质量为

$$m_e=(9.109534\pm0.000047)\times10^{-28}\text{克}$$

$= (0.5110034 \pm 0.0000014)\text{MeV}.$

电子带负电荷($-e$), e 是电子电荷的数值

$$e = (4.803242 \pm 0.000014) \times 10^{-10} \text{静电单位 (esu)}.$$

这是粒子带有的最小电荷. 至今实验上没有发现带更小电荷的粒子,虽然在理论上早即预言有电荷值为 $\pm \frac{1}{3} e$ 或 $\pm \frac{2}{3} e$ 的粒子(层子)存在.

由于电子是自旋 $S = \frac{1}{2}$ 的费米子, 因此按照泡利不相容原理,电子系统的波函数对于任何两个电子的交换应是反对称的,在一个确定的状态中最多允许有一个电子存在. 在反应过程中, 为满足电荷守恒, 统计性守恒等要求, 电子不能任意地产生和消失, 它的产生和消失必然伴随着其它粒子的产生和消失.

μ 子是 1936 年安德森 (C. D. Anderson) 等人首先在宇宙线中发现的. 它的质量约为电子质量的 207 倍, 有带负电和带正电的两种,没有中性的 μ 子. 起初以为它就是 1935 年汤川在理论上预言的传递核力作用的介子, 所以当时称之为 μ 介子. 后来实验表明, 尽管 μ 子的质量和汤川预言的传递核子间强相互作用的介子质量差不多,但是 μ 子能够穿透很厚的物质层而不发生核作用. 说明 μ 子不参与强相互作用,不是汤川所预言的介子. 实际上,把它称为介子也是不恰当的, 因为后来物理学中将参与强相互作用的自旋为整数的玻色子称为介子. 而 μ 子是不参与强作用, 自旋为 $\frac{1}{2}$ 的费米子,属于轻子族.

在相互作用等性质上, μ 子和电子非常相似,只是质量比电子大. 一般认为, 粒子的质量与其相互作用的性质有关. μ 子不参与强相互作用, 但其质量却和以后将介绍的强作用粒子——π 介子 (它才是汤川预言的传递核力的媒介子) 差不多,下面要讲到的重轻子 τ 的质量还更重,其奥密何在? 至今仍不清楚.

由于 μ 子和原子核之间没有强相互作用, μ^- 在介质中被慢化后,可以自由衰变, 也可以被原子核俘获,形成 μ^- 原子, 存在平均

寿命 τ_c 时间以后，被原子核中一个质子吸收转化为中子和中微子



$$\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu. \tag{3.1}$$

在很轻元素的介质中，μ^+ 和 μ^- 的寿命差不多，因轻核的 μ^- 俘获几率很小，τ_c 很大．对于原子序数 Z 大的元素，μ^- 俘获几率变大，τ_c 变小．理论证明，τ_c 和介质元素的 Z^{-4}成正比．μ 子在介质中的寿命 τ 一般地可以写成两部分

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_\mu} + \frac{1}{\tau_c}. \tag{3.2}$$

公式右侧第一项是 μ 子自由衰变引起的，第二项由核俘获吸收的贡献．实验表明，在 $Z = 11$ 时，(3.2) 式右侧两项的数值大致相等．假设 μ^- 俘获和 μ 衰变及核 β 衰变有相同的弱作用常数时，理论上可以解释这些实验现象．

μ^- 被原子序数为 Z 的原子核俘获到轨道上后，形成类氢原子，称为 μ 子原子．由于波尔半径 $a = n\hbar/Ze^2m$ 反比于粒子质量，因而 μ 子在核外的轨道半径比电子在核外的轨道半径小 200 多倍．在波尔半径比核半径大很多的条件下，μ 子在核外轨道能级上的能量近似（当 $\alpha^2Z^2 < 1$）为

$$E = -\frac{m_\mu c^2 Z^2}{2n}\alpha^2\left[1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n}\left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right)\right],$$

其中 m_μ 是 μ 子和原子核的折合质量，n 为主量子数，$\alpha = \frac{1}{137}$ 是精细结构常数，j 为 μ 子自旋．

μ 子原子中的 μ 子，处于高能级时，可以通过发射 X 射线，或通过俄歇电子过程，跃迁到低能级．通过测量发射的特征 X 射线能谱，可以求得 μ 子原子的里德伯常数 $R_{\infty\mu}$，常数中包含 m_μ

$$R_{\infty\mu} = 2\pi^2 m_\mu e^4/h^3c \text{（厘米}^{-1}\text{）}$$

和普通氢原子的里德伯常数

$$R_{\infty H} = 2\pi^2 m_e e^4/h^3c. \text{（厘米}^{-1}\text{）}$$

相比较，在精确地测出 $R_{\infty\mu}$，$R_{\infty H}$ 和 m_e 等量以后，可以精确地确

定 μ 子质量.

其它带负电荷的粒子,如 π^-, K^-, $\bar{p}$, Σ^- 等,也可以代替原子中的电子,形成各种特殊的原子,这些特殊原子统称为奇特原子.

3.1.2 两类中微子

中微子最早是在研究原子核的 β 衰变中发现的. 在测量衰变 β 电子的能谱时,发现 β 能谱是连续分布的. 如果认为原子核的 β 衰变是两体衰变,即如果衰变方式可以写为

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + e^-,$$

那么按照能量守恒定律,在原子核 $^{A}_{Z}X$ 的质心系中,衰变能 Q 值为

$$Q = M_X - (M_Y + M_{e^-}).$$

它应按能量、动量守恒的原则分配给子核 $_{Z+1}^{A}Y$ 和 β 电子,因此衰变出的电子的动能应是确定的,这就和 β 连续能谱的实验事实发生了矛盾. 为了解释实验事实,只有两种可能的选择: 一是假设在 β 衰变过程中能量和动量守恒定律遭到了破坏. 这是不对的,因为当时所有其它实验事实都支持能量和动量守恒定律. 二是承认能量和动量守恒定律正确,那就需要假设母核 $^{A}_{Z}X$ 进行的不是两体衰变,在衰变末态中还有第三个粒子出现,只是实验上未能探测到.

1931 年泡利假定,在 β 衰变中同时发射出一个电荷为零,质量很小(静质量为零,或近于零),自旋为 $\frac{1}{2}$ 的中性粒子,后来称之为中微子. 这样原子核 β 衰变的净过程就可以表示为

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \tag{3.3}$$

$\bar{\nu}_e$ 表示伴随 e^- 出现的反中微子(一般规定 e^- 为正粒子).

宇宙线研究中知道,大量的 μ 子主要是由 π 介子衰变而来的,在衰变末态中也有伴随着 μ 子产生的 μ 中微子.

$$\left.\begin{array}{l} \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{array}\right\}. \tag{3.4}$$

μ 子和 μ 中微子也可以由其它强子衰变产生,例如

$$\left.\begin{array}{l}K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \Lambda \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \mathrm{p} \\ \Sigma^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \mathrm{n}\end{array}\right\}, \tag{3.5}$$

等等．这些伴随着 μ 子产生的中微子 ν_μ 和 β 衰变中伴随着 e^- 产生的中微子 ν_e 是不是同一种中微子呢？为了回答这个问题，下面我们讨论 μ 子的衰变反应．

μ 子衰变产生的电子也具有连续分布的能谱．和原子核 β 衰变情况相似，能量和动量守恒定律要求 μ 子衰变末态至少也有三个粒子，根据统计性守恒等原因，可以假设除已测到的衰变电子外，另外可能有两个中微子没有被测到，实际的衰变应是

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \tag{3.6}$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu; \tag{3.7}$$

即在 μ 衰变的弱作用过程中，有一个中微子是和 β 衰变中的中微子相同的，而另一个中微子则和 π 介子衰变产生的中微子相同．μ 子衰变产生电子的连续能谱可以表示为

$$N(\varepsilon) = 4\varepsilon^2\left[3(1-\varepsilon) + \frac{2}{3}\rho(4\varepsilon - 3)\right]. \tag{3.8}$$

这里

$$\varepsilon = \frac{2E}{m_\mu},$$

E 是电子能量，m_μ 是 μ 子质量，ρ 是一个和相互作用有关的参数，叫做米歇尔 (L. Michel) 参数．运动学计算给出，当两个中微子由同一方向逃离，且和电子的运动方向相反时，电子的能量最大．这时电子的最大动量 p_e 可由下式算出

$$m_\mu = \sqrt{p_e^2 + m_e^2} + p_e, \tag{3.9}$$

其值为

$$p_e = 52.827\,\mathrm{MeV}.$$

但是如果认为两种中微子是全同的，那么泡利不相容原理将限制它们，两者不能处于相同的量子态．即两个中微子由同一个方向飞离的几率为零，电子不能获得最大能量，这时 β 能谱应如图 3.1*a*

中 $\rho=0$ 的曲线所示。实验测得的 μ 子衰变中的 β 能谱图 3.1 (b) 相应于图 3.1(a) 中 $\rho=0.75$ 的曲线，即有较多的电子具有最大能量，这就意味着 ν_μ 和 $\bar{\nu}_e$ 是两种完全不同的中微子。

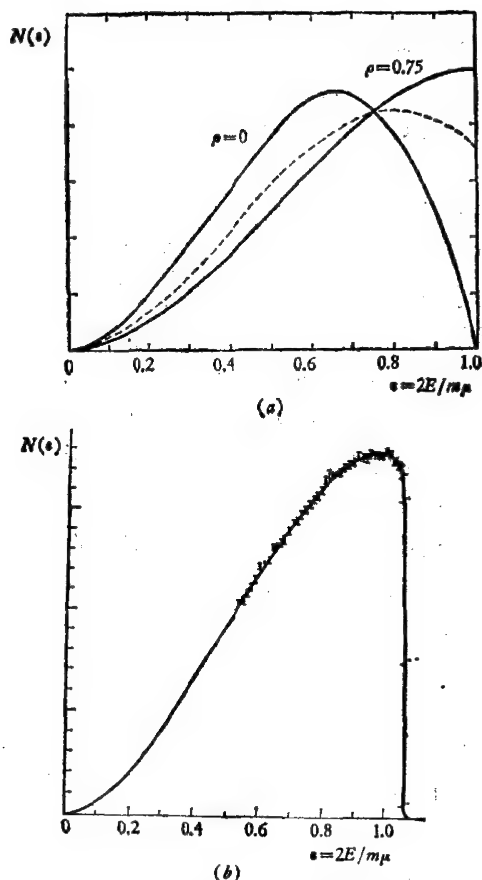


图 3.1 (a) 对不同米歇尔参数 ρ，μ 衰变中发射的 β 电子能谱。虚线表示统计的相空间分布

(b) 实验上测得米歇尔参数 $\rho=0.7518\pm0.0026$，与 $\rho=0.75$ 的理论曲线符合得很好 [参看 M. Bardon, Phys. Rev. Lett. **14**, 449 (1965)]

由于中微子只参与弱相互作用，与核子的作用截面约为

$10^{-38}E_\nu \text{cm}^2$ (E_ν的单位是 GeV),它可以穿过相当厚的物质层,例如可以穿过10^9公里厚的铅而减弱不多.因而进行中微子实验是一个非常困难的工作.虽然 1942 年日本物理学家坂田曾通过理论分析提出了两种中微子是不同的预言,苏联物理学家庞杰柯夫(B. Понтекорво)五十年代即提出过检验两种中微子理论的实验建议,但直到 1962 年才在美国布鲁海汶实验室 (BNL), 由丹拜 (G. Danby) 等人在 30GeV 交变梯度同步加速器 (AGS) 上所做的实验中得到证实.

证实存在两种中微子实验的具体作法是: 用 AGS 加速器内高能质子束打击内靶所产生的次级粒子中包括 $\pi^\pm$, $K^\pm$ 介子. $\pi^\pm$, $K^\pm$ 介子衰变时, 产生 $\mu^\pm$ 和正、反中微子, 在质心系中它们都是各向同性的,而在实验室系中,它们的分布则主要是朝前的. $\pi^\pm$, $K_\pm$ 介子能量愈高,衰变出来的正、反中微子愈集中在朝前更小的立体角内. 让次级粒子束通过很厚的物质层,使除正、反中微子以外的所有粒子,包括穿透能力很强的 $\mu^\pm$ 子,全部被物质层吸收滤除掉,只有相互作用最弱的正、反中微子能够通过物质层, 到达探测器中. 如果有极个别的正、反中微子和探测器中的物质产生了作用,则可被该探测器探测到. 丹拜等人在实验中使用的铁吸收层只有 13.5 米厚, 还不能完全吸收 30GeV 质子打靶产生的各种其它次级粒子,所以他们只加速出 15GeV 的质子束进行实验. 他们的测量设备安置在加速器环外侧(如图 3.2). 15GeV 质子束打击 AGS 的 10 英尺直线段末端的 Be 靶, 产生出大量的带正、负电荷的次级粒子. 加速器本身磁场的作用, 使带负电荷的离子 (π^-, K^-, $\bar{p}$ 等) 偏转到加速环外侧. π^-、K^- 介子在到达 1.35 米厚的铁屏蔽前(距靶 21 米)部分地 (π^- 介子约有 10%) 衰变成 μ^- 介子和反中微子.

$$\left.\begin{aligned} \pi^- &\to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ K^- &\to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{aligned}\right\}. \tag{3.10}$$

屏蔽墙将 π、K 等强子及 μ 子等都吸收掉,而中微子则很容易通过它.

用以测量中微子反应的探测器是 90 层平行安置的铅板火花

室，每层 1.2 米见方，总重量约 90 吨．邻近两层铅板间有电位差，带电粒子通过时两板间出现火花，可以观测到带电粒子径迹．

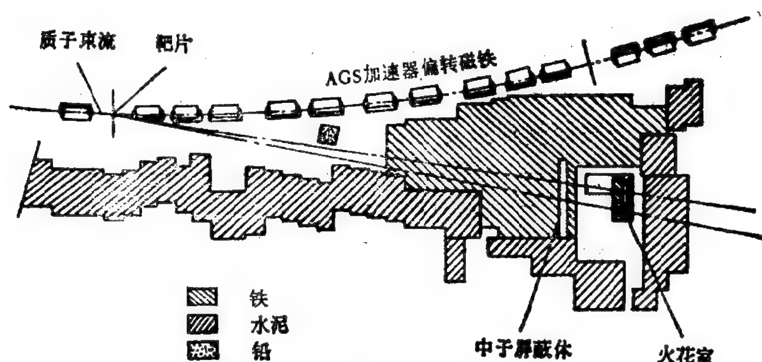


图 3.2 BNL 发现 μ 中微子的实验安排

实验观察了 300 小时，约有 10^{14} 个中微子通过火花室，他们发现有 29 起下述反应

$$\bar{\nu}_\mu + \mathrm{p} \to \mathrm{n} + \mu^+, \tag{3.11}$$

而没有看到反应

$$\bar{\nu}_\mu + \mathrm{p} \to \mathrm{n} + e^+.$$

我们知道在反向 β 衰变实验中，利用反应堆产生的 $\bar{\nu}_e$ 束，可以看到产生 e^+ 的反应

$$\bar{\nu}_e + p \to n + e^+. \tag{3.12}$$

因此，我们只能认为 $\bar{\nu}_\mu$ 和 $\bar{\nu}_e$ 不是同一种中微子，即和 μ^- 子相伴随的中微子 ($\bar{\nu}_\mu$) 与和电子相伴随的中微子 ($\bar{\nu}_e$) 并不是同一种粒子．

3.1.3 重轻子 τ 的发现和 τ 子中微子

1975 年首先在美国 SLAC，接着在西德 DESY 实验室正、负电子对撞机实验中，发现了一种质量较重的轻子族成员，称为重轻子 τ.

SLAC 的实验是利用他们和柏克利洛伦兹实验室 (LBL) 合作

的 MARK-I 磁谱仪进行的．他们在分析 2×2GeV 左右正、负电子对撞产物时，发现有 64 个 $e\mu$ 事例：

$$e^+ + e^- \rightarrow e^\pm + \mu^\mp + \text{丢失能量}.$$

在这些事例中，没有发现其它带电粒子或光子等存在，但能量平衡中说明有较大的丢失能量．分析丢失能量谱认为至少有另外两个粒子产生而未被探测到． 更仔细的测量，可得到这类事件的 R 值

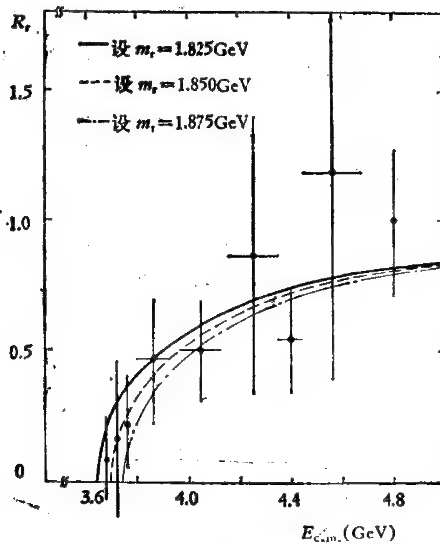


图 3.3 理论计算 τ 子产生 R_τ 值和实验测得的 R_τ 值比较．

注：R_τ 值的定义为

$$R_\tau = \frac{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \tau^+ + \tau^-)}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)}$$ （第六章将介绍 R 值的意义）

随能量的关系曲线（图 3.3），在质心系能量 3.6GeV 以上有类似某种粒子产生时阈能处的峰状结构．其中

$$R = \frac{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow e^\pm + \mu^\mp)}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)}.$$

这种现象不能用 J/ψ 或其它当时已知的粒子对产生然后衰变，或其它已知的相互作用 $e\mu$ 末态过程来解释，却和存在有重轻子的理论预言相符合． 当时认为这种事例是 e^+、e^- 碰撞产生的重轻

子对：

$$e^+ + e^- \to \tau^+ + \tau^-. \tag{3.13}$$

然后 τ^+、τ^- 分别衰变成 e、μ 及相应的中微子，丢失的能量被这些中微子带走了.

假设 τ 轻子衰变方式和 μ 子衰变方式相似，每个 τ 衰变成一个带电粒子（e 或 μ）和两个中微子，例如

$$\left.\begin{aligned} \tau^+ &\to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau \\ &\to \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_\tau \end{aligned}\right\}; \tag{3.14}$$

并假设 τ 子的质量约为 1.8 GeV，理论上算出的 τ 子产生的 R 值，可以符合实验结果，如图 3.3.

此外在高能中微子和核子散射的实验中也分析出 τ 轻子存在的迹象．经过实验仔细测量，目前知道 τ 轻子的质量为

$$M_\tau = 1.7842 \pm 0.0032\,\text{GeV},$$

比某些重子还要重．其寿命为

$$\tau_\tau = (3.4 \pm 0.5) \times 10^{-13}\,\text{秒},$$

自旋为 $\frac{1}{2}$．τ 轻子衰变方式很多，实验测定，除约有三分之一的几率衰变成(3.14)式所示的 e 或 μ 子外，约有三分之一的几率衰变成一个强子和一个中微子，如

$$\begin{aligned} \tau^- &\to \pi^- + \nu_\tau \\ &\to \rho^- + \nu_\tau. \end{aligned} \tag{3.15}$$

还有约三分之一的机会衰变成几个带电强子加中性粒子，例如

$$\begin{aligned} \tau^- &\to \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \nu_\tau \\ &\to K^- + \nu_\tau. \end{aligned} \tag{3.16}$$

所有这些衰变，都是通过弱作用发生的．理论上估算出各种衰变方式的分支比和测量结果基本符合．实验表明，τ 子的性质和 μ 子、电子相似，带一个电子电荷(正或负)，只参与电磁相互作用和弱作用，不参与强相互作用，因此它是轻子族中的成员.

理论上认为，应该存在和重轻子 $\tau^\pm$ 相应的中微子 ν_τ 和 $\bar{\nu}_\tau$，但还没有得到实验的肯定证实．最新实验给出可能存在的 τ 中微子

的质量上限为 $m_{\nu_\tau} < 250\,\text{MeV}$.

τ 重轻子的发现使轻子族的成员由八个增加到十个，包括 $e^\pm$, $\mu^\pm$, $\tau^\pm$, ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$. 除此以外，估计与 τ 轻子相应的 ν_τ 和 $\bar{\nu}_\tau$ 也可能存在. 另外还有没有其它重轻子存在，是实验和理论上很关心的问题，这方面的实验及理论工作都在继续进行. 总之，重轻子 τ 的发现，增加了对轻子的种类和轻子间可能的相互转化过程的了解，更多地揭示了轻子的内部矛盾. 这无疑会对研究轻子结构提供新的线索.

表 3.1 中给出目前已发现的几种轻子的性质.

表 3.1 几种轻子的性质

轻子	自旋	质量	磁矩	寿命	反粒子
e^-	$\frac{1}{2}$	$(0.5110034\pm 0.0000014)\,\text{MeV}$	$(-1.0011596522 09\pm 0.000000000031)\frac{e\hbar}{2m_ec}$	稳定 $>2\times10^{22}$ 年	e^+
μ^-	$\frac{1}{2}$	$(105.65943\pm 0.00018)\,\text{MeV}$	$(-1.001165924\pm 0.000000009)\frac{e\hbar}{2m_\mu c}$	$(2.19709\pm 0.00005)\times10^{-6}$ 秒	μ^+
τ^-	$\frac{1}{2}$	$1.7842\pm0.0032\,\text{GeV}$	?	$(3.4\pm0.5)\times10^{-13}$ 秒	τ^+
ν_e	$\frac{1}{2}$	$<46\,\text{eV}$	0	稳定	$\bar{\nu}_e$
ν_μ	$\frac{1}{2}$	$<0.52\,\text{MeV}$	0	稳定	$\bar{\nu}_\mu$

3.1.4 电子和 μ 子的反常磁矩

经典物理和量子力学都告诉我们，一个沿圆形轨道运动的带电 (Q) 粒子产生磁距. 磁矩 $\boldsymbol{\mu}$ 和粒子运动轨道角动量 $\mathbf{L}$ 之间的关系为

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{Q}{2mc}\mathbf{L}, \tag{3.17}$$

其中 m 是粒子的质量. 例如，在原子中做轨道运动的电子产生的原

子磁矩为

$$\boldsymbol{\mu}_e = \frac{-e}{2m_e c}\mathbf{L} = -g_l \mu_B \mathbf{L}/\hbar, \tag{3.18}$$

g_l 是一个无量纲的常数,叫做迴转磁化率,或 g 因子. 这里 $g_l=1$, μ_B 称为电子的玻尔磁子,其值为

$$\begin{aligned}\mu_B &= \frac{e\hbar}{2m_e c}\\ &= (0.57883785 \pm 0.00000095)\times 10^{-14}\text{MeV}\cdot\text{高斯}^{-1}.\end{aligned} \tag{3.19}$$

我们知道,斯特恩-盖拉赫实验指出,单能准直电子束通过非均匀磁场时会劈裂出两束电子,如图 3.4 所示. 另外,用高分辨本领的光谱仪分析钠光谱 D 线时发现,它是由相隔 $\Delta\lambda=6\,\text{Å}$ 的 $D_1=5896\,\text{Å}$ 和 $D_2=5890\,\text{Å}$ 的两条谱线构成的,称为钠 D 线的精细结构,如图 3.5 所示. 为了解释这些实验事实,1925 年乌伦贝克 (G. E. Uhlenbeck) 和高德斯密特 (S. Goudsmit) 提出了电子具有自旋角动量 S 的假定,他们假定电子的自旋为 $S=\frac{1}{2}$,在 Z 方向的投影只能取两个值,

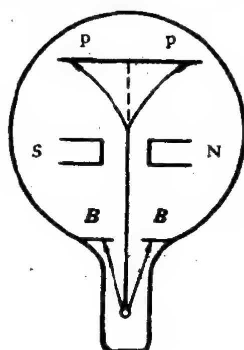


图 3.4 斯特恩-盖拉赫实验装置简图

$$S_Z = \pm\frac{1}{2}.$$

虽然我们不能用经典的观念来理解自旋,但是实验表明具有自旋的带电粒子,甚至具有自旋的中性粒子,都带有磁矩. 和 (3.18) 式相似,把电子的自旋磁矩定义为

$$\boldsymbol{\mu}_S = -g_S\mu_B \mathbf{S}/\hbar = -\frac{e}{m_e c}\mathbf{S}, \tag{3.20}$$

其中电子自旋的迴转磁比率 $g_S=2$, (和电子轨道运动的迴转磁比率 $g_l=1$ 不同) 这是实验确定的. μ_S 在空间任一方向 Z 的投

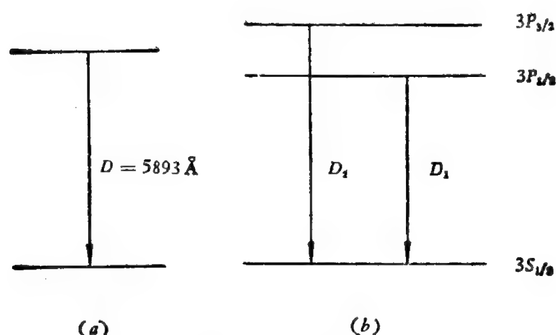


图 3.5 钠光谱D线
(a) 不考虑精细结构 (b) 考虑精细结构

影只能取两个值

$$\mu_S=-\frac{e}{m_e c}m_S\hbar=\mp\frac{e\hbar}{2m_e c}=\mp\mu_B. \tag{3.21}$$

由于电子具有磁矩,在磁场中产生一个附加的位能 E_M

$$E_M=-\boldsymbol{\mu}_S\cdot\mathbf{B}=\pm\mu_B B, \tag{3.22}$$

因此造成了能级的劈裂，称为塞曼劈裂，这就解释了斯特恩-盖拉赫实验. 类似地，对于自旋 $S=\frac{3}{2}$ 的粒子，能级将劈裂成四条，如图 3.6 所示.

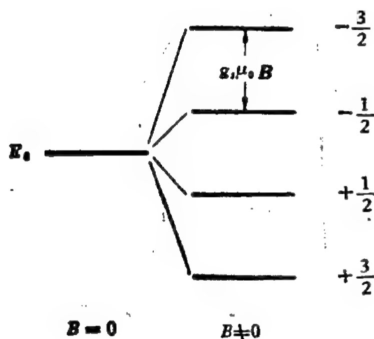


图 3.6 $S=\frac{3}{2}$ 的粒子在外磁场中的塞曼劈裂

$$\begin{aligned}E&=E_0-E_M\\&=E_0-g_S\mu_0 Bm_S,\end{aligned} \tag{3.23}$$

式中

$$m_S=\pm\frac{3}{2},\quad \pm\frac{1}{2}.$$

需要指出的是，上面讨论都是在不考虑粒子的相互作用和内部结构的理想情况下给出的，即把粒子看成是类点

的．从狄拉克方程也可以自然地导出，质量为 M，自旋为 $\frac{1}{2}$ 的类点粒子具有磁矩 $g\frac{e\hbar}{2mc}S$．但是实际上，由于粒子的内部结构和相互作用的影响，实验上测得的磁矩和狄拉克方程的预言有一定的偏差．这种偏差对核子是相当大的，而对于轻子，因为它们基本上可看成是类点的，偏差就小得多．下面我们讨论由此而产生的电子和 μ 子的反常磁矩．

量子电动力学的理论告诉我们，当电子和电磁场发生相互作用时，电子可以在短时间内吸收或发射光子．可以预期，这种虚解离过程将会使电子的磁矩有微小的改变．这种微小的改变，可以由量子电动力学计算，也可以由实验直接测定．理论计算和实验结果的比较，通常是通过对 g 因子的讨论进行的，即考虑 g 因子和 2 的差别，为了方便常写为

$$g = 2(1 + a),$$

或

$$a = \frac{1}{2}(g - 2). \tag{3.24}$$

我们可以通过一些实验测出电子或 μ 子的 a 值，称为 $(g-2)$ 实验．某种带电粒子，如果其 g 因子精确地等于 2，经过不随时间变化的恒定磁场时，其运动方向和自旋方向以同样的速率进行变化．这样一束粒子，开始时若是纵向极化的，即自旋和运动方向一致时，将保持其纵向极化．对于 $g \neq 2$ 的粒子，开始时如果是纵向极化的，其极化情况将随时间改变．$(g-2)$ 值可由测定极化方向的改变情况算出．

在非相论情况下，带有自旋的粒子在磁场中的运动方程式为

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{H}, \tag{3.25}$$

$$\frac{d(\mathbf{S}\hbar)}{dt} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}. \tag{3.26}$$

方程式 (3.26) 表示角动量的变化率等于磁场加给磁矩的力偶．虽

然自旋本质上是量子力学量，但是如同量子力学期待值遵守对应的经典运动方程式一样，经典运动方程式(3.26)可以用来描写自旋对于磁场方向的进动．1965年费曼还曾对磁场中自旋进动问题进行过量子力学的计算．我们将

$$\boldsymbol{\mu} = g\frac{e\hbar}{2Mc}\mathbf{S}$$

代入(3.26)式中得到

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{ge}{2Mc}\mathbf{S}\times\mathbf{H}. \tag{3.27}$$

可以将自旋分解为沿速度方向和垂直于速度方向的分量

$$\mathbf{S} = |\mathbf{S}|(\hat{\mathbf{v}}\cos\phi + \hat{n}\sin\phi), \tag{3.28}$$

其中 $\hat{\mathbf{v}}$ 及 $\hat{\mathbf{n}}$ 为分别平行及垂直于速度方向的单位矢量，并且

$$\hat{\mathbf{v}}\cdot\hat{\mathbf{n}} = 0; \tag{3.29}$$

ϕ 为自旋与速度 $\hat{\mathbf{v}}$ 之间的夹角．

由方程式(3.25)

$$\dot{\hat{\mathbf{v}}} = \frac{e}{Mc}\hat{\mathbf{v}}\times\mathbf{H}, \tag{3.30}$$

将(3.28)式代入(3.27)式并使用(3.30式)，我们得到

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{n}}\dot{\phi}\cos\phi + \dot{\hat{\mathbf{n}}}\sin\phi - \hat{\mathbf{v}}\dot{\phi}\sin\phi &= (g-2)\frac{e}{2Mc}\cos\phi\hat{\mathbf{v}}\times\mathbf{H}\\ &\quad + \frac{ge}{2Mc}\sin\phi\hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{H}.\end{aligned} \tag{3.31}$$

在粒子的自旋方向和其运动方向相同时，$\phi = 0$，有

$$\hat{\mathbf{n}}\dot{\phi} = (g-2)\frac{e}{2Mc}\hat{\mathbf{v}}\times\mathbf{H}, \tag{3.32}$$

即粒子在垂直于磁场方向得到横向极化．

对于任意方向的自旋，我们把(3.31)式的两边对 $\hat{\mathbf{n}}$ 作标量积，并使用 $\hat{\mathbf{n}}\cdot\dot{\hat{\mathbf{n}}} = 0$ 和 $\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\mathbf{v}} = 0$ 关系得到

$$\dot{\phi} = (g-2)\frac{e}{2Mc}\hat{\mathbf{n}}\cdot(\hat{\mathbf{v}}\times\mathbf{H})$$

$$= (g-2)\frac{e}{2Mc}\hat{\mathbf{v}}\cdot(\mathbf{H}\times\hat{\mathbf{n}}). \tag{3.33}$$

1959 年巴格曼、米歇尔和特莱格黛 (V. Bargmann, L. Michel and V. L. Teligdi) 等在相对论条件下导出过此式. ϕ 是粒子束由纵向极化变为横向极化的速率.

在最简单的几何条件下，一束粒子垂直于磁场方向入射，其自旋也垂直于磁场方向时，有

$$\phi = (g-2)\frac{eH}{2Mc}. \tag{3.34}$$

因此实验上只要测得极化方向变化的速率，就可以求得 $(g-2)$ 的值.

法利 (F. J. M. Farley) 1969 年写过电子和 μ 子 $(g-2)$ 实验的评论性文章. 皮普金 (F. M. Pipkin) 1970 年总结过有关理论和实验结果的数据

$$a_{电子}(实验) = (1159644 \pm 7)\times 10^{-9},$$
$$a_{电子}(理论) = (1159643.6 \pm 2.3)\times 10^{-9}.$$

从这一结果我们可以看到，量子电动力学的计算结果和实验结果符合得非常好. 对 μ 子来说，考虑其虚光子发射效应时，还需要考虑由此虚光子产生的电子-正电子偶的问题. 1975 年皮卡索 (E. Picasso) 利用 CERN 的 μ 储存环，测得 μ 子反常 g 因子准确到百万分之十，为

$$\frac{1}{2}(g-2) = a_\mu = 0.001165922 \pm (0.9\times 10^{-8}).$$

而考虑到强及弱相互作用的校正后，量子电动力学的计算结果是

$$\frac{1}{2}(g-2) = a_\mu = 0.001165921 \pm (0.1\times 10^{-7}).$$

这是实验和理论两方面珍奇的成就.

3.1.5 中微子的螺旋性 (helicity)

发现 β 衰变等弱作用过程中有宇称不守恒的现象以后，为了

从理论上给出满意的解释，就需要假定中微子的自旋分量 S_z 有以下特点：

1. 中微子的自旋方向总是与其运动方向相反的（图 3.7*a*），即中微子是左旋的，在自然界中没有右旋的中微子.

2. 反中微子的自旋方向总是与其运动的方向相同的（图 3.7*b*），即反中微子是右旋的，自然界没有左旋的反中微子.

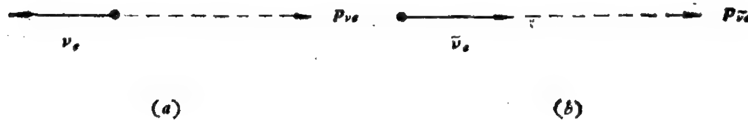


图 3.7　中微子的螺旋性

无论电子中微子或 μ 中微子都具有上述特点. 而按照狄拉克理论，一般自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子，其自旋在一定方向（通常以动量 **p** 的方向为准）上应有 $\pm\frac{1}{2}$ 两个分量. 此时正、反粒子的波函数应该有四个分量，分别反映：

(i) 粒子自旋向上；

(ii) 粒子自旋向下；

(iii) 反粒子自旋向上；

(iv) 反粒子自旋向下.

如果反应过程中所包含的自旋为 1/2 的费米子都具有这四种可能的状态，则宇称守恒定律应该得到遵守. 如果象上面讲的中微子只具有 (ii)、(iii) 两种状态，那么在进行空间反射时，左旋中微子变成自然界中不存在的右旋中微子；右旋反中微子也将变成自然界中不存在的左旋反中微子. 因此在二分量中微子理论情况下，空间反射不变性受到破坏，这样就可能理解有中微子参与的弱作用过程中宇称不守恒现象的原因.

中微子具有固定的螺旋性的问题，是以中微子静止质量等于零为前提的. 因为对于静质量不为零的粒子，不能要求它只有左

旋态或只有右旋态. 例如,对电子而言,在某坐标系中假定电子自旋与其运动方向相反,在这个坐标系中电子是左旋的. 而在另一个与原坐标系有相对运动,而且速度超过电子速度的新坐标系中看来,电子的运动方向将是相反的,这时电子自旋与运动方向一致,应该是右旋的了. 因此质量不为零的粒子没有固定的螺旋性. 但对于静质量为零的中微子,在任何系统中总是以光速运动着,不可能有比它更快的坐标系,因此其螺旋性就有不变的意义,这和光子是类同的.

考虑衰变过程 $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$, 通过对衰变产物中 μ^+ 的纵向极化测量,可以定出 ν_μ 的螺旋性. 在 π^+ 静止的坐标系统中,取 Z 轴沿衰变产物方向. 已知 π 介子自旋为零,由于角动量守恒, μ^+ 和 ν_μ 自旋的 Z 分量必须大小相等方向相反. 由于动量守恒, μ^+ 和 ν_μ 的动量也必须大小相等方向相反,即 μ^+ 和 ν_μ 应向相反方向运动. 因此在 π 介子静止坐标系中看, μ^+ 与 ν_μ 具有相同的螺旋性(图 3.8).

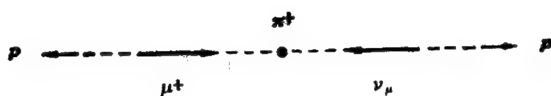


图 3.8 π^+ 静止系中看 μ^+, ν_μ 的螺旋性

实验测出上述 μ^+ 介子是左旋的,因而定出 ν_μ 也是左旋的. 同样的,在 $\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ 衰变过程中,定出 $\bar{\nu}_\mu$ 的螺旋性是右旋的. 这和由其它实验中定出的电子中微子的螺旋性是一致的.

3.1.6 轻子数和轻子数守恒定律

前面已经简单地介绍了各种轻子的基本性质. 为了解释一些为其它守恒定律允许,而实际上并没有被观察到的有轻子参加的反应过程,卡诺宾斯基(Kanopinski)和马茂(Mahmou)引进了轻子数 L 的概念,每个轻子都有其相应的轻子数,各种反应过程都要求轻子数守恒. 在发现 ν_e 和 ν_μ 是两种不同的中微子,因而 $\bar{\nu}_\mu$ +

$p \to n + e^+$ 类型的反应不能发生以后，人们分别给轻子以两种轻子数 L_μ 和 L_e，如表 3.2 所示．光子及各类强子的轻子数均为零．

表 3.2　不同轻子的轻子数

	e^-	e^+	ν_e	$\tilde{\nu}_e$	μ^-	μ^+	ν_μ	$\tilde{\nu}_\mu$	τ^-	τ^+
L_e	+1	−1	+1	−1	0	0	0	0	0	0
L_μ	0	0	0	0	+1	−1	+1	−1	0	0
L_τ	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	−1

到目前为止，所有实验事实都表明，在各种类型的相互作用(强，弱，电磁作用)中，电子轻子数 (L_e)、μ 轻子数 (L_μ) 总是分别守恒的．轻子不能单独地产生或湮灭，只能和其它轻子同时产生或湮灭，以保持轻子数守恒．即反应前后的总轻子数 L_e 和 L_μ 分别相等．

根据轻子数守恒规律，我们不难理解下列的各种反应为何未曾发现：

$$e^- + e^- \not\to \pi^- + \pi^-,$$
$$\mu^\pm \not\to e^\pm + \gamma,$$
$$\mu^\pm \not\to e^\pm + e^+ + e^-,$$
$$\pi^- \not\to \mu^- + \nu_\mu,$$
$$\pi^- \not\to e^- + \nu_e,$$
$$\nu_\mu + N \not\to e^- + N.$$

事实上，当初正是看不到这些反应发生的实验事实，启发人们设想有某种量子数禁戒了它们，从而导致了轻子数概念的引入．

τ 轻子发现以后，人们预料另外有一种 L_τ 轻子数．和 L_e 及 L_u 相似，在任何反应中总轻子数 L_τ 也应是分别守恒的，这也是理论上要求有 τ 中微子存在的原因．

§3.2　正 反 粒 子

1928 年，狄拉克根据其相对论性量子力学方程——狄拉克方

程，提出一种预言：对于任何一种微观粒子，都存在着和它相应的反粒子。1932 年安德森首次在宇宙线中发现第一个反粒子——正电子。1955 年张伯伦 (O. Chamberlain) 等在 6.2 GeV 质子同步加速器物理实验中发现了反质子，1956 年发现了反中子。随后在六十年代前后又相继地发现了一系列反超子，包括我国物理学家王淦昌等在联合原子核研究所 10 GeV 同步稳相质子加速器上发现的反西格马负超子 ($\bar{\Sigma}^-$)。后来在一些高能加速器上又发现了反原子核，反原子。从本质上讲，这是发现了另半个世界，在理论和实践上都有重要的意义。

3.2.1 反粒子的理论预言

对于自由电子，非相对论薛定谔波动方程为

$$i\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{1}{2m}\nabla^2\Psi, \tag{3.35}$$

这一方程式可以由非相对论动量、能量关系

$$E = p^2/2m \tag{3.36}$$

通过将能量、动量化为相应的算符得到

$$\left.\begin{aligned} &\hat{\mathbf{E}} \to i\frac{\partial}{\partial t} \\ &\hat{\mathbf{p}} \to -igrad = -i\nabla \end{aligned}\right\}. \tag{3.37}$$

在推广到相对论情况下使用的自由电子运动方程式时，很自然的会想到，从相对论动量、能量关系式 ($E^2 = p^2 + m^2$) 出发，同样地可将动量、能量化为算符 (3.37 式) 形式而得到

$$-\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = -\nabla^2\Psi + m^2\Psi. \tag{3.38}$$

该方程式是洛伦兹不变的。但是根据量子力学的基本原理，我们不能把 $\Psi(X, t)$ 当作单粒子的波函数，原因有两个：

1. 这是对时间的二阶微分方程，所以决定任意时刻的粒子态，就需要知道两个初值条件：某一固定时刻的 Ψ 和 $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$，而不仅仅是 Ψ。

2. 可以证明，相对于该方程，唯一守恒的四矢量流密度是

$$j_\mu = c\left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \Psi^*}{\partial x_\mu}\Psi\right), \tag{3.39}$$

$$j_0 = \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{\partial \Psi^*}{\partial t}\Psi. \tag{3.40}$$

应将它看作为粒子的几率密度，但 j_0 有可能取负值，这就是所谓负几率的困难。

(3.38) 式的方程称为克莱因-高登 (Klein-Gordon) 方程. 薛定谔本人首先发现了它，但由于存在以上问题，他就放弃了这个方程而仅仅考虑它的非相对论极限——薛定谔方程式. 现在我们知道这个方程式里的 $\Psi(X, t)$ 应为量子场量. 可以用它来描写自旋为零的标量粒子场.

1928 年狄拉克认为，为了解决上述矛盾，满足相对论和量子力学基本原理的要求，波动方程必须对于空间和时间坐标具有线性关系，他找到这个方程的具体形式

$$i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = \left(\boldsymbol{\alpha} \cdot \frac{1}{i}\nabla + \beta m\right)\Psi. \tag{3.41}$$

这就是所谓的狄拉克方程. 其中 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 β 分别为 4 × 4 矩阵.

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{\alpha}_1 &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\boldsymbol{\alpha}_2 &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\boldsymbol{\alpha}_3 &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}\right\}. \tag{3.42}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

它们满足反对易关系

$$\left.\begin{aligned} \{\alpha_i, \alpha_j\} &= \alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i = 2\delta_{ij} \\ \{\alpha_i, \beta\} &= \alpha_i\beta + \beta\alpha_i = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{3.43}$$

$$\beta^2 = 1.$$

因为α和β都是4×4矩阵，波函数ψ也应为四维形式

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}. \tag{3.44}$$

所以狄拉克方程实际上是四个方程，应该有四个独立的等价的解，对应于四个状态。具体求解狄拉克方程（3.42）式得到它们的四个解（见附录II）时，我们就会看到，其中两个解对应于电子在正能态上自旋互相反平行的两个状态；另二个解则对应于电子在负能态上的自旋互相反平行的两个状态。负能态在物理上是不好理解的，因而当初被认为是狄拉克方程式的严重困难。

事实上，负能态的存在不只是狄拉克方程的特点，在全部相对论物理学中都会遇到类似的问题。由于在相对论质能关系式$E^2 = p^2 + m_0^2$中，能量是以E^2形式出现的；因此

$$E = \pm\sqrt{p^2 + m_0^2}. \tag{3.45}$$

在$p = 0$时有最小的正能量

$$E_{+\min} = +\sqrt{m_0^2} = m_0, \tag{3.46}$$

和最大的负能量

$$E_{-\max} = -\sqrt{m_0^2} = -m_0. \tag{3.47}$$

两者间相差$2m_0$。

由自由电子狄拉克方程解出的电子的两部分能量本征值，一

部分从 m_0 开始，直到 $+\infty$，另一部分从 $-m_0$ 开始，直到 $-\infty$，如图 3.9 所示. 这两部分之间被 $2m_0$ 隔开. 按照量子力学的观点，如果有相互作用存在，例如光子辐射，处在正能态的电子就会跃迁到负能态上去. 负能量谱是无底的，如果没有任何选择定则限制的话，宇宙中的所有电子都将掉进这个“无底坑”中，这就是说电子不可能有稳定态，这显然是荒谬的.

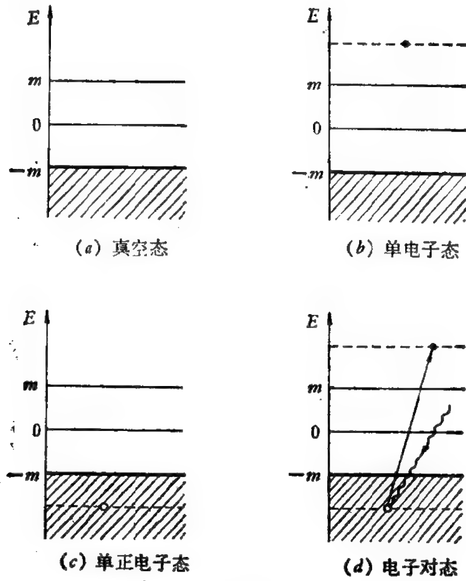


图 3.9 狄拉克方程对反粒子态的预言

为了克服这种所谓的负能困难，狄拉克假设在真空态里，所有负能量态都被电子占满了. 由于泡利不相容原理的限制，每个能级只能有一个电子，这就构成所谓“狄拉克海”如图 3.9a 所示. “狄拉克海”作为完全均匀的本底，是不能被实验所观测到的. 而且在通常情况下，因为真空的所有负能态都被填满了，所以一个处在正能态的电子就不能跃迁到负能态去. 这种情形如图 3.9b 所示. 如果真空中的一个负能态电子吸收了足够的能量，例如吸收了 $E>2m_e$ 的 γ 光子，它就会跃迁到正能级上去，这时在真空中就留下了

一个空穴. 如果飞离真空的电子具有动量 $\mathbf{p}$，则空穴的动量就应为 $-\mathbf{p}$，以保持总动量守恒.由于测量到的空穴的量子数应该是真空的量子数减去电子的量子数，所以看到的这个空穴实际上就是电子的反粒子——正电子，如图 3.9*c* 所示. 上述过程也就是 γ 光子生偶的过程，如图 3.9*d* 所示. 但这种过程必须有其它粒子参与时才能发生，因为只有通过与其它粒子的动量、能量交换，才能同时满足动量及能量守恒定律. 相反，如果在真空中存在一个空穴，正能态的电子就会跃迁到负能态上去，这时正、负电子湮灭而放出 γ 光子.

"空穴理论"解决了狄拉克方程的困难，它的负能解预言了反粒子的存在，因而它不再是狄拉克方程的问题，而是它的成功之处了.

另外，根据狄拉克方程的对称性质还可以预言：正、反粒子的质量，自旋，平均寿命等应相同；衰变方式及其分支比等也是对称的，例如，$\mathrm{n} \to \mathrm{p} + e^- + \bar{\nu}_e$，$\bar{\mathrm{n}} \to \bar{\mathrm{p}} + e^+ + \nu_e$；正、反粒子的电荷、重子数，轻子数及奇异数等相加性量子数大小应相等，符号应相反；正、反粒子的自旋方向相同时，其磁矩方向应相反. 以后我们将看到，狄拉克理论的所有这些预言，都已被实验结果所证实.

这里我们顺便提一下，由前面的讨论，可以看出，狄拉克理论实际上并不是单粒子理论，而是多粒子理论. 现在我们对真空态的理解已经不是以前所想象的没有结构的空无一物，而是包含着产生电子对的潜力. 该理论的严格讨论必须用到量子场论. 把电子场论和电磁场论结合起来的结果，就是《量子电动力学》.

3.2.2 正电子的发现

正电子是 1932 年安德森用威尔孙 (K. Wilson) 云室进行宇宙线研究时首次发现的. 图 3.10 给出了安德森当年介绍给全世界的云室照片示意图. 云室是放在磁场中的，磁场方向和该纸面垂直. 安德森发现该粒子在磁场中的偏转方向和带负电的粒子相反，因此是带正电的粒子；通过对其偏转曲率半径和电离的测量，

可以确定粒子的动量和能量，从而求得其质量．实验表明它的质量和电子非常接近，因此不可能是质子，而是带正电的电子——正电子．

正电子的发现是1921年第一个云室建成以来，利用云室进行实验研究所取得的一个最有意义的成果．此后利用云室还先后在宇宙线中发现了μ子和奇异粒子K^0、Λ等，所以说云室在历史上对粒子物理学的发展曾作出重要的贡献．后来，由于各种新型径迹探测器的发展，云室的作用已经陆续被气泡室，火花室，流光室以及近年来发展的多丝室，漂移室所代替了．

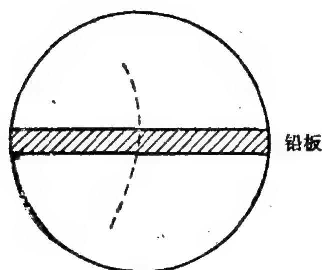


图3.10 安德森发现正电子的云室照象示意图．入射能量63MeV的正电子通过6mm铅板，出射能量为23MeV

发射正电子以后，人们对它的性质进行了仔细的研究，发现它的自旋、质量和电子是一样的；自由正电子也是稳定粒子；它的电荷和电子电荷在数值上相同，符号上相反；轻子数也和电子相反，正电子的轻子数为$L_e=-1$．高能γ光子通过物质时也会产生正电子，这是高能γ光子在原子核电场中，通过$\gamma\to e^+e^-$生偶机制产生的．另外当正电子打到金属板上时，还观察到有γ光子产生，这是因为正电子在物质中和原子碰撞慢化后，被负电子俘获形成类氢原子，称为电子偶素(positronium)．慢化了的正电子最终和电子发生湮灭放出γ光子．由于能量和动量守恒定律的要求，正、负电子湮灭时不可能只放出一个光子，而要同时放出两个或更多个光子．这些性质和狄拉克理论预言完全相同，有力地支持了这一理论．

3.2.3 其它反粒子

正电子发现后，科学工作者相继又发现一系列反粒子．实验证明，诸如$\mu^\pm$，$\nu_e\bar{\nu}_e$，$\nu_\mu\bar{\nu}_\mu$，$\tau^\pm$，$\pi^\pm$，$K^\pm$，$K^0\bar{K}^0$，$p\bar{p}$，$n\bar{n}$，$\Lambda^0\bar{\Lambda}^0$，$\Sigma^+\bar{\Sigma}^+$，

$\Sigma^0\bar{\Sigma}^0$, $\Sigma^-\bar{\Sigma}^-$, $\Xi^0\bar{\Xi}^0$, $\Xi^-\bar{\Xi}^-$ 等正、反粒子都是成对存在的，所有粒子都存在有与之相应的反粒子. 1961 年 BNL 的 30GeV 质子束打靶时，又发现了反氘核，说明反质子和反中子间作用着与质子、中子间相同的核力，以后又陆续地发现了反核子组成的各种复杂的原子核.

反粒子的发现是二十世纪物理学的巨大发现之一. 人们过去认为由稳定粒子——质子、中子和电子组成的物质世界是永恒的，不会消失也不会产生. 实际上的物质世界要比我们的想象更加丰富多彩，正、反粒子可以湮灭，也可以成对产生. 在我们已知的粒子世界以外，还可能存在有反粒子世界.

二十世纪，爱因斯坦提出质量和能量间的相互转化关系. 不同类型的物质变化过程联系着不同程度的这种质能间的转化. 在化学反应中，原子本身基本上保持不变，而是由一种化合物转变成另一种化合物. 对于一个原子，化学反应造成能量的变化约为 1—10 eV，而对应的静止质量的变化值为原子量的 10^{-9}—10^{-10} 数量级. 原子核反应造成的能量变化对于每一核子约为 1 MeV 数量级，即约占核子本身千分之一的静质量转化为动能或相反. 虽然 β 衰变伴随着正、反粒子（e^- 与 $\bar{\nu}_e$）的产生，和质子与中子之间的转化，但在静能量与动能量间的转化上，与原子核反应相差不大.

最强的质、能间的转化过程要属于正、反粒子的湮灭过程. 在正、反粒子湮灭时，核子的全部静止质量几乎都转化成动能(包括中微子能量和光子能量)，因为湮灭产生的中间产物——π 介子虽有静质量，但很快会衰变成为更轻的粒子或静质量为零的粒子.

这种最强的能量转换形式如能在技术上得以应用，则比目前已知的核反应堆，包括热核反应的利用等，在质、能转换的效率上，将增强近千倍. 即如果核燃料以吨计，则正、反物质湮灭的燃料以公斤计算就可以了，这将是最理想的燃料.

天体物理研究中知道，在星体发展的某一阶段，星体内部有极高的温度，这时存在的热辐射可以产生正、负电子偶. 看来在某些星体中，在极强的重力，压力形成极高温度条件下，也会不断发生

正、反粒子偶的产生和湮灭现象，这方面的理论和观测工作都在迅速的发展着. 相对论天体物理研究在重力场中粒子位能可以与其静能量相比较时发生的生偶与湮灭过程. 某些目前已知的天体中进行着强烈的能量转换现象，可能就是由于这类过程引起的.

从现代物理的理论中可以知道，自然界的物理定律对粒子和反粒子，物质和反物质都是对称的. 因而有人假定在宇宙天体中也有物质与反物质的对称性. 据目前所了解，太阳系是由质子，中子和电子等正粒子组成的. 反粒子虽然有，只是极少数，反粒子和粒子相遇时还会很快地湮灭掉. 但在银河系之外，甚至银河系之内，有没有反物质组成的星体，尚不得而知. 宇宙中物质和反物质共同存在的假设，有待于今后的实验证实.

习　　题

1. 在下列反应中，请标明哪些是电子中微子或 μ 中微子，哪些是电子或 μ 子反中微子.

(a) $\Lambda \longrightarrow p + \mu^- + \nu$.

(b) $\Sigma^+ \longrightarrow \Lambda + e^+ + \nu$.

(c) $\Sigma^- \longrightarrow n + e^- + \nu$.

(d) $\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu + \nu$.

(e) $K^0 \longrightarrow \pi^- + e^+ + \nu$.

2. 下列过程，哪些是不能发生的，为什么？

$$\pi^- \longrightarrow e^+ e^- e^+. \qquad n \longrightarrow p\mu^- \nu_\mu.$$

$$n \longrightarrow \mu^+ \mu^- \gamma. \qquad n \longrightarrow \mu^+ e^- \nu_e.$$

$$\pi^+ \longrightarrow \pi^0 e^+ \tilde{\nu}_e. \qquad \pi \longrightarrow \mu^+ \nu_\mu.$$

$$\pi^0 \longrightarrow e^+ \nu_e.$$

3. 实验上已经发现了几种轻子？给出它们各自的质量、自旋、宇称和电荷值. 中微子 ν_e 和 ν_μ 是左旋的还是右旋的.

4. 已知中微子的螺旋性(即是左旋的或是右旋的). 试分析 $\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ 过程中，μ^+ 的螺旋性.

5. 试分析下列过程为什么不能发生：

$$\mu^\pm \longrightarrow e^\pm + \gamma.$$

$$\mu^{\pm} \longrightarrow e^{\pm} + e^{+} + e^{-}.$$

$$\pi^{-} \longrightarrow \mu^{-} + \nu_{\mu}.$$

$$\pi^{-} \longrightarrow e^{-} + \nu_{e}.$$

$$\mathrm{n} \longrightarrow \mathrm{p} + e^{-} + \nu_{e}.$$

参 考 文 献

[1] Wu, C. S. and L. Wilets. Muonic Atoms and Nuclear Structure, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **19**, 527 (1969).

[2] G. Feinberg and L. M. Lederman, The Physics of Muons and Muonic Neutrinos, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **13**, 431 (1963).

[3] H. Primakoff, Theory of Muonic Capture, *Rev. Mod. Phys.* **31**, 802 (1959).

[4] Y. S. Tsai, *Phys. Rev.* **4D**, 2821 (1971).

[5] M. L. Perl, et al., The Discovery of Heavy Lepton, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1489 (1975); *Phys. Lett.*, **63B**, 466 (1976).

[6] M. L. Perl, Review of Heavy Lepton Production in $e^{+}e^{-}$ Annihilation, International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Hamburg, Germany, 93(1977).

[7] V. Bargmann, L. Michel and V. Telegdi, Precession of the Polarization of Particles Moving in a Homogeneous Electromagnetic Field, *Phys. Rev. Letter*, **2**, 435 (1959).

[8] F. Combley and E. Picasso, The Muon (g—2) Precession Experiments, Past, Present, Future, *Phys. Repts.*, **14**, 1 (1974).

[9] 阮同泽,粒子和反粒子，高能物理，**1**，17(1979).

[10] 方励之，粒子和反粒子宇宙不对称的起源，高能物理，**2**，6(1981).

[11] 张家铨，τ 轻子的发现，高能物理，**3**，18(1981).

第四章　强　　子

到 1932 年时，已明确了质子、中子是组成原子核的基本粒子．同时也知道了在原子核（$r \simeq 10^{-12}$cm）内作用着一种非常强的核力，这是一种前所未知的强相互作用． 由于核力的存在，抵销了质子与质子间的库仑斥力，而将组成原子核的那些质子和中子——统称核子，牢固地束缚在一起． 经过对原子核衰变和散射等问题的实验研究和理论分析，认为这种新型的作用力具有以下特点：

1．作用力程很短： 在几个费米（fm $= 10^{-13}$cm）以外就没有这种强作用力了．

2．作用很强、很快： 在核子以接近光速 c 的速度飞越原子核范围过程中，即有很大的几率发生作用．可见作用力必然很强，作用时间必然很短（$t \sim 10^{-13}$cm$/c \sim 10^{-23}$ 秒）．

3．去除质子间库仑作用的影响后，在相同状态下，质子-质子；中子-中子；中子-质子三种情况的相互作用是一样的．这种特性称为核力的电荷无关性．

4．核子不仅有中心力的成分，而且有与自旋有关的非中心力成分．

5．核子间的作用力与是否有其它一些核子在旁边有关系．一个核子只与其近旁的少数几个核子发生相互作用，称为核力的饱和性．

发现了这种新型的相互作用以后，人们竞相在实验和理论两方面对它进行仔细的研究，从二十世纪初开始，出现了一个原子核物理学发展的兴盛时期．

到 1947 年为止，人们所发现的“基本”粒子中光子、电子、质子和中子都是原子物理和原子核物理中所熟悉的． π 介子可以用来

解释核力，中微子是β衰变理论中必需的，只有μ子的存在原因不清楚．当时不少物理学家认为，已经找到了所有的"基本"粒子，由这些粒子已经构成了一个非常完美的物质世界．但是就在这时，人们在实验中又发现了理论上未曾预料到的一些新粒子，从而打开了粒子物理学发展的新局面．由于这些新粒子具有许多不平常的性质，因此被称为奇异粒子，包括奇异介子和奇异重子．

在高能粒子碰撞反应中还发现了一系列寿命极短的强子共振态．这些共振态的存在使得粒子物理世界更加丰富多彩，通过对它们的研究可以使我们获得对粒子结构和强相互作用机制更多的知识．

§4.1 核子和反核子

4.1.1 反核子的发现

质子具有半整数$\left(\frac{1}{2}\right)$的自旋，应该用狄拉克方程描写．但质子的磁矩为狄拉克方程所预言的核磁子的2.8倍，狄拉克反粒子理论对核子是否适用，还需要实验证明．因而虽然在1932年已经发现了正电子，但从实验上发现反核子还是具有重要意义的．

根据狄拉克理论，反质子应与质子质量相同，电荷相反，成对湮没或产生．它的产生阈能为6.8 GeV．美国加利福尼亚州伯克利大学建造的5.6 GeV加速器，主要任务之一就是寻找反核子．加速器建成不久，在1955年即发现了反质子．

6.8GeV的质子束打击铜靶，作为反质子源．实验的任务是在所产生的多种类型，极多数目的次级粒子中找出反质子．实验指出，每产生一个反质子，将近有10^5个介子出现，因此鉴别反质子的任务在当时是艰巨的，所需设备较为复杂．

如图4.1所示，加速器磁场将次级粒子束偏转21°，两个磁铁M_1，M_2进一步将粒子束偏转32°和34°．两组四级透镜Q_1和Q_2可以聚焦动量为1.9 GeV/c的带负电荷粒子束．束中包括π^-、K^-

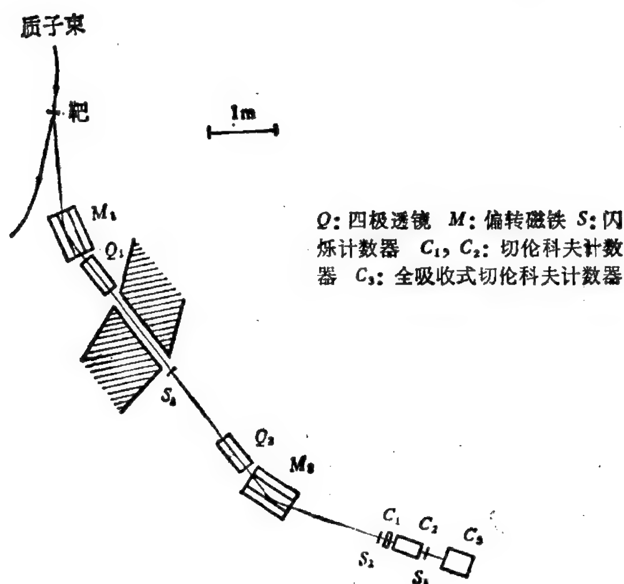


图 4.1 发现反质子的实验设备简图

和 $\bar{p}$.

用两个闪烁计数器 S_1 和 S_2 及相应的快符合线路测量束流粒子飞行时间：反质子在 S_1 和 S_2 之间飞行时间为 51 毫微秒，而 π^- 介子则只需要 40 毫微秒。另外用阈式气体契伦科夫计数器 C_1 记录速度 $\beta > 0.79$ 的粒子。动量为 1.9 GeV/c 时，反质子的 $\beta_p \simeq 0.76$，而 π^- 介子的 $\beta_\pi > 0.99$。用微分式气体切伦科夫计数器 C_2 选择速度在 $0.75 < \beta < 0.78$ 范围内的粒子。符合线路中 $S_1 + S_2 + C_2 + C_3 - C_1$ 事件标记束流中的反质子。1955 年洛伦兹伯克利实验室（LBL）张伯令实验组记录到 60 个反质子事件。由于偶然符合本底不大，计数统计虽不算好，但较为可信。用带正电的次级粒子束作检验时，这种方法测到的是质子。当时测定的质子——反质子质量差小于 1%。实验设备最后面的全吸收计数器 C_3 测定粒子能量，进一步鉴别反质子。

在反质子发现后不久，又发现了反中子．在高能粒子打靶时也能产生反中子，但反中子不带电，更难从其它粒子中鉴别出来．那次发现的反中子是从反质子与原子核碰撞中产生电荷交换反应时产生的．反质子将自己的负电荷交给质子，或由质子处取得正电荷，将质子变成中子而自己转变成反中子．

4.1.2 重子数

近年来的实验结果告诉我们，质子的寿命大于 10^{31} 年(地球的寿命约为 10^{10} 年)，是很稳定的粒子．为什么质子不可以衰变为 π 介子或轻子呢？例如：如果一个质子衰变成一个正电子和一个 γ 光子，并不违背电荷守恒和角动量守恒定律的要求，但实际上这类过程并不存在，这就意味着可能有一种守恒的量子数存在，因此人们引入了重子数的概念．

按照司徒克柏格 (Stueckelberg) 最早给出的规定，质子和中子的重子数 $B=1$；反质子和反中子的重子数 $B=-1$；光子，轻子和 π 介子的重子数 B 为零．后来随着各种奇异重子(超子)和反奇异重子及其共振态被发现后，上面的规定推广为：所有重子的重子数 B 都为 $+1$，所有反重子的重子数都为 -1．如同轻子数一样，重子数也是相加性的量子数．重子数守恒定律具有普遍的意义，即在各种相互作用中，反应初态的重子数之和，必须等于末态的重子数之和．到目前为止，认为违背重子数守恒定律的反应过程是严格禁戒的．

4.1.3 核子的反常磁矩

在 § 3.1 节中我们已经讲过，根据狄拉克方程，质量为 M，自旋为 1/2 的带电粒子应该具有自旋磁矩，其大小为

$$e\hbar/2Mc.$$

对于质子，质量为 m_p，其磁矩应为

$$\mu_N=\frac{e\hbar}{2m_pc}=3.152\times10^{-18}\text{MeV 高斯}^{-1} \tag{4.1}$$

μ_N 称为核磁子．但实验测出质子和中子的磁矩分别为

$$\left.\begin{aligned}\mu_p &= +2.7928\mu_N \\ \mu_n &= -1.9131\mu_N\end{aligned}\right\}, \tag{4.2}$$

而不是狄拉克方程预言的 $\mu_p=1\mu_N$, $\mu_n=0$. 其差值 $\Delta\mu_p = 1.7928\mu_N$; $\Delta\mu_n = -1.9131\mu_N$; 称为核子的反常磁矩.

核子反常磁矩的来源显然和核子结构有关，层子模型对此有所解释. 我们先从核子的虚解离过程，即核子能瞬时地离解出 $\pi^{\pm}$ 介子的过程(如 $p \to n + \pi^+$ 或 $n \to p + \pi^-$)，来定性地理解反常磁矩的来源.

在 $p \to n + \pi^+$ 的虚解离过程中，π^+ 介子自旋为零，本身没有磁矩，但在其围绕中子运动中形成小环状电流，产生磁矩，也贡献到质子的磁矩中去. 我们可以分析这部分贡献与质子原来磁矩的相对方向.

在 $p \to n + \pi^+$ 的虚过程中，应遵守总角动量及宇称守恒定律. 孤立的质子，本身没有轨道角动量. 在选质子自旋方向为 Z 轴时，初态总角动量 $\mathbf{J}$ 及其第三分量 J_Z 分别为 $J=\frac{1}{2}$, $J_Z=\frac{1}{2}$. 初态宇称为 $\pi_p = +1$.

在虚解离时，因为已知 $\pi_\pi = -1$, $\pi_n = +1$, 所以 πn 系统的总宇称为

$$\pi_\pi\pi_n(-1)^l = (-1)^{l+1},$$

其中 l 为 πn 质心系中的轨道角动量. 总角动量守恒要求 l 为 0 或 1，总宇称守恒要求 l 为奇数值，因此 l 只能为 1. 由于初态 $J_Z = \frac{1}{2}$, 角动量第三分量 J_Z 守恒，要求末态只能有 $l_Z = 1$, $S_Z = -\frac{1}{2}$ 及 $l_Z = 0$, $S_Z = \frac{1}{2}$ 两种情况，$l_Z = -1$ 的态不能出现.

我们知道带电粒子轨道运动中产生的磁矩为

$$\frac{e\hbar}{2M_c}\,l_Z.$$

因此 π^+ 介子围绕中子运动所产生的磁矩应和原来质子磁矩方向相同(因为 l_Z 只能是正的)，使质子磁矩增加. 相似地，在中子虚解离过程 ($n \to p + \pi^-$) 中，存在有 π^- 介子围绕质子运动产生的磁矩贡献. 但由于 π^- 介子电荷为负，所贡献的磁矩和中子自旋方向相反，故为负值. 由此可以定性地理解质子反常磁矩为正，中子反常磁矩为负的情况，但据此还不能定量算出核子反常磁矩的具体数值. 当然在核子的虚解离过程中还可能出现其它更重的粒子，如 $p \to \Sigma^+ + K^0$ 等，我们预计它们对核子反常磁矩的贡献也不会改变 $\mu_p > 1$，$\mu_n < 0$ 的结论. 定量的计算要靠强子结构模型等对核子更深刻的理解，介子云的概念是有局限性的. 在第六章强子的层子模型中，对重子磁矩将作进一步介绍.

§4.2 π 介子

4.2.1 π 介子的理论预言

1935 年日本物理学家汤川秀树为了解释核作用的传递方式问题，提出了重量子的假设. 当时他认为与带电粒子间电磁相互作用的传递方式相似，在核子间存在一种核力场. 而核力场是通过交换一种重量子传递的. 这就和带电粒子间存在有电磁场，依靠交换光子传递电磁相互作用的性质一样 (图 4.2).

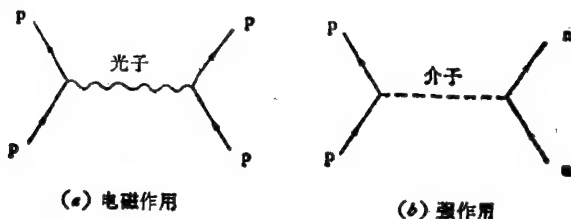


图 4.2 光子传递电磁相互作用，介子传递强相互作用图示

汤川是由相对论波动方程——克莱因-高登方程，即

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Phi = m^2\Phi$$

出发的. 如果令上式中的 $m=0$，这公式就成为熟悉的电磁场方程式. 对静电场，式中时间微商一项又等于零. 如果在坐标原点上有一固定的电荷 e，静电场的公式可写为

$$\nabla^2\Phi = -4\pi e\delta(r), \tag{4.3}$$

则此方程式的解为

$$\Phi = e/r. \tag{4.4}$$

如果另有一电荷 e，离原点的距离为 r，则两电荷间的势能是

$$V = -e\Phi = e^2/r. \tag{4.5}$$

可以用类似的方法来讨论静介子场，此时 $m \neq 0$，仍设坐标的原点上有一个核子，其核力强度是 g，那么势函数的方程是

$$\nabla^2\Phi = m^2\Phi - 4\pi g\delta(r). \tag{4.6}$$

假设 $\Phi = \Phi(r)$ 是球对称的，由上式可解出

$$\Phi = g\frac{e^{-mr}}{r}. \tag{4.7}$$

如果离开原点有另一粒子，则两粒子之间的势能是

$$V = -g\Phi = -g^2\frac{e^{-mr}}{r}. \tag{4.8}$$

这个势能是负的，因为作用力是吸引力. 由 (4.8) 式给出的势能函数值随 r 的增加急剧地趋于零，它代表了短程力. 当 r 大于指数中的常数 $\frac{1}{m}$ 时，力就很小，所以 $\frac{1}{m}$ 的数值代表力程的数量级. 另一方面力程的数量级应该与原子核大小 R 相当，即

$$R \cong \frac{1}{m} = \frac{m_e}{m}\cdot\frac{1}{m_e} = \frac{m_e}{m}\cdot\frac{\lambda_e}{2\pi}, \tag{4.9}$$

$$\therefore \qquad \frac{m}{m_e} \cong \frac{\lambda_e}{2\pi R}; \tag{4.10}$$

式中的 λ_e 是电子的康普顿波长. 把这些数值代入就得

$$\frac{m}{m_e} \approx \frac{2.426\times10^{-10}}{2\pi\times1.4\times10^{-13}} = 275. \tag{4.11}$$

这就是说根据波动方程和原子核半径等知识估计出，如果有传递核力的重量子，其质量应大约为电子质量的 275 倍，介于核子质量

与电子质量之间，故当时称之为介子. 代表核力强度的 g 值可由公式 (4.8) 与实验结果的比较来估计. 现在据不同的估计，$g^2/\hbar c$ 的数值在 0.1 到 15 之间，比电磁作用常数 $e^2/\hbar c=\frac{1}{137}$ 约大两个数量级.

1936 年威克 (Wick) 提出，如果重量子也遵守微观世界普遍遵守的测不准关系式 $\Delta E\Delta t\sim 1$，在考虑到核力短程性的实验结果后，也可估算出重量子的质量. 假设核子-核子散射是通过交换 π 介子实现的，则有

$$N_1+N_2\to N_1'+m+N_2\to N_1'+N_2';$$

即中间状态时，N_1 放出一个质量为 m 的介子，被 N_2 吸收后，完成了散射过程. 在中间状态时忽略核子的反冲能量，能量不确定性为 $\Delta E\geqslant m$，而发生这种虚过程的时间间隔限于

$$\Delta t=\frac{R}{c}=R\,. \tag{4.12}$$

那么由测不准关系有 $Rm\sim 1$，即

$$m\sim\frac{1}{R}\,. \tag{4.13}$$

这和汤川所得的结果 (4.9) 式是一致的. 在汤川预言存在重量子之后，很多人想从实验中寻找这种粒子. 1936 年安德森 (C. D. Anderson) 等人在宇宙线中发现有质量约 200 MeV 的 μ 子存在. 当时以为它就是汤川所预言的粒子. 但仔细研究发现，μ 子并没有汤川所预言的传递核力的性质. 以后韦斯柯夫 (V. P. Weisskopf) 等人指出，μ 子是只能传递比核力至少小 10^{13} 倍的弱作用的媒介物. 坂田 (Sakata)，贝思 (H. A. Bethe) 等人认为 μ 子不是汤川所预言的介子，后者也应存在于宇宙线中，但是寿命太短，因而主要在地球大气层的上层空间存在. 1947 年将乳胶片送到大气上层记录宇宙线粒子，鲍威尔等发现，除了 μ 子径迹外，还有更重和更不稳定的称为 π 介子的粒子. π 介子衰变产生 μ 子，μ 子又衰变成电子和中微子. 通过在乳胶中粒子射程及颗粒密度的

测定，计算粒子的电离能量和速度，可以分别得到 π 介子和 μ 子的质量．使用高灵敏度乳胶片还可以纪录由 μ 子衰变出来的电子径迹，并测出其能量来．实验发现 π 介子与原子核相互作用截面很大，即原子核与 π 介子间存在着强烈的相互作用，的确是汤川所预言的传递核力的介子．随后于 1948 年用当时建成的 380 MeV α 粒子束打密介质的靶，产生了“人工 π 介子”．1950 年又发现了 π^0 介子，是由对其衰变出来的 γ 光子（$\pi^0 \to \gamma + \gamma$）能量分析中发现的．在质心系中，每个衰变 γ 光子的能量约为 70 MeV，是 π^0 介子质量的一半．至此，解释核力所必需的三种荷电状态的 π 介子都得到了实验证实．

4.2.2 π 介子的性质

根据实验测量，知道 π 介子是赝标量介子，需要用赝标量介子理论对它进行描述．现简要介绍一些有关 π 介子性质测量的问题．

（一）电荷

π 介子存在有三种荷电状态 π^+, π^0, π^-．电荷的绝对值与电子电荷准确相等，可以根据电荷守恒定律分析下列反应和衰变过程看到

$$\pi^- + p \longrightarrow n + \pi^0 ,$$
$$\pi^- + p \longrightarrow n + \gamma ,$$
$$\pi^+ + d \longrightarrow p + p ,$$
$$\pi^0 \longrightarrow 2\gamma .$$

（二）π 介子的质量

$\pi^\pm$ 介子的质量可以通过测量 $\pi^\pm$ 介子在磁场中的轨迹以确定其动量，另外再测量 $\pi^\pm$ 介子在介质中的电离或射程等量，以确定其速度或能量后，计算出来．

$$m_{\pi^\pm} = 139.5673 \pm 0.0007 \mathrm{MeV}.$$

π^0 介子主要衰变为 2γ，因此在 π^0 介子质心系中测量此两个 γ 光子的能量，相加后即得到 π^0 介子的质量，但这在实际上是有

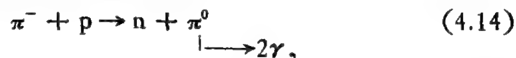
困难的．因为 π^0 介子是通过某种反应产生的，例如



$$\pi^- + p \longrightarrow n + \pi^0 ,$$

所生 π^0 有速度．且因 π^0 介子不带电，不产生径迹，难以判断它是飞行衰变，还是停止后衰变的，也无法根据游离等方法测出其飞行速度 β_c．而且对于几十 MeV 能量的光子，在五十年代，实验上也难以准确地测定其能量．因此早期是通过测定 π^- 和 π^0 介子的质量差，实际上是测定 π^0 衰变出的两个光子在实验室系中最大的能量差 ΔE_γ 后，计算出 π^0 介子质量来的．

利用很低能量的 π^- 介子与质子作用产生 π^0：



$$\pi^- + p \to n + \pi^0 \quad (\pi^0 \longrightarrow 2\gamma), \tag{4.14}$$

然后很快衰变成两个 γ 光子，在 π^0 质心系中，两个 γ 光子能量相同．在实验室系统中每个光子的能量，随其在质心系中的出射角 θ^* 而异

$$E_\gamma = \frac{E_\gamma^* + \beta_c E_\gamma^* \cos\theta^*}{\sqrt{1-\beta_c^2}}.$$

在实验室系中两个 γ 光子的能量不同，最大能量 ($E_{\gamma\max}$) 的光子，对应于质心系中 $\theta^* = 0$，即由原 π^0 运动方向射出的光子；最小能量 ($E_{\gamma\min}$) 的光子，对应于质心系中 $\theta^* = 180°$ 出射的光子．两者的能量差为

$$\Delta E_\gamma = E_{\gamma\max} - E_{\gamma\min} = \frac{2\beta_c E_\gamma^*}{\sqrt{1-\beta_c^2}}. \tag{4.15}$$

已知在质心系中 π^0 介子的质量(静质量) $M_{\pi^0}^*$ 为

$$M_{\pi^0}^* = 2E_\gamma^* , \tag{4.16}$$

代入 (4.15) 式中有

$$\Delta E_\gamma = \frac{M_{\pi^0}^* \beta_c}{\sqrt{1-\beta_c^2}} = M_{\pi^0}\beta_c . \tag{4.17}$$

(4.14) 反应过程中总能量守恒，要求反应前后粒子动质量，有

$$M_{\pi^-} + M_p = M_n + M_{\pi^0},$$

$$M_{\pi^0} = M_{\pi^-} - (M_n - M_p) = M_{\pi^-} - \Delta M. \tag{4.18}$$

入射 π^- 介子能量很低，近似有

$$M_{\pi^0} = M^*_{\pi^-} - \Delta M^*, \tag{4.19}$$

$$\Delta E_\gamma = (M^*_{\pi^-} - \Delta M^*)\beta_c. \tag{4.20}$$

由(4.19)和(4.17)式，得

$$M^*_{\pi^-} = \Delta M^* + \frac{M^*_{\pi^0}}{\sqrt{1-\beta_c^2}},$$

$$M^*_{\pi^-} - M^*_{\pi^0} = \Delta M^* + M^*_{\pi^0}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_c^2}} - 1\right)$$

$$= \Delta M^* + \frac{M^*_{\pi^0}}{\sqrt{1-\beta_c^2}}\left(1-\sqrt{1-\beta_c^2}\right)$$

$$= \Delta M^* + (M^*_{\pi^-} - \Delta M^*)\left(1-\sqrt{1-\beta_c^2}\right);$$

即

$$M^*_{\pi^-} - M^*_{\pi^0} = \Delta M^* + \frac{\beta_c^2}{2}(M^*_{\pi^-} - \Delta M^*). \tag{4.21}$$

因此在 π^- 介子静止质量 $M^*_{\pi^-}$，中子和质子的静止质量差 ΔM^* 等量已知时，只要能测量出两光子最大能量差 ΔE_γ，定出 β_c 后，就可以根据上式算出 π^0 介子的质量. 实验测得:

$$M^*_{\pi^-} - M^*_{\pi^0} = (4.6043 \pm 0.0037)\text{MeV},$$

$$M_{\pi^0} = (134.9630 \pm 0.0038)\text{MeV}.$$

（三） π 介子的寿命

$\pi^\pm$ 介子寿命在几十毫微秒量级，利用气泡室和电子学探测器等均可测量，近期所得结果为

$$\tau_{\pi^\pm} = (2.6030 \pm 0.0023) \times 10^{-8}\text{秒}.$$

带电 π 介子主要衰变方式为 $(\mu\nu_\mu)$，也有一些稀有衰变方式，如 $(e\nu_e)$，$(\mu\nu_\mu\gamma)$，$(\pi^0 e\nu_e)$，$(e\nu_e\gamma)$，$(e\nu_e e^+e^-)$ 等，这些稀有衰变方式的分支比总和约为万分之三以内.

π^0 介子的主要衰变方式为 $\gamma+\gamma$，其它衰变方式还有：$(e^+e^-\gamma)$，$(e^-e^+e^-e^+)$，$(\gamma\gamma\gamma)$ 等. π^0 介子的平均寿命约为 $(0.828 \pm 0.057) \times 10^{-16}$ 秒.

（四） π 介子的自旋

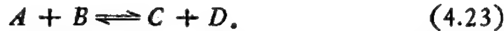
π^+ 介子的自旋可以根据细致平衡原理（见 §5.3 节）通过测量

可逆反应



$$\pi^+ + d \rightleftharpoons \mathrm{p} + \mathrm{p} \tag{4.22}$$

的正、反向作用截面来确定．细致平衡原理给出，对于可逆反应过程



$$A + B \rightleftharpoons C + D. \tag{4.23}$$

在相同的质心系能量下，正逆向反应截面之间有如下关系[见 5.104 式]

$$\begin{aligned}&(2J_A+1)(2J_B+1)p_A^2\sigma(A+B\to C+D)\\ &=(2J_C+1)(2J_D+1)p_C^2\sigma(C+D\to A+B);\end{aligned} \tag{4.24}$$

其中 J_A、J_B、J_C、J_D 分别为 A、B、C、D 粒子的自旋．p_A 和 p_C 分别为 A 粒子和 C 粒子的质心系动量． 将 (4.24) 式应用于 (4.22) 反应即有

$$\frac{1}{2}(2J_p+1)^2 p_p^2\, \sigma_{产生} = (2J_d+1)(2J_\pi+1)\, p_\pi^2\, \sigma_{吸收} \tag{4.25}$$

这里 $\sigma_{吸收}$ 是 (4.22) 式正向进行时 π^+ 吸收过程截面，左边因子 $\frac{1}{2}$ 是由于 pp 是全同粒子，应满足泡利不相容原理，自旋必须反平行，因而使自旋态数减少了一半．已知质子和氘核的自旋分别为 $J_p=\frac{1}{2}$，$J_d=1$，代入 (4.25) 式得

$$2J_\pi+1=\frac{2}{3}\left(\frac{p_p}{p_\pi}\right)^2\frac{\sigma_{产生}}{\sigma_{吸收}}. \tag{4.26}$$

由此可见，实际上测出质子和 π^- 介子的动量以及正、反两过程的截面 $\sigma_{吸收}$ 和 $\sigma_{产生}$ 以后，就可以求出 π^+ 介子的自旋来． 1953 年卡特莱梯 (Cartwright) 等根据以上实验证明

$$J_{\pi^+}=0.$$

π^- 介子的自旋可以根据被俘获到原子轨道上的 π^- 发生跃迁时所发出的 X 射线的超精细结构来确定．另外由核力的电荷无关性也可以判断 π^- 与 π^+ 应有相同的自旋．

π^0 的自旋可以通过研究它的 2γ 衰变来确定．因为 2γ 末态是玻色系统，波函数必须满足交换对称性．首先说明：一个自旋为 1

的态不能衰变为两个 γ 光子. 记两个 γ 光子在质心系的动量为 $\mathbf{K}$ 和 $-\mathbf{K}$, 极化矢量为 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_2$, 因为初态自旋为 1, 因而 2γ 末态的波函数必须具有矢量的形式. 注意到 $\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \mathbf{K} = \boldsymbol{\varepsilon}_2 \cdot \mathbf{K} = 0$ (光子是横向极化的),则由 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$, $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ 和 $\mathbf{K}$ 只可能构成如下形式的矢量

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \boldsymbol{\varepsilon}_2, \ (\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2)\mathbf{K}, \ [(\boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \boldsymbol{\varepsilon}_2) \cdot \mathbf{K}]\mathbf{K}.$$

但是这三种形式对于两个 γ 光子的交换

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 \rightleftharpoons \boldsymbol{\varepsilon}_2, \mathbf{K} \rightleftharpoons -\mathbf{K},$$

都将改变符号，不能满足玻色统计的要求,因而无法给出 2γ 态的波函数,这就证明了自旋为 1 的态不能衰变成两个 γ 光子. 另外，如果 π^0 的自旋 $J_{\pi^0} \geqslant 2$, 则氢原子俘获低能 π^- 而发生的电荷交换反应



$$\pi^- + \mathrm{p} \to \pi^0 + \mathrm{n}$$

应为角动量守恒所禁戒. 但实际上实验观测到该反应的截面是相当大的. 通过这两方面的讨论，可以判定 π^0 的自旋为 0. 这也与核力的电荷无关性相一致.

（五） π 介子的宇称

π^- 介子的宇称可以通过研究氘核俘获低能 π^- 介子产生两个中子的反应



$$\pi^- + d \to \mathrm{n} + \mathrm{n} \tag{4.27}$$

来确定. 已知氘核内两核子 p、n 相对运动的轨道角动量为偶值，(约 96% 的 s 态和 4% 的 d 态)，其轨道宇称为 $+1$，氘核的总角动量为 $J_d = 1$. π^- 介子近于零速时被氘核所吸收，因而 π^- 与 d 之间相对运动的轨道角动量也为零，轨道宇称为$+1$，故反应前 π^- d系统的总宇称和总角动量为

$$\pi_i = \pi_{\pi^-} \pi_p \pi_n, \tag{4.28}$$

$$J_i = 1. \tag{4.29}$$

由角动量守恒，反应末态的总角动量应为 $J_f = 1$. 因为两个中子的自旋之和 $s = 0$ 或 1，所以为满足 $J_f = 1$ 的要求两个中子间的轨道角动量只可能取值 $l = 0, 1, 2$. s 和 l 之间可能的耦合方式如表 4.1 所示.

表 4.1　两个自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子系统总角动量 $J=1$ 时的 $l-s$ 组合方式

s	$X(s)$ 对称性	l	$\phi(r)$ 对称性
0	−1	1	−1
1	+1	0	+1
1	+1	1	−1
1	+1	2	+1

表 4.1 中同时给出了自旋部分和相对运动部分波函数的对称性．因为末态两中子是全同费米子，其系统总波函数 $\psi_f=\phi_f(\mathbf{r})\times X_f(s)$ 应该是反对称的．表 4.1 给出的四种组合中，满足此要求的只有 $l=1$，$s=1$ 一个状态，因此末态总宇称为

$$\pi_f=\pi_n\pi_n(-1)^1=-1\,. \tag{4.30}$$

根据强相互作用中的宇称守恒，由 (4.28) 和 (4.30) 式得到

$$\pi_{\pi^-}\pi_p\pi_n=-1\,.$$

这时 π^- 介子的宇称有两个可能，当设 $\pi_p=\pi_n=+1$ 时，

$$\pi_{\pi^-}=-1\,.$$

而当设 $\pi_p=-\pi_n$ 时，

$$\pi_{\pi^-}=+1\,.$$

但是由于实验测不出 p，n 的相对宇称，一般规定它们具有相同的正宇称．因而定下 π^- 介子的宇称为−1.

根据强作用的电荷无关性，可以认为 π^- 介子的反粒子，即 π^+ 介子的宇称也为−1.

π^0 介子的宇称可以通过研究反应

$$\pi^-+d\rightarrow n+n+\pi^0$$

来确定．该反应不能实现，说明 π^0 介子的宇称也是−1．也可以通过研究 π^0 衰变 $(\pi^0\rightarrow\gamma+\gamma)$ 所产生的两个 γ 光子极化平面的取向来确定它的宇称．实验测得两个 γ 光子的极化平面是垂直的，因此分析判定 π^0 介子也应具有负宇称（这个问题留给读者自己来讨论）.

通过上面的讨论我们看到，π 介子 $(\pi^+、\pi^0、\pi^-)$ 是自旋为 0，

宇称为负的粒子. 描写 π 介子的波函数应是赝标量函数，即在空间转动下波函数具有不变性，而在空间反射下波函数改变符号. 因而通常把 π 介子称为赝标量介子. 除了 π 介子之外，我们以后还会介绍其它赝标量介子.

§ 4.3 同 位 旋

4.3.1 核力的电荷对称性和电荷无关性

我们已经提到过，在核物理的研究中人们发现，质子和中子虽不是全同粒子，但其强相互作用性质很相似. 例如："镜象核"之间的能级分布相似，其相应能级的自旋和宇称量子数也是一样的. 图 4.3 给出"镜象核" Be^7 和 Li^7 的能级图. 图中能级左侧标注以

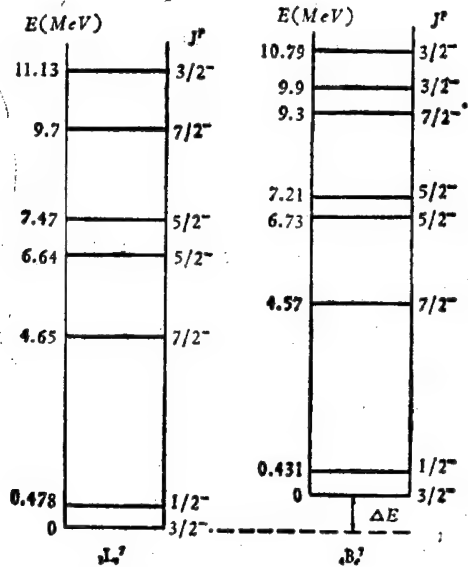


图 4.3 镜象核 $_4Be^7$ 和 $_3Li^7$ 能级比较图

MeV 为单位的能量，右侧是能级的自旋和宇称 (J^P). 所谓镜象核是指两种原子核，其核子总数一样，而一个核的中子数等于另一个

核的质子数．如：$_1H^3$ 和 $_2He^3$；$_3Li^7$ 和 $_4Be^7$；$_5B^{12}$ 和 $_7N^{12}$；$_6C^{14}$ 和 $_8O^{14}$ 等，分别都是镜象核．另外发现这些镜象核的基态结合能（束缚能）相差不大，而且结合能的差值基本上等于镜象核的库仑位能差（表 4.2）．

表 4.2　一些镜象核的基态结合能

镜象核	$_1H^3$ 和 $_2He^3$	$_3Li^7$ 和 $_4Be^7$	$_5B^{12}$ 和 $_7N^{12}$	$_6C^{14}$ 和 $_8O^{14}$
结合能 (MeV)	8.33，7.60	38.96，37.33	78.28，72.78	104.70，98.14
结合能差 (MeV)	0.73	1.65	5.50	6.55
库仑位能差(MeV)	0.8	1.8	5.6	6.7

由此可见各种镜象原子核内，除质子-质子之间的库仑作用外，各核子间强作用决定的结合能基本上是一样的，似乎与一对镜象核中的具体中子数及质子数关系不大．由此可以认为：在相同状态下，质子-质子、中子-中子或中子-质子间的强相互作用是相同的．

低能 pp，np，nn 的散射实验数据也表明，在相同状态（能量、角动量、自旋、宇称等）下，它们的作用截面是相同的．在同一能量下，它们作用截面之间的差异可以归结为状态数的不同．通常把 pp 和 nn 的强相互作用相同，称为核力的电荷对称性，而把 pp，np，nn 的强相互作用都相同（相同状态下），称为核力的电荷无关性．显然电荷无关性包含电荷对称性的内容．

4.3.2　同位旋的基本概念

同位旋的基本概念是 1932 年海森堡提出来的，当时除了根据上述电荷对称性和电荷无关性等实验事实外，还从 β 衰变的研究中知道，在一定条件下质子、中子可以相互转化

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e,$$
$$p \to n + e^+ + \nu_e.$$

因此在强相互作用范围内可以把质子和中子看作是同一种粒子（统称为核子）的两种荷电状态，或称质子和中子属于同一组电荷

多重态．根据这样的考虑，海森堡规定核子的同位旋 $I=\frac{1}{2}$，其第三分量 $I_3=+\frac{1}{2}$ 的态代表质子；$I_3=-\frac{1}{2}$ 的态代表中子．容易验证对于核子，I_3 和电荷 Q，重子数 B 之间满足关系式

$$Q=I_3+B/2. \tag{4.31}$$

事实上质子和中子并不是全同粒子，除电荷、磁矩等不同外，质量也不完全相同，因此质子、中子系统并不受泡利原理限制，一个质子和一个中子可以处于同一量子态．两个质子和两个中子的核子系统可能的状态数，比四个质子或四个中子可能的状态数要多得多．也就是说，即使不考虑电磁作用，质子和中子还不是全同粒子，至少在决定系统可能的状态数上是不相同的．因此在除去电磁作用的影响后，pp 或 np 的作用全截面还可能是不相同的，但这个差别可以归结为状态的不同．在相同的状态下，pp、np 和 nn 的强作用则是相同的．这一点在后面表 4.3 中将会具体看到．

实际上核子同位旋概念完全是对照电子自旋概念引入的．由于现象形式上的相似，可以使用同样的数学工具处理．引入电子自旋概念时，是根据电子在外磁场中能级产生双重劈裂，在除去外磁场后，电子能级的退化．为了描写这种现象我们假定电子有 $S=\frac{1}{2}$ 的自旋．S 在 Z 方向的分量 $S_Z=\pm\frac{1}{2}$ 表示自旋向上或向下的两种电子．在有外磁场时，这两种电子显示出差异，致使能级劈裂；在除去外磁场后，电子能级处于退化状态，不再劈裂．而核子同位旋概念的引入则是根据：在考虑电磁作用时质子和中子的作用有差异，例如镜象核的能级并不完全重合，而去除电磁相互作用影响后，在相状态下，质子和中子的作用则是完全相同的．因此我们假定核子有同位旋 $I=\frac{1}{2}$，其第三分量 $I_3=\pm\frac{1}{2}$ 分别表示质子和中子．在考虑电磁作用时，$I_3=+\frac{1}{2}$（质子）和 $I_3=-\frac{1}{2}$（中子）的两种核子显示出差异；在除去电磁作用的影响后，

核子处于退化状态，$I_3=\pm\frac{1}{2}$的两种核子(质子和中子)具有同样的强相互作用。应该指出，自旋和同位旋的这种相似只是形式上的，可使用相同的数学工具 $SU(2)$ 旋量来处理这两种问题，但自旋和同位旋在实质上是完全不同的两种物理量。核力在同位旋空间(或称电荷空间)中具有旋转不变性，因而同位旋 $\mathbf{I}$ 是守恒的。但这决不意味着同位旋有任何位置空间转动的意思。

单就核子间相互作用讲，同位旋理论只有形式上的意义，并没有给出什么新东西。因此 1932 年海森堡提出同位旋理论后，很长一段时间没有被人注意。但在五十年代粒子物理发展中，却发现 π 介子、K 介子和超子等强作用粒子都具有同位旋。在它们参与的强作用过程中，同位旋守恒定律具有普遍意义。从那以后，同位旋理论便得到广泛的应用，成为粒子物理学中一个极其有用的概念。

4.3.3 两个核子体系的同位旋

两核子系统的总同位旋 $\mathbf{I}$ 为两个核子同位旋 $\mathbf{I}^{(1)}$ 与 $\mathbf{I}^{(2)}$ 的矢量和。与角动量加法规则类同，有

$$\mathbf{I}=\mathbf{I}^{(1)}+\mathbf{I}^{(2)}\ , \tag{4.32}$$

$$I=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right),\ \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right);$$

即

$$I=1\ \text{或}\ 0.$$

两核子同位旋第三分量之和遵守普通代数加法

$$I_3=I_3^{(1)}+I_3^{(2)}, \tag{4.33}$$

其中 $I^{(K)}$, $I_3^{(K)}$ 代表第K个核子的同位旋及其第三分量。和电子自旋波函数的情况相似，核子的同位旋波函数 χ_{II_3} 是同位旋算符 $\hat{I}$ 和 $\hat{I}_3$ 的共同本征函数

$$\hat{I}\chi_{II_3}=I(I+1)\chi_{II_3}, \tag{4.34}$$

$$\hat{I}_3\chi_{II_3}=\pm\frac{1}{2}\chi_{II_3}\ ; \tag{4.35}$$

我们用 $\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$ 表示质子同位旋波函数，$\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$ 表示中子同位旋波函数. 在 $\hat{I}_3$ 作用下，有

$$\hat{I}_3\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}, \tag{4.36}$$

$$\hat{I}_3\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}. \tag{4.37}$$

对于两核子体系，同位旋波函数 χ_{II_3} 有四种可能形式(表 4.3)反映同位旋 $I=1$, $I_3=1$, 0, -1 和 $I=0$, $I_3=0$ 等四种状态.

表 4.3 两核子体系的同位旋量子数和波函数

对称性	I	I_3	χ_{II_3}	反映物理态
对称	1	+1	$\chi^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}\quad\chi^{(2)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$	pp
		0	$\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\chi^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}\chi^{(2)}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}+\chi^{(2)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}\chi^{(1)}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}\right\}$	pn
		-1	$\chi^{(1)}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}\quad\chi^{(2)}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$	nn
反对称	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\chi^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}\chi^{(2)}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}-\chi^{(2)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}\chi^{(1)}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}\right\}$	pn

两核子体系的总波函数应为位置、自旋和同位旋三部分波函数的乘积

$$\Psi=\Psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)\cdot X_{ss_z}\cdot\chi_{II_3}. \tag{4.38}$$

在引入了同位旋波函数 χ_{II_3} 之后，可以认为核子，不论是质子或是中子，都是全同粒子，遵守推广了的泡利原理：在核子体系波函数中交换任何两个核子(包括交换波函数中的位置、自旋和同位旋)坐标时，总波函数应是反对称的. 对于两核子体系总波函数 Ψ，为简便起见，先只考虑在质心系中系统的轨道角动量 $l=0$ 的状态，此时空间部分波函数$\Psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$是对称的，因此 X_{ss_z} 和 χ_{II_3} 两部分波函数的乘积应该是反对称的. 表 4.4 中给出 X_{ss_z} 和 χ_{II_3} 六种可能的反对称态.

广义泡利原理要求两核子体系总波函数 Ψ 是反对称的，就给

表 4.4　两核子体系 $l=0$ 时六种可能状态

自旋波函数 X_{SS_Z}		同位旋波函数 χ_{II_3}		状态数目
对称	$S=1$, $S_Z=0$, $+1$, -1	反对称	$I=0$, $I_3=0$	3
反对称	$S=0$, $S_Z=0$	对称	$I=1$, $I_3=0$, $+1$, -1	3

两核子体系的量子数 l、S、I 提出以下限制

$$(-1)^l(-1)^{S+1}(-1)^{I+1}=(-1)^{l+S+I}=-1. \qquad (4.39)$$

但是从根本上来说，广义泡利原理将质子和中子看成全同粒子的说法只有形式上的意义，并没改变问题的物理实质．因为在未引入同位旋概念时，认为质子、中子不是全同粒子（本来就不是），一个质子和一个中子组成的系统不遵守泡利原理．那时处在 $l=0$ 态的两粒子体系波函数同样也有六种可能的状态．不考虑同位旋时两核子波函数形式为

$$\Psi=\Psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)\cdot X_{SS_Z}. \qquad (4.40)$$

两核子体系可以有以下三种具体情况

1. 两核子为全同费米子 nn 系统．这时泡利原理要求 (4.40) 式中 Ψ 为反对称波函数．对 $l=0$ 态，位置部分波函数 $\psi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ 是对称的．所以要求自旋部分波函数 X_{SS_Z} 为反对称的，故 X_{SS_Z} 只可能为 $S=0$ 的单态．即总波函数 Ψ 只有 $l=0$, $S=0$ 一个可能状态．

2. 两核子为全同费米子 pp 系统．这时泡利原理同样要求自旋部分波函数 X_{SS_Z} 只可能为 $S=0$ 的单态．即总波函数 ϕ 也只有 $l=0$, $S=0$ 一个可能状态．

3. 两核子为 np 系统不是全同粒子．这时 Ψ 不受泡利原理限制．在 $l=0$ 时，X_{SS_Z} 可能处于单态 ($S=0$, $m_S=0$) 或三重态 ($S=1$, $m_S=+1, 0, -1$) 等四种状态．

因此两核子体系，在 $l=0$ 时，共有六个可能的状态．这种分

析方法所得的结果，和引入同位旋波函数后的分析结果是完全相同的。

对 $l=1,2,3\cdots$ 等状态情况也是一样的，即引入或不引入同位旋概念，两核子体系实际存在的状态数是完全一样的。但是在引入同位旋概念后理论上更为清楚，特别是在有更多种强子参加作用，情况更复杂的时候，同位旋理论可以更简洁地分析系统的状态。因此应该说广义泡利原理概括了更多的物理内容，在理论上更提高了一步。

4.3.4 强作用的电荷无关性和同位旋守恒定律

由前面的讨论我们看到，同位旋概念的物理基础是强相互作用的电荷无关性。按照同位旋理论，强相互作用的哈密顿量 $\mathbf{H}$ 对于变换两个核子（包括交换两核子的位置、自旋等坐标）具有不变性。这要求 $\mathbf{H}$ 中只包括同位旋 $\mathbf{I}$，不包括反映是质子还是中子的 I_3 分量，即 $\mathbf{H}=\mathbf{H}(I)$。或者说 $\mathbf{H}$ 在同位旋空间中具有旋转不变性。两核子体系有四个同位旋状态（$I=1$，$I_3=+1,0,-1$；$I=0$ $I_3=0$），核力只与同位旋 I 的数值（等于 1 或 0）有关。而在同位旋 I 等于 1 时，和其第三分量 $I_3=+1$（pp 作用），0（pn 作用）或 -1（nn 作用）无关，即 $I=1$ 的三个对称态的强作用哈密顿量 $\mathbf{H}=\mathbf{H}(I)$ 是相同的。而 $I=0$ 的单态强作用哈密顿量 $\mathbf{H}=\mathbf{H}(0)$，则可能是另一样的。$\mathbf{H}=\mathbf{H}(I)$ 的这种对称性质导致强作用过程中系统的总同位旋守恒。反过来说，同位旋守恒定律是强作用电荷无关性的理论表达形式。

实验表明，同位旋守恒定律不仅对核子系统成立，对有其它各种强子参加的强作用过程也都成立。因此上面的讨论具有更普遍的意义。也就是说，在所有强相互作用过程中，同位旋量子数 I 都是守恒的量子数。所有强相互作用哈密顿量都具有 $\mathbf{H}=\mathbf{H}(I)$，而与同位旋第三分量（I_3）无关的对称性质。

同位旋量子数 I 和 I_3 是强作用中的守恒量，在电磁作用及弱作用过程中 I 并不守恒，而是要被破坏的。实验表明，同位旋第三

分量 I_3 在电磁作用中仍守恒，而在弱作用中则受到破坏. 由于弱作用强度非常弱，通常只考虑电磁作用对 I 的破坏问题. 我们将系统的总哈密顿量 $\hat{H}$ 写成两部分

$$\hat{H} = \hat{H}_{强} + \hat{H}_{电磁},$$

其中 $\hat{H}_{强} = \hat{H}_{强}(I)$ 表示强作用部分哈密顿量，是 I 的函数，$\hat{H}_{电磁}$ 表示电磁作用部分的哈密顿量，它与反映粒子电荷的同位旋第三分量 I_3 有关，破坏同位旋守恒定律. 因此由于 $\hat{H}_{电磁}$ 的存在，总哈密顿量 $\hat{H}$ 不再具有完全的使同位旋守恒的性质，即 $\mathbf{H}$ 在同位旋空间中的旋转不变性将受到部分的破坏.

我们以两粒子可能组成的束缚态为例，说明同位旋理论的一个应用. 实验测得氘核的 $l = 0$，$S = 1$，即对于氘核这种两核子体系，其空间波函数和自旋波函数都是对称的，广义泡利原理要求总波函数是反对称的. 因而同位旋部分波函数只能是反对称的，$I = 0$. 不允许有 $I = 1$ $(l = 0, S = 1)$ 的束缚态存在. 这种分析和实验事实相符，实验上的确没有发现两个中子或两个质子的束缚态.

4.3.5 核子同位旋算符及波函数的矩阵表示

和电子自旋波函数一样，核子同位旋波函数也可以用两分量矩阵表示. 因为核子 $I = \frac{1}{2}$，所以其分量的个数有 $2I + 1 = 2$ 个.

$$\chi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{4.41}$$

$$\chi_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \tag{4.42}$$

即用 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 表示同位旋"向上"$\left(I_3 = \frac{1}{2}\right)$的核子-质子；用 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 表示同位旋"向下"$\left(I_3 = -\frac{1}{2}\right)$的核子-中子. 引入同位旋算符 $\hat{I}$，并写成 2×2 矩阵的形式

$$\hat{I}_1=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\quad \hat{I}_2=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\quad \hat{I}_3=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}. \tag{4.43}$$

除系数 $\frac{1}{2}$ 外，同位旋算符和自旋算符的泡利矩阵形式完全一样．它们都遵守对易关系

$$[\hat{I}_1,\hat{I}_2]=\hat{I}_1\hat{I}_2-\hat{I}_2\hat{I}_1=i\hat{I}_3 \tag{4.44}$$

及其循环．

根据矩阵乘法规则，把(4.43)式中算符作用到(4.41)或(4.42)式波函数上时，得到质子或中子的 $\hat{I}_3$ 本征值：$I_3=\frac{1}{2}$（质子）或 $I_3=-\frac{1}{2}$（中子）．

$$\hat{I}_3\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}, \tag{4.45}$$

$$\hat{I}_3\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=-\frac{1}{2}\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}. \tag{4.46}$$

由(4.43)式，我们有

$$\hat{I}_1^2=\hat{I}_2^2=\hat{I}_3^2=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}, \tag{4.47}$$

因而

$$\hat{I}^2=\hat{I}_1^2+\hat{I}_2^2+\hat{I}_3^2=\frac{3}{4}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}, \tag{4.48}$$

$$\hat{I}^2\chi_{II_3}=\frac{3}{4}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\chi_{II_3}=\frac{3}{4}\chi_{II_3}; \tag{4.49}$$

即算符 $\hat{I}^2$ 的本征值等于 $\frac{3}{4}=I(I+1)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)$．

另外定义“提高”和“降低”两个算符 $\hat{I}_+$ 和 $\hat{I}_-$：

$$\hat{I}_+=\hat{I}_1+i\hat{I}_2=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \tag{4.50}$$

$$\hat{I}_- = \hat{I}_1 - i\hat{I}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4.51}$$

将 $\hat{I}_+$ 和 $\hat{I}_-$ 分别作用于质子，中子波函数（4.41）及（4.42）式得到

$$\hat{I}_+ \chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = 0, \quad \hat{I}_+ \chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = \chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}, \tag{4.52}$$

$$\hat{I}_- \chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = \chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}, \hat{I}_- \chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = 0. \tag{4.53}$$

可见 $\hat{I}_+$，$\hat{I}_-$ 是改变核子同位旋态的算符. $\hat{I}_+$ 把中子态变为质子态. $\hat{I}_-$ 则把质子态变为中子态.

再来定义两个投影算符 $\hat{I}_p$ 和 $\hat{I}_n$

$$\hat{I}_p = \frac{1}{2} + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4.54}$$

$$\hat{I}_n = \frac{1}{2} - I_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{4.55}$$

容易证明下面的关系式

$$\hat{I}_p \chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = \chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}, \qquad \hat{I}_p \chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = 0; \tag{4.56}$$

$$\hat{I}_n \chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = 0, \qquad \hat{I}_n \chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = \chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}. \tag{4.57}$$

如果核子处在 $\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$，$\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$ 两个可能的状态，各有不同的几率 a 和 b，即

$$\chi(N) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = a\,\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} + b\,\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}. \tag{4.58}$$

用 $\hat{I}_p$ 和 $\hat{I}_n$ 两个算符分别作用到（4.58）式得到

$$\hat{I}_p \chi(N) = a\,\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}, \tag{4.59}$$

$$\hat{I}_n \chi(N) = b\,\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}. \tag{4.60}$$

可见投影算符 $\hat{I}_p$ 和 $\hat{I}_n$ 作用到任意波函数上分别选出质子态或中子态.

利用以上定义的各种同位旋矩阵就可以进行核子系统同位旋态的分析和计算.

4.3.6 π 介子的同位旋

按照汤川的理论，核子间通过交换虚 π 介子进行相互作用. 基本的汤川型反应

$$N \to N' + \pi, \tag{4.61}$$

应该满足同位旋守恒定律的要求. 已知核子同位旋为 $\frac{1}{2}$，因此 π 介子的同位旋只能是 0 或1. 如果其同位旋为 0，就只有一种 π 介子存在；如果为 1，则应有三种 π 介子存在. 实验证实的确存在，而且仅有三种不同荷电状态的 π 介子，它们的质量都在 140 MeV 左右，因此规定 π 介子的同位旋 $I=1$. 用 $I_3=+1, 0, -1$ 分别代表 π^+、π^0 和 π^-，这三者构成同位旋空间的矢量。π 介子的情况清楚地说明了普通空间和同位旋空间是不相关的，三种 π 介子在同位旋空间是矢量，而在普通空间都是标量(自旋为 0).

如果我们以 $\chi_{1,1}$, $\chi_{1,0}$ 和 $\chi_{1,-1}$ 分别表示 π^+、π^0 和 π^- 介子的同位旋波函数. 作为 (4.50) 和 (4.51) 式的推广，引入所有同位旋空间普遍适用的升降算符

$$\hat{I}_{\pm}=\hat{I}_1\pm i\hat{I}_2, \tag{4.62}$$

利用关系式

$$\hat{I}_{\pm}\phi_{II_3}=\sqrt{I(I+1)\mp I_3(I_3\pm 1)}\,\phi_{I,I_3\pm 1}, \tag{4.63}$$

则有

$$\left.\begin{aligned}\hat{I}_+\chi_{1,1}&=0\\ \hat{I}_+\chi_{1,0}&=\sqrt{2}\,\chi_{1,1}\\ \hat{I}_+\chi_{1,-1}&=\sqrt{2}\,\chi_{1,0}\end{aligned}\right\}; \tag{4.64}$$

及

$$\left.\begin{aligned}\hat{I}_-\chi_{1,1}&=\sqrt{2}\,\chi_{1,0}\\ \hat{I}_-\chi_{1,0}&=\sqrt{2}\,\chi_{1,-1}\\ \hat{I}_-\chi_{1,-1}&=0.\end{aligned}\right\}. \tag{4.65}$$

根据同位旋守恒定律还可以得到一些反应截面之间的比例关系. 例如，考虑下列 π 介子的产生反应



$$\mathrm{n}+\mathrm{p}\to d+\pi^0, \tag{4.66}$$



$$\mathrm{p}+\mathrm{p}\to d+\pi^+. \tag{4.67}$$

已知氘核 d 的同位旋 $I_d=0$，因此这两个反应过程的末态同位旋 I 都等于 1，而初态同位旋则不同. 反应 (4.67) 式初态 pp 系统同位旋只能是 $I=I_3=1$. 而反应 (4.66) 式初态 np 系统的

$I_3=0$,其同位旋可以为 1，也可以为 0．由表 (4.5) 可见，初态 np 系统处于 $I=0$ 和 $I=1$ 的几率各占一半

$$\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(1)\,\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(2)=\frac{1}{\sqrt{2}}\{\chi_{1,0}-X_{0,0}\}. \qquad (4.68)$$

在 (4.66) 式反应中，如果同位旋 I 守恒，则只有 $I=1$ 的状态对截面有贡献．可以预言，在同样能量下，(4.66) 式反应截面应只为 (4.67) 式反应截面的一半(电磁作用对这些截面的作用可以忽略)．实验数据表 (4.5) 证实了这一预言，也支持了强作用中的同位旋守恒定律．

表 4.5　两种反应的实验结果

入射能量 (MeV)	反　应	全截面 $\sigma(10^{-27}\,cm^2)$	实验者(年代)
580	$p+p\to\pi^{+}+d$	3.10 ± 0.24	Cohn (1957)
600	$n+p\to\pi^{0}+d$	1.5 ± 0.3	Fliagin (1959)
660	$p+p\to\pi^{+}+d$	3.1 ± 0.2	Fliagin (1959)
610	$p+p\to\pi^{+}+d$	3.15 ± 0.22	Meshchniaka(1959)

4.3.7　πN 系统的同位旋

π 介子核子系统有六种可能的物理状态：$(\pi^+ \mathrm{p})$，$(\pi^+ \mathrm{n})$，$(\pi^0 \mathrm{p})$，$(\pi^0 \mathrm{n})$，$(\pi^- \mathrm{p})$，$(\pi^- \mathrm{n})$，其波函数组成一组基矢

$$\phi_{\pi^+p},\ \phi_{\pi^+n},\ \phi_{\pi^0p},\ \phi_{\pi^0n},\ \phi_{\pi^-p},\ \phi_{\pi^-n}. \qquad (4.69)$$

根据同位旋分析 πN 体系时，有另外六种状态．因为 πN 系统的同位旋 $(I\ I_3)$ 有 $\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$，$\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$，$\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$，$\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$ 等 $I=\frac{3}{2}$ 的四重态和 $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，$\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ 等 $I=\frac{1}{2}$ 的两重态．六个同位旋波函数组成另一组基矢，它们是同位旋空间中的一组球谐函数

$$\left.\begin{matrix}\Psi_{\frac{3}{2},\frac{3}{2}},\ \Psi_{\frac{3}{2},-\frac{3}{2}},\ \Psi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}\\ \Psi_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}},\ \Psi_{\frac{3}{2},-\frac{1}{2}},\ \Psi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}\end{matrix}\right\}. \qquad (4.70)$$

(4.69)和(4.70) 两组基矢都可以用来标志 πN 系统的波函数．

我们通常对于(4.69)那组基矢是熟悉的．但在理论中，由于强相互作用的同位旋守恒，I 不随时间变化，因此可以认为同位旋的一组基矢(4.70)更为简单．两组基矢之间是有联系的，可以互相展开．(π^+ p)和(π^- n)两个状态的同位旋是单纯的，分别对应 $\Psi_{\frac{3}{2},\frac{3}{2}}$ 和 $\Psi_{\frac{3}{2},-\frac{3}{2}}$ 态．而(π^0 p)，(π^-p)，(π^0 n)，(π^+ n)等是同位旋 $I=\frac{1}{2}$ 及 $I=\frac{3}{2}$ 态的混合，各混合态的系数可以根据克列布希-高登系数表查出，(见附录 I)．

于是可以将物理态 $\Psi_{\pi N}$ 展成同位旋 Ψ_{II_3} 的混合态

$$
\left.\begin{aligned}
\psi_{\pi^+p} &= \psi_{\frac{3}{2},\frac{3}{2}} \\
\psi_{\pi^0p} &= \sqrt{\frac{3}{2}}\,\psi_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\,\psi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} \\
\psi_{\pi^-p} &= \sqrt{\frac{1}{3}}\,\psi_{\frac{3}{2},-\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\,\psi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} \\
\psi_{\pi^-n} &= \psi_{\frac{3}{2},-\frac{3}{2}} \\
\psi_{\pi^0n} &= \sqrt{\frac{2}{3}}\,\psi_{\frac{3}{2},-\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{3}}\,\psi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} \\
\psi_{\pi^+n} &= \sqrt{\frac{1}{3}}\,\psi_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}}\,\psi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}
\end{aligned}\right\} . \tag{4.71}
$$

反过来，也可以将同位旋态 Ψ_{I,I_3} 展成物理态 $\psi_{\pi N}$ 的混合态

$$
\left.\begin{aligned}
\psi_{\frac{3}{2},\frac{3}{2}} &= \psi_{\pi^+p} \\
\psi_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}} &= \sqrt{\frac{2}{3}}\,\psi_{p\pi^0} + \sqrt{\frac{1}{3}}\,\psi_{n\pi^+} \\
\psi_{\frac{3}{2},-\frac{1}{2}} &= \sqrt{\frac{1}{3}}\,\psi_{p\pi^-} + \sqrt{\frac{2}{3}}\,\psi_{n\pi^0} \\
\psi_{\frac{3}{2},-\frac{3}{2}} &= \psi_{\pi^-n} \\
\psi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} &= \sqrt{\frac{2}{3}}\,\psi_{n\pi^+} - \sqrt{\frac{1}{3}}\,\psi_{p\pi^0} \\
\psi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} &= \sqrt{\frac{1}{3}}\,\psi_{n\pi^0} - \sqrt{\frac{2}{3}}\,\psi_{p\pi^-}
\end{aligned}\right\} . \tag{4.72}
$$

πN 强相互作用的同位旋守恒要求相互作用的哈密顿量 $\mathbf{H}$ 与 I 有关，而与 I_3 无关，即 $\mathbf{H}=\mathbf{H}(I)$，这时只存在两种基本的散射矩阵元

$$f=\langle\psi_{\frac{3}{2}\text{末}}|\hat{H}|\psi_{\frac{3}{2}\text{初}}\rangle,$$
$$g=\langle\psi_{\frac{1}{2}\text{末}}|\hat{H}|\psi_{\frac{1}{2}\text{初}}\rangle.$$

因此下列各组电荷共轭态的反应截面应彼此相等(由电荷对称性)

$$\begin{cases}\pi^+p\to\pi^+p\\ \pi^-n\to\pi^-n\end{cases}\quad M_1=f, \tag{4.73}$$

$$\begin{cases}\pi^0p\to\pi^0p\\ \pi^0n\to\pi^0n\end{cases}\quad M_2=\frac{2}{3}f+\frac{2}{3}g, \tag{4.74}$$

$$\begin{cases}\pi^0p\to\pi^+n\\ \pi^0n\to\pi^-p\end{cases}\quad M_3=\frac{\sqrt{2}}{3}f-\frac{\sqrt{2}}{3}g, \tag{4.75}$$

$$\begin{cases}\pi^-p\to\pi^-p\\ \pi^+n\to\pi^+n\end{cases}\quad M_4=\frac{1}{3}f+\frac{2}{3}g, \tag{4.76}$$

$$\begin{cases}\pi^-p\to\pi^0n\\ \pi^+n\to\pi^0p\end{cases}\quad M_5=\frac{\sqrt{2}}{3}f-\frac{\sqrt{2}}{3}g=M_3, \tag{4.77}$$

上面五个方程式 (4.73—4.77) 中，只有 $|f|$，$|g|$ 和 f 与 g 之间的相对相角三个独立变量，所以五个跃迁矩阵元 M 中只有三个是独立的．根据这五个方程式可以找到一些跃迁矩阵元或反应截面 ($\sigma\propto M^2$) 之间的关系式．例如考虑下面两种特殊情况：

1. 高能时，非弹性散射总截面不随能量增加而增加，但非弹性散射道的数目随能量增加不断增加，因此每种具体的非弹性散射道，包括其电荷交换道的截面应随能量增加而减少．因而在 πN 系统相互作用能量提高时有

$$M_3=M_5=\frac{\sqrt{2}}{3}f-\frac{\sqrt{2}}{3}g\xrightarrow{E\to\infty}0, \tag{4.78}$$

即在高能时应该有

$$f\to g. \tag{4.79}$$

这时

$$\sigma_3 = \sigma_5 = 0 \ , \tag{4.80}$$

$$M_1 = M_2 = M_4 \ , \tag{4.81}$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_4 \ ; \tag{4.82}$$

也就是说，在高能时，六种 πN 系统弹性散射截面应趋于相等.

2. πN 系统相互作用中，如果在某些能量下 $I=\frac{1}{2}$ 态不发生跃迁，即 $g\to 0$，只有 $I=\frac{3}{2}$ 态起作用，即只有跃迁矩阵元 f 起作用，则称为 πN 系统处于 $I=\frac{3}{2}$ 共振态. 此时 πN 作用各截面应有

$$\sigma_1 = f^2 \ , \tag{4.83}$$

$$\sigma_2 = \frac{4}{9} f^2 \ , \tag{4.84}$$

$$\sigma_3 = \frac{2}{9} f^2 \ , \tag{4.85}$$

$$\sigma_4 = \frac{1}{9} f^2 \ , \tag{4.86}$$

$$\sigma_5 = \frac{2}{9} f^2 . \tag{4.87}$$

据此应有下述截面关系

$$\sigma_2(\pi^0 p \to \pi^0 p):\sigma_4(\pi^- p \to \pi^- p) = 4:1 , \tag{4.88}$$

$$\sigma_1(\pi^+ p \to \pi^+ p):\sigma_5(\pi^- p \to \pi^0 n):\sigma_4(\pi^- p \to \pi^- p) = 9:2:1 . \tag{4.89}$$

实验发现 πN 散射截面随能量变化关系中在 π 介子动能为 150—200 MeV 能量区间内，有大共振的情况(图 4.4)，而且 $\pi^+ p$ 和 $\pi^- p$ 反应全截面关系为 3:1，和 (4.89) 式相符. 说明在这种能量下，πN 系统存在有 $I=\frac{3}{2}$ 态的共振. 根据角分布等方面的分析知道，在这种情况下，系统的总角动量 $J=\frac{3}{2}$ 起主要作用，因此称此共振为$(2I, 2J)$，即(3,3)共振. 这是 1952 年实验上发现后，费

米等人进行理论分析后得到的，它是历史上发现的第一个共振态.

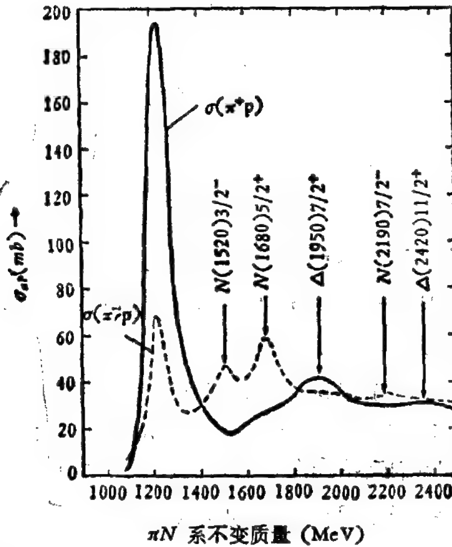


图4.4 $\pi^\pm$ 介子与质子作用的全截面，第一峰值处：$\sigma_{\pi^+p}=195$mb，$\sigma_{\pi^-p}=65$mb（其中电荷交换截面 $\sigma_{\pi^-p\to\pi^0n}=45$mb；弹性散射截面 $\sigma_{\pi^-p\to\pi^-p}=20$mb）

图 4.4 是 $\pi^\pm$ 介子与氢作用的全截面，根据同位旋态的分析，发现在质心系总能量是 1200MeV 左右（实验室系 π 介子动能在 300 MeV 左右），主要是 $I=\frac{3}{2}$ 态起作用，全截面在峰值处 $\sigma_{\pi^+p}=195$mb，$\sigma_{\pi^-p}=65$mb（其中电荷交换截面 $\sigma_{交换}=45$mb，π^-p 弹性散射截面 $\sigma_{\pi^-p弹}=20$mb）.

多方面的实验结果证实，πN 系统中的强相互作用也具有电荷无关性. π 介子的同位旋 ($I=1$) 和核子的同位旋 $\left(I=\frac{1}{2}\right)$ 是相通的，可以统一计算，系统的总同位旋守恒. 以后将会看到，K 介子和超子等强相互作用粒子，也有同位旋. 所有强子体系的总同位旋在强相互作用中都是守恒量. 根据强相互作用同位旋守恒定律，可以预示很多截面之间的关系，对分析强相互作用很有帮

助．在弱相互作用过程中同位旋及其第三分量均不守恒，但也存在一些选择定则，反映粒子弱衰变过程中的一些规律性．

总之，具有 $SU(2)$ 对称性的同位旋理论在强相互作用中获得了很大的成功，而且也为强子结构 $SU(3)$ 理论的发展作好了准备．

§4.4 奇异粒子——K 介子与超子

4.4.1 "V 粒子"——奇异粒子的发现

1947 年罗彻斯特（G. D. Rochester）和巴特勒（C. C. Batler）在美国曼彻斯特大学（Manchester University）用云室研究宇宙线时，发现了一些"V"型事例．如图 4.5 所示．图 4.5 *a* 是当时得到的中性介子（$\sim 1000\ m_e$）衰变过程的云室照片． 4.5 *b* 简图表示中性重粒子衰变成两个带电粒子．图中实线为带电粒子在云室中形成的径迹，虚线表示可能存在的中性粒子，没有径迹，但它后来衰变成两个带电粒子，形成V型径迹．通过对带磁场云室中所得照片中径迹偏转曲率和电离密度的测量分析，知道图 4.5 *b* 中V型径迹一边是质子，另一边是 π^- 介子．衰变前的中性粒子是在铅板中产生的，它的质量可由所测质子和 π^- 介子的动量和能量定出，属于前所未知的新粒子．

这一新的发现引起物理学家们的广泛注意，更多的实验结果表明，存在两类"V"型事件，第一类是

$$V_1^0 \to p + \pi^-.$$

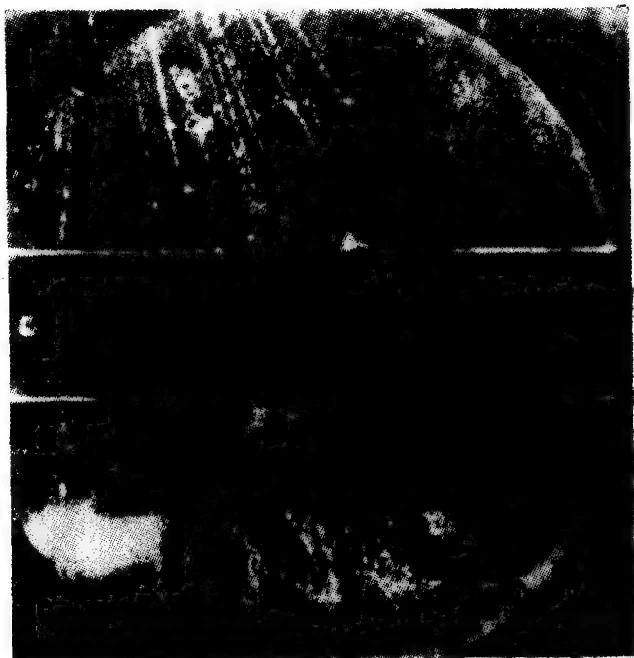
这种 V_1^0 粒子的质量显然比质子大，后来称之为 Λ^0 粒子，第二类是

$$V_2^0 \to \pi^+ + \pi^-.$$

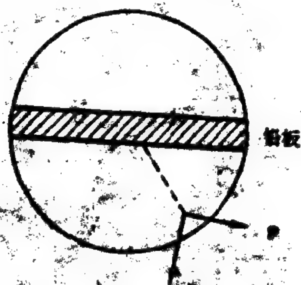
这种 V_2^0 粒子的质量约为 1000 倍电子的质量，比质子约轻 1 倍，当时称之为 θ^0 介子，寿命约为 10^{-10} 秒． 后来改称为短寿命中性 K 介子（K_s^0）．

宇宙线实验中陆续又发现质量约为 1000 倍电子质量，带有正电荷的粒子，其衰变产物为 $\pi^+\pi^0$ 或 $\mu^+\nu_\mu$ 等，这就是 K^+ 介子

$$K^+ \to \pi^+\pi^0 \qquad K^+ \to \mu^+\nu_\mu\ .$$



(a)



(b)

图 4.5 用云室研究宇宙线时发现的"V"型事件

(a) 1947 年 Rochester 发现重中性介子衰变 ($K^0 \to \pi^+ + \pi^-$) 过程的云室照片。

(b) 中性重子衰变成两个带电粒子 ($\Lambda^0 \to p + \pi^-$) 过程简图.

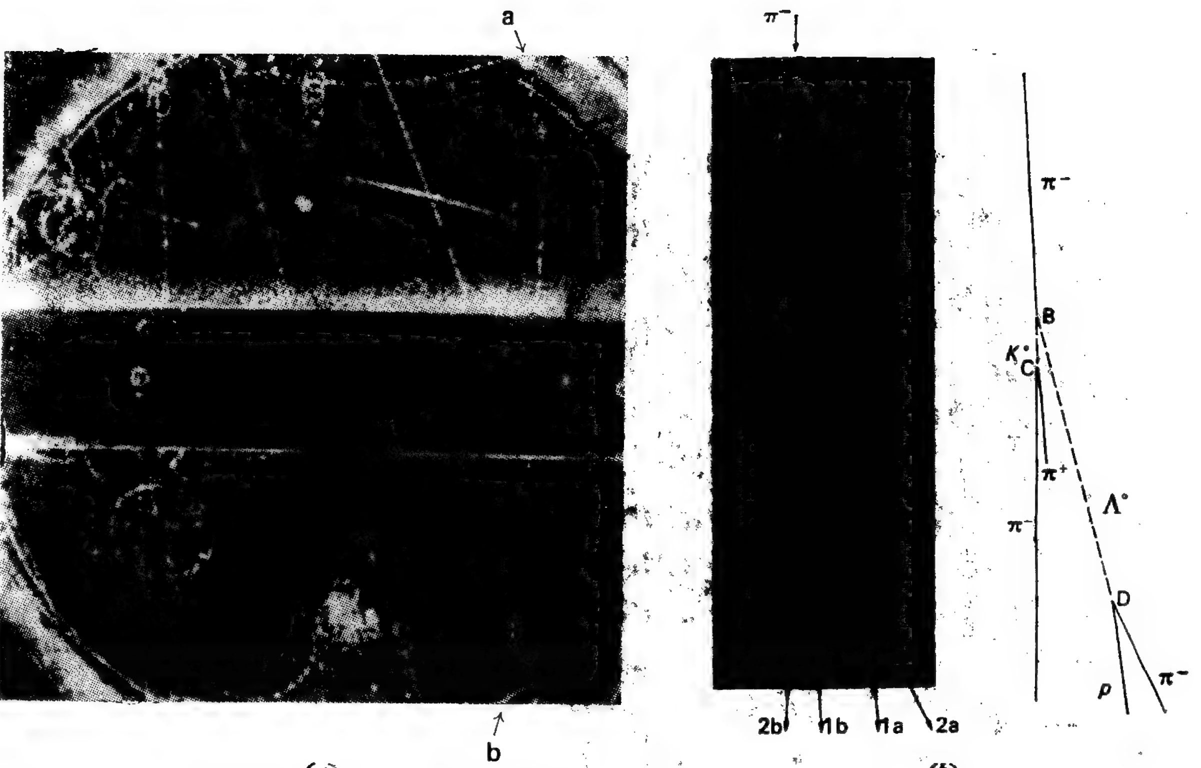


图 4.6 (a) Rochester 1947 年发现重带电介子衰变（$K^+ \to \mu^+ + \nu$）过程的云室照片。
(b) 1954 年 Fowler 等得到的 1.5 GeV π^- 介子与质子碰撞产生 K^0 和 Λ^0 粒子的云室照片及其径迹图.

图 4.6 *a* 给出罗彻斯特当时得到的 K^+ 介子衰变过程的云室照片.

1949 年还发现衰变成三个 π 介子的带电粒子，当时称为 τ^+ 粒子

$$\tau^+ \to \pi^+\pi^+\pi^- .$$

后来明确，它不过是 K^+ 介子的另一种衰变方式.

1953 年美国布鲁克海汶(BNL)实验室 3GeV 的同步质子加速器 (Cosmotron) 工作后，开始用人工方法产生各种奇异粒子. 例如：利用这台加速器的1.5GeV 次级 π^- 介子打质子靶，产生反应

$$\begin{aligned}\pi^- + p \to\ & \Lambda^0 + K^0 \\ & \quad\ \ \ \ \lfloor\!\to \pi^+\pi^- , \\ & \lfloor\!\to p\pi^-\end{aligned} \tag{4.90}$$

$$\begin{aligned}\pi^- + p \to\ & \Sigma^- + K^+ \\ & \quad\ \ \ \ \lfloor\!\to \pi^+\pi^0 . \\ & \lfloor\!\to n\pi^-\end{aligned} \tag{4.91}$$

图 4.6 *b* 中给出 1954 年福勒 (Fowler) 等得到的 K^0, Λ^0 产生过程的云室照片和其径迹图.

这时还从衰变事例中发现了 Σ^+, K^- 等粒子. 如

$$\begin{aligned}\Sigma^+ &\to n + \pi^+ \\ &\to p + \pi^0 ,\end{aligned} \tag{4.92}$$

$$K^- \to \pi^- + \pi^0 . \tag{4.93}$$

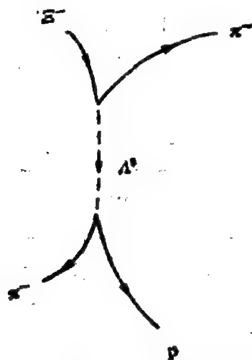


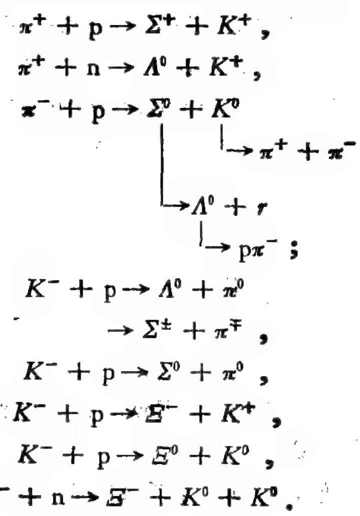
图 4.7 级联超子 Ξ^- 的衰变径迹

1954 年发现了一种双“V”事例，分析表明，这是由 Ξ^- 的级联衰变产生的．该过程如图 4.7，为



$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-, \quad \Lambda^0 \to p + \pi^- . \tag{4.94}$$

以后又在下列反应中，看到各种奇异粒子的产生。



$$\pi^+ + p \to \Sigma^+ + K^+ ,$$

$$\pi^+ + n \to \Lambda^0 + K^+ ,$$

$$\pi^- + p \to \Sigma^0 + K^0, \quad K^0 \to \pi^+ + \pi^-, \quad \Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma, \quad \Lambda^0 \to p\pi^- ;$$

$$K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^0$$

$$\to \Sigma^\pm + \pi^\mp ,$$

$$K^- + p \to \Sigma^0 + \pi^0 ,$$

$$K^- + p \to \Xi^- + K^+ ,$$

$$K^- + p \to \Xi^0 + K^0 ,$$

$$\pi^- + n \to \Xi^- + K^0 + K^0 .$$

中性粒子衰变成中性粒子的事件较难测量．Σ^0通过电磁作用衰变成 Λ^0 和 γ，寿命约为 10^{-16} 秒，Ξ^0 通过弱作用衰变成 Λ^0 和 π^0 等，寿命为 2.9×10^{-10} 秒．这些粒子都是到 1959 年才发现的．

1954 年人们仔细分析了当时关于新粒子的实验，确定了七种奇异粒子，以后又发现了 Σ^0, Ξ^0, Ω^- 等，现将它们的质量列在表 4.6 中。

表 4.6　奇异粒子的质量

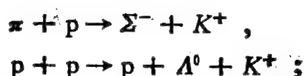
奇异粒子	K^+	K^-	K^0	Λ^0	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^-	Ξ^0	Ω^-
质量(MeV)	493.67	493.67	497.67	1115.6	1189.4	1192.5	1197.3	1321.3	1314.9	1672.5

这些奇异粒子可按质量分为两大类．一类比 π 介子重而比核子轻，如 K^+, K^-, K^0, $\bar{K}^0$,统称为 K 介子，自旋为零，为玻色子．另

一类比核子重，如 Λ^0, Σ^+, Σ^0, Σ^-, Ξ^-, Ξ^0，统称为超子．超子的重粒子数为+1．相应有反超子，反超子的重子数为−1．超子的自旋都为 $\frac{1}{2}$，是费米子．这些奇异粒子都是在强相互作用中产生的，本身参与强相互作用，属于强子．

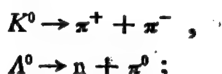
4.4.2 奇异量子数（S）和超荷量子数（Y）

实验上测得 K 介子和超子等奇异粒子的产生截面都约在毫靶（mb）数量级，属于强作用．但其衰变则很慢（$\tau\sim10^{-8}$—10^{-10} 秒），属于弱作用．理论上已经证明，一个反应如能在正逆两个方向进行（例如：$\Lambda^0\rightleftharpoons\pi^-+p$），则正逆向进程的反应几率应有一定关系．因为如果相互作用哈密顿量相同，则差别只是相空间体积不一样．在这里相空间体积的不同不能用来解释上述奇异粒子产生和衰变过程几率的巨大差异．1952 年佩斯（A. Pais）提出了协同产生的设想，他认为奇异粒子只能成对地通过强相互作用产生或消失．事实上，实验发现奇异粒子产生时都是成对出现的．例如



$$\pi+\mathrm{p}\to\Sigma^-+K^+\ ,$$
$$\mathrm{p}+\mathrm{p}\to\mathrm{p}+\Lambda^0+K^+\ ;$$

而在衰变时，奇异粒子单独地衰变成非奇异粒子，这时只能通过弱相互作用进行．例如



$$K^0\to\pi^++\pi^-\ ,$$
$$\Lambda^0\to\mathrm{n}+\pi^0\ ;$$

都属于这类情况．由于当时对这些规律性无法解释，看起来很奇特，因而称这一类粒子为“奇异”粒子．还有些协同产生过程虽然阈能很低，实验上却始终没有发现过，例如



$$\mathrm{n}+\mathrm{n}\not\to\Lambda^0+\Lambda^0,$$

为了解释这类现象，1953 年西岛（Nishijima）提出奇异量子数的概念．他认为上述反应，由于奇异量子数不守恒，因而不能实现．

西岛提出，每种粒子都有其相应的奇异量子数 S，首先规定普

通粒子的奇异数 S 为零，各奇异粒子的奇异数可由实验上观测到的反应确定．最初人们确定，在反应

$$\pi^0 + p \to \Lambda^0 + K^0$$

中 Λ^0 和 K^0 的奇异数必须大小相等、符号相反，以保证末态总奇异数为零，满足守恒要求．对奇异数的具体规定只有相对的意义，而无绝对意义．当初规定 Λ^0 的奇异数 $S=-1$，K^0 的奇异数 $S=+1$．作了这种规定之后，根据在强相互作用中奇异数守恒的要求，我们就可以确定其它粒子的奇异数．例如由反应

$$\pi^+ + n \to \Lambda^0 + K^+ \ , \tag{4.95}$$

可知 K^+ 和 K^0 的奇异数相等，$S=+1$．根据反应

$$\begin{aligned} \pi^- + p &\to \Sigma^- + K^+ \\ &\to \Sigma^0 + K^0 \ , \end{aligned} \tag{4.96}$$

$$\pi^+ + p \to \Sigma^+ + K^+ \ ; \tag{4.97}$$

就可以确定 $\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$ 具有相同的奇异数 $S=-1$．由反应

$$\pi^- + p \to K^0 + K^+ + \Xi^- \ , \tag{4.98}$$

确定 Ξ^- 的 $S=-2$．在双 V 型事例

$$\begin{aligned} K^- + p &\to \Xi^0 + K^0 \\ &\to \Xi^- + K^+ \end{aligned} \tag{4.99}$$

中，就可以确定 K^- 的 $S=-1$．Ξ^0 和 Ξ^- 的 S 相等，为 $S=-2$．各种粒子的奇异数统一列在后面的表 4.7 中．

实验表明，奇异数 S 不仅在强相互作用中守恒，在电磁相互作用中也是守恒的，例如

$$\begin{aligned} \Sigma^0 &\to \Lambda^0 + \gamma \\ &\to \Lambda^0 + e^+ + e^- . \end{aligned} \tag{4.100}$$

在弱相互作用中奇异数不守恒，但也有一定的选择定则．一般的奇异粒子弱衰变中，奇异数变化为 $\Delta S=-1$，

$$\begin{aligned} \Lambda^0 &\to p + \pi^- \\ &\to n + \pi^0 \ , \end{aligned} \tag{4.101}$$

$$\begin{aligned} \Sigma^+ &\to p + \pi^0 \\ &\to n + \pi^+ \ , \end{aligned} \tag{4.102}$$

$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^- , \tag{4.103}$$

$$\Omega^- \to \Xi^0 + \pi^- \tag{4.104}$$
$$\to \Xi^- + \pi^0 .$$

虽然在弱作用中 $\Delta S = -2$ 的情况也存在，但其几率是非常小的．如

$$\Xi^0 \to p + \pi^- , \tag{4.105}$$
$$\Xi^- \to n + \pi^- .$$

衰变的分支比约为Ξ总衰变几率的千分之一以下．

对强子还可以定义另一种量子数——超荷量子数 Y，

$$Y = S + B , \tag{4.106}$$

其中 B 为重子数． Y 也是相加性的量子数． 以后我们将会看到，用 Y 代替 S 来描写强子的相互作用和强子结构有更好的对称性．显然 Y 也应当是强作用和电磁作用中的守恒量． 表 4.7 给出了各种强子的超荷量子数．

4.4.3 奇异粒子的同位旋和盖尔曼-西岛关系式

奇异粒子都是从强相互作用中产生的，具有强子特性． 根据强相互作用电荷无关性的要求，可以分别给这些奇异粒子以一定的同位旋 I 和 I_3．然后在实际的强相互作用反应过程中进行实验检验，证明这些规定是否合理，即这样规定的同位旋 I 及其第三分量 I_3 是否满足强相互作用中 I 和 I_3 守恒的要求．

通常根据奇异粒子电荷多重态的情况，将其同位旋分别规定如下：

Λ^0 超子质量为 1115.6 MeV，没有其它电荷多重态存在，故将其同位旋及其第三分量分别选为： $I = 0$， $I_3 = 0$．

Σ^+, Σ^0, Σ^- 质量接近，分别为 1189.4，1192.5，1197.3 MeV，为一组电荷多重态．故选定其 $I = 1$，I_3 分别为 $+1$，0，-1．

Ξ^0 和 Ξ^- 的质量分别为 1314.9 和 1321.3 MeV，是另一组电荷多重态． 选定其 $I = 1/2$，I_3 分别为 $+\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$．

K 介子情况复杂些. $K^{\pm}$ 质量相同为 493.67 MeV, K^0 质量为 497.67 MeV, 似乎应当为一组电荷多重态. 但认为这三种 K 介子是一组电荷多重态, 选其同位旋 $I=1$ 时, 强相互作用过程中同位旋将不守恒. 例如我们分析反应 (4.90) 式



$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + K^0.$$

始态同位旋为 $I=\frac{1}{2}$ 或 $\frac{2}{3}$, $I_3=-\frac{1}{2}$, 末态 Λ^0 同位旋为 0, 则 K^0 的同位旋只能选为半整数,才能使同位旋 I 和 I_3 守恒.

根据对多种强相互作用过程的分析,认为中性 K 介子有两种, K^0 和 $\bar{K}^0$,与中性 π 介子 $\pi^0=\bar{\pi}^0$ 的情况不同, $K^0 \neq \bar{K}^0$. 这是可以理解的: 如果一个中性玻色子是由一对正反费米子组成,则其反粒子和粒子本身相同,例如电子偶素由正负电子组成. 反电子偶素,应与电子偶素一样,这是 π^0 介子的情况. 如果一个中性玻色子是由两个费米子组成,而这两个费米子并不互为正反粒子,则这种中性玻色子和自己的反粒子就不一样了. 例如: 氢原子由质子和电子组成,质子和电子都是费米子,但并不是互为反粒子. 反氢原子是由反质子和正电子组成,虽然都是中性玻色子,但和氢原子不一样. 这是 K^0 介子的情况.

后来认识到 K^+ 和 K^0 是一组电荷多重态. 同位旋 $I=\frac{1}{2}$; I_3 分别为 $+\frac{1}{2}$ 和 $-\frac{1}{2}$. 而 $\bar{K}^0$ 和 K^- 为另一组电荷多重态. 同位旋为 $I=\frac{1}{2}$; I_3 分别为 $+\frac{1}{2}$ 和 $-\frac{1}{2}$. 这样规定的结果,在所有包括 K 介子的强相互作用中,同位旋 I 及 I_3 都是守恒的.

归纳起来,将强作用中稳定强子所具有的 B, S, Y, I 及 I_3 等量子数,列于表 4.7 中.

从表 4.7 中可以总结出所谓盖尔曼-西岛关系式

$$Q/e = I_3 + B/2 + S/2 = I_3 + \frac{1}{2}Y, \tag{4.107}$$

其中 Q 为粒子的电荷.

事实上，盖尔曼-西岛关系式是1955年提出的。在提出这一关系式时，有些粒子如Σ^0, Ξ^0, Ω^-等，都尚未被发现。在盖尔曼-西岛关系的预言下，陆续发现了这些粒子。

对非奇异粒子，如核子，S = 0，上式简化为

$$Q/e = I_3 + B/2.$$

这就是我们在前面给出的(4.31)式。

表4.7 强子的量子数表

粒子多重态	B	S	Y	I	I_3	粒子态	反粒子态（B, S, Y, I_3等符号与粒子态相反）
π	0	0	0	1	+1	π^+	π^-
					0	π^0	π^0
					−1	π^-	π^+
K	0	+1	+1	1/2	+1/2	K^+	K^-
					−1/2	K^0	$\bar{K}^0$
η	0	0	0	0	0	η	$\bar{\eta}$
N	+1	0	+1	1/2	+1/2	p	$\bar{p}$
					−1/2	n	$\bar{n}$
Λ	+1	−1	0	0	0	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$
Σ	+1	−1	0	1	+1	Σ^+	$\bar{\Sigma}^+$
					0	Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$
					−1	Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$
Ξ	+1	−2	−1	1/2	+1/2	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$
					−1/2	Ξ^-	$\bar{\Xi}^-$
Ω	+1	−3	−2	0	0	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$

对非奇异介子，如π介子，S = 0、B = 0，有

$$Q/e = I_3,$$

对奇异介子，如K介子，B = 0，有

$$Q/e = I_3 + S/2 .$$

已知在电磁作用中，同位旋I不守恒，但同位旋第三分量I_3守恒．在任何作用中，电荷Q，重粒子数B肯定是守恒的，因而由式(4.107)可自动得到奇异量子数在强相互作用和电磁相互作用中守恒的结论．

4.4.4 奇异粒子的自旋

(一) K介子的自旋

K介子的自旋可以通过测量其衰变产物π^0介子的角分布确定．K^0介子的自旋可以通过双π^0衰变

$$K^0 \to \pi^0 + \pi^0 \tag{4.108}$$

来定．我们知道π^0介子的自旋为零，是玻色子．双玻色子系统的波函数应该是对称的，即$\pi^0\pi^0$，系统的轨道角动量l应为偶数：0；2，4···在K^0介子质心系中，分析所测量的衰变π^0介子的角分布时，未见有各向异性，说明K^0介子的自旋为零．

为了确定K^+介子的自旋，我们研究其3π衰变

$$K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^- . \tag{4.109}$$

K^+介子自旋和宇称(J^P)可以根据达里兹图解分析法求得．首先考虑末态两个全同π^+介子系统的波函数．π介子为玻色子，交换两个π^+介子时，系统的波函数不变号，故两个π^+系统的轨道角动量L只能为偶数，$L = 0, 2, 4\cdots$．而两个π^+系统的总宇称为

$$\pi_{2\pi^+} = \pi_\pi^+ \cdot \pi_\pi^+ \cdot (-1)^L .$$

所以$\pi_{2\pi^+}$的值一定为正．另外如图4.8 π^-介子相对于$2\pi^+$系统的轨道角动量l可以为奇数，也可以为偶数．三个π介子系统的总宇称为

$$\pi_{3\pi} = (-1)^{l+1} .$$

K^+介子的自旋J_K应在以下范围之中：

$$J_K = |L - l| \cdots\cdots |L + l| . \tag{4.110}$$

下面分两种情况，讨论确定J_K的数值．

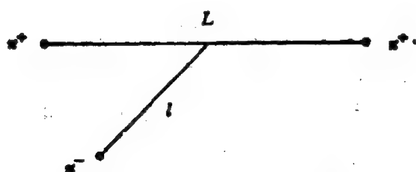


图 4.8 $K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$ 衰变末态相对运动轨道角动量 L 和 l

1. 若 $L \geqslant 2$，则两个 π^+ 介子不可能处于方向相同的相对静止状态，因为那时不可能产生 $2\pi^+$ 系统的相对运动轨道角动量(应有 $L=0$)。因而 π^- 介子的动能将不可能达到其可能有的极大值(两个 π^+ 介子向相同的方向反冲时，π^- 介子的动能最大)。这时在达里兹图的上方，即图 4.9 的 A 区，应该出现事例点的空缺现象。

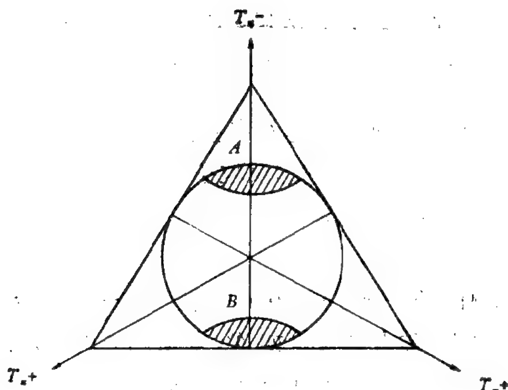


图 4.9 K^+ 自旋如不为零，$K^+ \to 3\pi$ 衰变达里兹图中的空缺区域

2. 若 $L=0$，$l \geqslant 1$。这时在图 4.9 的 B 区内应出现事例点的空缺现象。因为在那里 π^- 介子相对于两个 π^+ 介子的动能是很小的，l 应为零。

实验上得到的 $K \to 3\pi$ 过程达里兹图如图 4.10 所示。实验点在相当高的精度内是均匀分布的，并没有上述空缺现象。于是可以得出结论

$$L = l = 0 .$$

已知π介子自旋均为零，衰变过程中总角动量守恒，说明K^+介子的自旋一定为零. 由此也可得到末态三个π介子系统的宇称为-1. 但弱衰变过程中宇称不守恒，因此还不能确定K^+介子的宇称为-1，需要由另外的实验确定K介子的宇称.

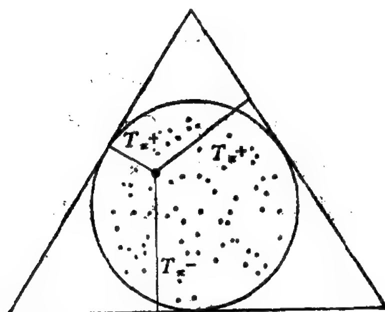


图 4.10　实验给出的$K^+\to 3\pi$衰变的达里兹图

上述结果再次说明一组电荷多重态的粒子如K^+, K^0，具有相同的自旋. 根据玻色子和它的反粒子自旋相同的规律，也可推断K^-和$\overline{K}^0$介子的自旋均为零.

（二）超子的自旋

1955年阿戴尔（R. K. Adair）提出另一种测定粒子自旋的方法，适用于测定短寿命粒子如Λ^0, Σ等超子的自旋. 考虑反应



$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + K^0 , \tag{4.111}$$

在这个反应中产生了Λ^0超子，随后迅速地衰变为π^-和p



$$\Lambda^0 \to \pi^- + p . \tag{4.112}$$

我们只考虑在系统的质心系中与π^-p作用方向基本平行的那些Λ^0超子事件，即只考虑朝前飞行的Λ^0超子. 在朝前方向轨道角动量的投影为零，因而这个方向的总角动量的分量m_j只能是$\pm\frac{1}{2}$. 反应前来自质子自旋分量，反应后来自Λ^0超子自旋分量. 如果Λ^0超子的自旋为J，则向前飞行的Λ^0的J和J_3只能有

$\left(J, \pm\frac{1}{2}\right)$两个状态，而且具有相同的几率.

再看向前飞行的 Λ^0 超子衰变产物在其质心系中的角分布. (4.112)式中 p, π 粒子波函数可以写成

$$\Psi_f^{JM} = \sum_{m_l, m_s} C^{JM}_{L,m_l,s,m_s} X_{s,m_s} Y_L^{m_l}(\theta,\phi), \tag{4.113}$$

式中 J 为末态总角动量. l 为 π^-, p 的相对运动轨道角动量. s 为质子的自旋. 由于总角动量守恒，J 和 M 应等于初态 Λ^0 超子的自旋及其分量，因而 M 只能取 $\pm\frac{1}{2}$ 两个可能值. 下面分几种情况讨论.

1. 假定 Λ^0 的自旋 $J=\frac{1}{2}$ 则 $l=0$ 或 1，当 $l=0$ 时，

$$\Psi_f^{\frac{1}{2},\pm\frac{1}{2}} \propto Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}.$$

这时衰变产物，例如 π^-，在 Λ^0 静止的坐标系中的角动量分布为

$$W(\theta) = \sum_M |\phi_f^{JM}|^2 = |Y_0^0|^2 = \text{常数}. \tag{4.114}$$

因而是各向同性的. 当 $l=1$ 时，末态波函数为

$$\phi_f^{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\, Y_1^1 X_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\, Y_1^0 X_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}},$$

$$\phi_f^{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{3}}\, Y_1^0 X_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\, Y_1^{-1} X_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}.$$

根据球谐函数

$$Y_1^1(\theta,\phi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{i\phi},$$

$$Y_1^0(\theta,\phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta,$$

$$Y_1^{-1}(\theta,\phi) = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{-i\phi}.$$

可求得末态 π^- 介子的角动量分布为

$$W(\theta)=\sum_M|\psi_f^{JM}|^2=|\psi_f^{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}|^2+|\psi_f^{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}|^2$$

$$=\frac{4}{3}|Y_1^1|^2+\frac{2}{3}|Y_1^0|^2=\frac{1}{2\pi}=\text{常数}，\tag{4.115}$$

因而也是各向同性的．这就证明了，当 Λ^0 的自旋 $J=\frac{1}{2}$ 时，不论 $l=0$ 或 1，末态 π^- 的角分布总是各向同性的．

2．假定 Λ^0 的自旋 $J=\frac{3}{2}$．这时 l 可取 1 或 2，讨论的方法和上面完全类同．当 $l=1$ 时，末态波函数为

$$\psi_f^{\frac{3}{2},+\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2}{3}}X_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}Y_1^0+\sqrt{\frac{1}{3}}X_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}Y_1^1，$$

$$\psi_f^{\frac{3}{2},-\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2}{3}}X_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}Y_1^0+\sqrt{\frac{1}{3}}X_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}Y_1^{-1}；$$

因 M 只能为 $\pm\frac{1}{2}$，不能为 $\pm\frac{3}{2}$，故

$$\Psi_f^{\frac{3}{2},\pm\frac{3}{2}}=0．$$

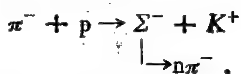
此时 π 介子角分布应为

$$W(\theta)=\sum_M|\psi_f^{JM}|^2\propto 3\cos^2\theta+1．\tag{4.116}$$

对于 $l=2$，计算表明，角分布和 $l=1$ 的情况 (4.116) 式相同．即 Λ^0 衰变产物的角分布，只与 Λ^0 的自旋 J 有关，而与 l 无关．

实验表明，Λ^0 衰变产物的角分布是各向同性的．根据 (4.114) 和 (4.115) 式，确定了 Λ^0 的自旋为 1/2．

用相似的方法，可以分析反应



$$\pi^-+p\rightarrow\Sigma^-+K^+$$
$$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \ \ \ \lfloor\!\rightarrow n\pi^-，$$

朝前方向产生的 Σ^- 超子，其衰变产物 π^- 的角分布在质心系中也是各向同性的，说明 Σ^- 的自旋也是 $\frac{1}{2}$．

另外，李政道和杨振宁曾提出一种确定超子自旋的方法．他

们指出，在 $\Lambda^0 \to \pi^- p$ 衰变中，若 Λ^0 的自旋为 J，则有关系

$$|\alpha\bar{\mathbf{p}}| \leqslant \frac{1}{2J}, \tag{4.117}$$

这里 $\bar{\mathbf{p}}$ 是 Λ^0 极化矢量的平均值，α 是 Λ^0 衰变中的不对称参数. $|\alpha\bar{\mathbf{p}}|$ 是实验上可以测量的量，如 $J=\frac{1}{2}$，则 $|\alpha\bar{\mathbf{p}}| \leqslant 1$，如 $J=\frac{3}{2}$，则 $|\alpha\bar{\mathbf{p}}| \leqslant \frac{1}{3}$. 实验上测得

$$|\alpha\bar{\mathbf{p}}|(\Lambda^0 \to \pi^- p) = 0.7,$$
$$|\alpha\bar{\mathbf{p}}|(\Sigma^+ \to p\pi^0) = 0.75 \pm 0.17,$$
$$|\alpha\bar{\mathbf{p}}|(\Xi^- \to \Lambda^0\pi^-) = 0.52 \pm 0.26.$$

因而确定超子 Λ, Σ, Ξ 的自旋均为$\frac{1}{2}$.

4.4.5 奇异粒子的宇称

除了 $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$ 衰变属于电磁过程外，其余的奇异粒子衰变大都属于弱作用过程. 由于在弱作用过程中，宇称不守恒，因而只能利用宇称守恒的强作用过程来确定奇异粒子的宇称. 但在奇异粒子的产生(强作用)过程中，奇异粒子总是协同产生的，因而难以分别确定单个奇异粒子的宇称. 例如在反应



$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + K^0$$

中利用宇称守恒，有

$$\pi_\pi \pi_p (-1)^l = \pi_{\Lambda^0} \pi_K (-1)^{l'};$$

由此只能确定 (Λ^0, K^0) 两粒子本征宇称的乘积，不能分别定出 Λ^0 及 K^0 的宇称. 通常我们选定 Λ^0 超子的宇称与核子宇称相同，即 Λ、N 相对宇称为$+1$. 这样就可以分别确定其它奇异粒子，如 K, Σ, Ξ 等的宇称了.

(一) K 介子的宇称

K^- 介子的宇称，首先是在氦泡室中研究超核时得到的. Λ 超核用 $_\Lambda Z^A$ 表示，是一种原子核，其中有一个核子被 Λ 超子代替. 当低能 K^- 介子被 He 核吸收后，形成两种超核

$$K^- + He^4 \rightarrow {}_\Lambda He^4 + \pi^-, \tag{4.118}$$

$$K^- + He^4 \rightarrow {}_\Lambda H^4 + \pi^0. \tag{4.119}$$

在原子核物理中已知 He^4 的基态自旋为零．上述两种超核的自旋是否也为零呢？实验上测得 ${}^4H^4$ 的衰变为

$${}_\Lambda H^4 \rightarrow He^4 + \pi^-, \tag{4.120}$$

即发射的 π^- 介子的角分布是各向同性的，说明 ${}_\Lambda H^4$ 的自旋应该为零．因为如果 ${}_\Lambda H^4$ 的自旋为 1，则 π^- 的角分布应含有 $\cos^2\theta$ 的项，其中 θ 是 π^- 运动方向和 ${}_\Lambda H^4$ 自旋方向的夹角．

对于 ${}_\Lambda He^4$ 的自旋，可作如下说明．初步实验表明 ${}_\Lambda H^4$ 与 ${}_\Lambda He^4$ 构成 $I=\frac{1}{2}$ 的两重态，两者应有相同的自旋，故可假定 ${}_\Lambda He^4$ 自旋也为零．

在 He^4, ${}_\Lambda He^4$, ${}_\Lambda H^4$ 三者自旋为零的情况下，根据宇称守恒，从 (4.118) 及 (4.119) 式分别有

$$(-1)^l \pi_p^2 \pi_n^2 \pi_{K^-} = (-1)^{l'} \pi_\Lambda \pi_p^2 \pi_n \pi_{\pi^-}, \tag{4.121}$$

$$(-1)^l \pi_p^2 \pi_n^2 \pi_{K^-} = (-1)^{l'} \pi_\Lambda \pi_p \pi_n^2 \pi_{\pi^0}. \tag{4.122}$$

上述反应，在低能 K^- 入射时，几率很大，说明是在 S 态进行的 K^- 俘获．假定 (4.121)，(4.122) 两式的 $l=l'=0$，因已规定 $\pi_\Lambda=\pi_p=\pi_n=+1$，所以有

$$\pi_{K^-} = \pi_{\pi^0} = \pi_{\pi^-} = -1. \tag{4.123}$$

上述推论含有一点假定，即 ${}_\Lambda He^4$ 是在基态形成的．如果 ${}_\Lambda He^4$ 是在自旋为 1 的激发态上形成，然后放出一个 γ 光子，但未被我们测量到，再跃迁到自旋为零的基态的话，上述推论就不正确了．没有迹象表明上述激发态的存在，但也不能完全排除这种可能．

（二）超子的宇称

如上所述，Λ 超子的本征宇称一般取为和核子的宇称一样．

$\Sigma^\pm$ 超子的宇称是通过研究反应

$$K^- + p \rightarrow \Sigma^\pm + \pi^\mp \tag{1.124}$$

中 Σ 超子的极化情况来确定的．$\Sigma^\pm$ 极化对其宇称很敏感，测量 $\Sigma^\pm$ 衰变出的 π 介子相对于 $\Sigma^\pm$ 产生平面的对称性，可以确定 $\Sigma^\pm$

的本征宇称为+1.

Σ^0, Λ^0 的相对宇称来自衰变

$$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma. \tag{4.125}$$

如果 Σ^0 和 Λ^0 的宇称相同，则衰变出来的 γ 应为磁偶极辐射 $(M1)$. 磁多极矩的宇称为: $\pi = (-1)^{l+1}$, 故 $M1$的宇称为正. 更方便的是观察达里兹衰变图来证实这一点

$$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + e^+ + e^-. \tag{4.126}$$

计算表明，e^+e^- 不变质量谱与 Σ^0 的宇称有关，实验结果指出，Σ^0 的宇称为正.

Ξ^- 与核子的相对宇称也取为+1. 如果要求实验上的测量，我们可以观察低能 Ξ^- 超子被质子俘获的过程

$$\Xi^- + p \to \Lambda^0 + \Lambda^0, \tag{4.127}$$

其末态是两个全同粒子. 观察 Λ^0 超子衰变出来的 π 介子角分布，可以确定两个 Λ^0 是处于自旋平行的状态，还是处于自旋反平行的状态. 初态时 Ξ^- 和质子间的轨道角动量为 0，宇称为正. 末态时两个 Λ 超子如果自旋平行，则应处于 ^3P 态 $(l = 1)$，此时 Ξ^- 超子的宇称应为 -1；如果自旋反平行，则应处于 ^1S 态 $(l = 0)$，此时 Ξ^- 超子的宇称应为+1. 由于 Ξ^- 超子的束流难以得到，因此这个实验是很难做的.

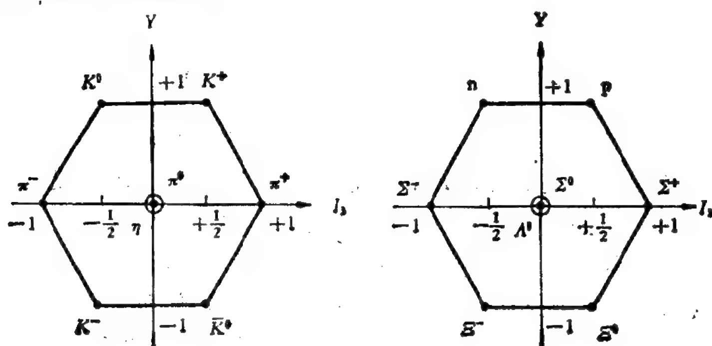


图 4.11 0^- 介子和 $\frac{1}{2}^+$ 重子的八重态

总之，目前已经确定了 N, Λ, Σ, Ξ 等八个重子的自旋均为 $\frac{1}{2}$，宇称均为+1,即 $J^P = \frac{1}{2}^+$. 而 π、K, η 等八个介子的自旋均为 0, 宇称均为 −1, 即 $J^P = 0^-$. 若把介子和重子八重态均画在 I_3-Y 平面上，可以得到很规则的正六边形，如图 4.11 所示. 这些图的物理意义，将在第六章作详细介绍.

§4.5 共 振 态

4.5.1 弹性散射的分波分析

对于强子两体散射，如 πN 散射，虽然非相对论量子力学的描写已不再适用，但在较低能量下，它的一些定性结论仍然可以给我们提供很多有用的知识.

考虑一束无自旋粒子轰击一个无自旋的靶. 可以用三维空间中心位势散射的薛定谔方程，定性地描写该反应过程

$$\left[-\frac{1}{2m}\nabla^2 + V(\boldsymbol{r})\right]\phi(\boldsymbol{r}) = E\phi(\boldsymbol{r}). \tag{4.128}$$

设入射粒子是具有单一能量的平面波

$$\phi_i = e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}, \tag{4.129}$$

此式可展开为

$$\phi_i(r, \theta) = e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} = \frac{i}{2kr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1) \cdot [(-1)^l e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} - e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}]p_l(\cos\theta), \tag{4.130}$$

这里 θ 是粒子入射方向 $\boldsymbol{r}$ 和 z 轴之间的夹角. $p_l(\cos\theta)$ 是勒让德多项式. 上式方括号中第一项代表入射 l 分波部分，第二项代表出射 l 分波部分. 假定将靶粒子放在坐标原点，入射束经过中心位势 $V(\boldsymbol{r})$ 散射之后，入射 l 分波部分不受影响，而出射 l 分波的振幅和相位都将发生变化. 若以 $2\delta_l$ 表示 l 分波位相的改变，以 η_l 代表其振幅的改变，在远离位势力程时，(4.128) 式的球坐标解应具有如下的渐近形式

$$\psi(r,\theta)=\frac{i}{2kr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)$$
$$[(-1)^l e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}-\eta_l e^{2i\delta_l}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}]p_l(\cos\theta);\quad(4.131)$$

其中 $1\geqslant\eta_l>0$ 称为非弹性参数. 由 (4.131) 和 (4.130) 式相减得到散射波函数

$$\begin{aligned}\psi_{sc}(r,\theta)&=\psi(r,\theta)-\psi_i(r,\theta)\\&=\frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{kr}\sum_l(2l+1)\frac{\eta_l e^{2i\delta_l}-1}{2i}p_l(\cos\theta);\end{aligned}\quad(4.132)$$

或写为

$$\psi_{sc}(r,\theta)=f(k,\theta)\frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{r};\quad(4.133)$$

其中

$$f(k,\theta)=\frac{1}{k}\sum_l(2l+1)\frac{\eta_l e^{2i\delta_l}-1}{2i}p_l(\cos\theta).\quad(4.134)$$

$f(k,\theta)$ 称为散射振幅. 需要特别指出的是，(4.134) 式是相应于弹性散射波的情况，因为其约化波数 k 在散射前和散射后是相同的. (4.134) 式也可以写为

$$f(k,\theta)=\frac{1}{k}\sum_l(2l+1)f_l p_l(\cos\theta),\quad(4.135)$$

其中 f_l 称为分波振幅

$$f_l=\frac{1}{2i}(\eta_l e^{2i\delta_l}-1).\quad(4.136)$$

当 $\eta_l=1$ 时，纯弹性散射 f_l 可写为

$$f_l=e^{i\delta_l}\sin\delta_l,\quad(4.137)$$

$$I_m f=|f_l|^2.\quad(4.138)$$

(4.138) 式称为分波么正关系，它保证了几率守恒，从根本上讲是散射矩阵么正性的结果.

根据弹性散射微分截面的表达式

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{el}=|f(k,\theta)|^2,\quad(4.139)$$

和勒让德多项式的正交关系

$$\int p_l(\cos\theta)p_{l'}(\cos\theta)d\Omega = \frac{4\pi\delta_{ll'}}{(2l+1)}; \qquad (4.140)$$

这里

$$\delta_{ll'} = \begin{cases} 1 & l = l' \\ 0 & l \neq l' \end{cases}; \qquad (4.141)$$

我们可以求得总的弹性散射截面

$$\sigma_{el} = 4\pi\lambda\!\!\!{}^{-2} \sum_l (2l+1)\left|\frac{\eta_l e^{2i\delta_l} - 1}{2i}\right|^2. \qquad (4.142)$$

这里 $\lambda\!\!\!{}^- = \frac{1}{k}$，是约化德布罗意波长，当 $\eta_l = 1$ 时，即入射波没有被衰减，或者说纯弹性散射时，上式变为

$$\sigma_{el} = 4\pi\lambda\!\!\!{}^{-2} \sum_l (2l+1)\sin^2\delta_l. \qquad (4.143)$$

显然，$\delta_l = 0$ 时，$\sigma_{el} = 0$，相当于中心位势 $V(\boldsymbol{r}) = 0$ 的情况．若 $\eta_l < 1$，由几率守恒可求得非弹性反应截面为

$$\sigma_r = \int(|\psi_{进}|^2 - |\psi_{出}|^2)r^2 d\Omega. \qquad (4.144)$$

这里 $\psi_{进}$ 是 (4.142) 式的第二项，$\psi_{出}$ 是 (4.142) 式的第一项，计算结果给出

$$\sigma_r = \pi\lambda\!\!\!{}^{-2} \sum_l (2l+1)(1 - |\eta_l|^2); \qquad (4.145)$$

因此总截面为

$$\sigma_t = \sigma_{el} + \sigma_r = 2\pi\lambda\!\!\!{}^{-2} \sum_l (2l+1)(1 - \eta_l \cos 2\delta_l). \qquad (4.146)$$

由 (4.134) 式，当 $\theta = 0$ 时，因为 $p_l(\cos\theta) = p_l(1) = 1$，所以有

$$I_m f(k,0) = \frac{1}{2k} \sum_l (2l+1)(1 - \eta_l \cos 2\delta_l),$$

和 (4.146) 比较得到关系式

$$I_m f(k,0) = \frac{k}{4\pi}\sigma_t, \qquad (4.147)$$

该式通常称为光学定理．它给出了朝前的弹性散射振幅和总截面之间的关系．

由 (4.142) 式可看到，当 $\eta_l=1,\ \delta_l=\frac{\pi}{2}$ 时，l 分波的弹性散射截面取得最大值

$$(\sigma_{el}^l)_{\max}=4\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2l+1). \tag{4.148}$$

同样由 (4.145) 式，当 $\eta_l=0$ 时，得到 l 分波的最大非弹性反应截面为

$$(\sigma_r^l)_{\max}=\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2l+1). \tag{4.149}$$

(4.148) 和 (4.149) 式称为分波么正极限.

4.5.2 共振态的产生和描写

我们在前面是以平面波来描写入射粒子的. 但实际上，入射粒子不可能是能量完全的单一的平面波，而应该看成是一个定域的波包，波包波函数是含时薛定谔方程的解，是具有各种能量的平面波的迭加，其表达式为

$$\phi(\boldsymbol{r},t)=\int d^3k\phi(\boldsymbol{k})e^{-iE(k)t}\phi_k(r,\theta). \tag{4.150}$$

把 (4.129) 式代入 (4.150) 式得到入射波包波函数为

$$\phi_i(\boldsymbol{r},t)=\int d^3k\phi(\boldsymbol{k})e^{i[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-E(k)t]} \tag{4.151}$$

假定 $\phi(\boldsymbol{k})$ 在 $\boldsymbol{k}=\boldsymbol{k}_0$ 附近有尖锐的峰，即波包主要由动量在 $\boldsymbol{k}_0$ 附近的平面波所贡献(这种假定在物理上显然是非常合理的)，将 $E(k)$ 展开

$$E(k)\simeq E(k_0)+(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)\nabla E(k_0),$$

代入 (4.151) 式得

$$\phi_i(\boldsymbol{r},t)\simeq e^{i\lambda(t)}\int d^3k\phi(\boldsymbol{k})e^{i\boldsymbol{k}\cdot[\boldsymbol{r}-\nabla E(k_0)t]}; \tag{4.152}$$

即

$$\phi_i(\boldsymbol{r},t)\simeq e^{i\lambda(t)}\phi_i(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{v}t,0); \tag{4.153}$$

其中 $\boldsymbol{v}=\nabla E(k_0)$. 这就是说在时间 t 内，入射波包以速度 $\boldsymbol{v}$ 平移了 $\boldsymbol{v}t$，相因子改变了 $\lambda(t)$，但其形状是不变的.

对散射波包也可以作同样处理，为方便起见，我们仅考虑 $\eta_l=1$，即没有非弹性吸收的纯弹性散射情况. 这时 (4.132) 式可以写为

$$\psi_{sc}(r,\theta) = \sum_l (2l+1)\sin\delta_l e^{i\delta_l} \frac{e^{ikr}}{kr} p_l(\cos\theta), \quad (4.154)$$

代入(4.150)式，得到散射波包波函数

$$\psi_{sc}(\boldsymbol{r},t) = \sum_l (2l+1) R_l(\boldsymbol{r},t) p_l(\cos\theta); \quad (4.155)$$

其中

$$R_l(\boldsymbol{r},t) = \int d^3k \phi(\boldsymbol{k}) \sin\delta_l(\boldsymbol{k}) \frac{1}{kr} e^{i[kr+\delta_l(k)-E(k)t]}. \quad (4.156)$$

因为相移 δ_l 和能量 E 都是 k 的函数，同样可对上式指数因子进行展开

$$kr + \delta_l(k) - E(k)t \simeq kr + \delta_l(k_0) + (k-k_0)\delta_l'(k_0) - [E(k_0) + (k-k_0)E'(k_0)]t,$$

代入(4.156)式可得

$$R_l(\boldsymbol{r},t) \doteq e^{i\xi_l(t)} \int d^3k \phi(\boldsymbol{k}) \sin\delta_l(k) \frac{1}{kr} e^{ik[r+\delta_l'(k_0)-E'(k_0)t]}; \quad (4.157)$$

即有

$$rR_l(r,t) \simeq e^{i\xi_l(t)} [r - v(t-\tau_l)] R_l[r - v(t-\tau_l), 0]. \quad (4.158)$$

其中定义了

$$v = E'(k_0) = \left.\frac{dE(k)}{dk}\right|_{k=k_0},$$

$$\tau_l = \frac{\delta_l'(k_0)}{v} = \frac{1}{v}\left.\frac{d\delta(k)}{dk}\right|_{k=k_0}.$$

(4.158)式说明一个对散射波包有贡献的具有确定分波角动量 l 的态沿径向以速度 $\boldsymbol{v}$ 向外传播，相对于入射波有一个相位的改变．但是除了和球面波相联系的衰减因子 $\frac{1}{r}$ 以外，波包的形状并不改变．当波包通过位势区域时，受到一个时间迟滞 τ_l，当此迟滞时间长的时候，也就是说 $\delta_l(k)$ 在 k_0 附近变化急剧的时候，我们就说系统中形成了一个角动量为 l 的共振态．

再来看分波散射振幅 (4.136) 或 (4.138) 式，容易证明当

$$\delta_l = \frac{n\pi}{2},\ n = 1,3,5\cdots\cdots,$$

时，$|f_l|$ 取得极大值. 因此当有共振态存在时，$\delta_l(k)$ 在 k_0 附近，在 Δk 范围内，很快地增加了 π，如图 4.12 所示。

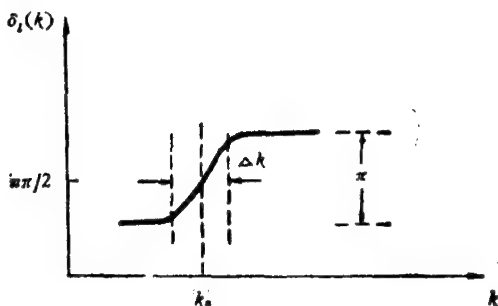


图 4.12　在 k_0 处有共振态时，$\delta_l(k)$ 随 k 变化的关系

也可把 (4.136) 式重新写为

$$f_l = \frac{1}{2i}(\eta_l e^{2i\delta_l} - 1) = \frac{i}{2} - \frac{i}{2}\eta_l e^{2i\delta_l}. \qquad (4.159)$$

f_l 是一个复数量，因而可以用复平面上的一个矢量代表，如图 4.13 所示. 如果在 k_0 处有共振态存在，当 k 在 k_0 附近变化 Δk 时，f_l 将在单位圆周上 ($\eta_l = 1$ 的情况)或圆周内($\eta_l < 1$ 的情况)依逆时针方向转动，迅速地通过回路的最高点，这就相当于图 4.12 所示的 $\delta_l(k)$ 在 $\frac{n\pi}{2}$ 附近很快地随 k 变化. 因此回路最高点处的质心系总能量就相当于共振态粒子的能量. 图 4.13 称为阿根 (J.R.Argand)图.

在 $\eta_l = 1$ 时，在 k_0 附近，即共振态能量 E_R 附近，将分波散射振幅 f_l 重新写为

$$f_l = e^{i\delta_l(E)}\sin\delta_l(E) = 1/[\mathrm{ctg}\delta_l(E) - i]. \qquad (4.160)$$

对 $\mathrm{ctg}\delta_l(E)$ 在 E_R 附近作泰勒展开

$$\mathrm{ctg}\delta_l(E) = \mathrm{ctg}\delta_l(E_R) + (E - E_R)$$

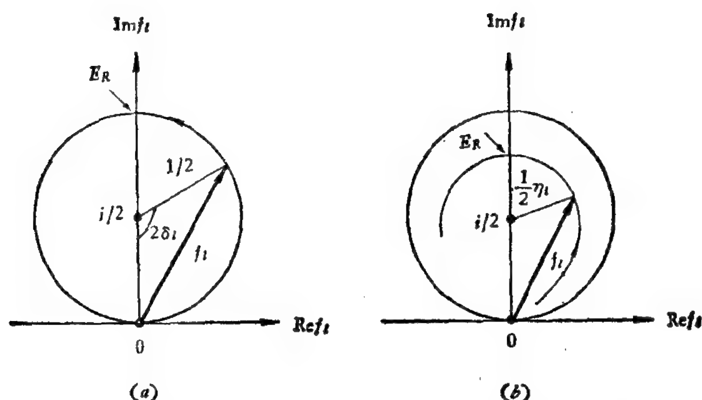


图 4.13 阿根图. (a)$\eta_l = 1$ 的情况(E_l 为共振能量), (b)$\eta_l<1$ 的情况(E_R 为共振能量)

$$\left[\frac{d}{dE}\operatorname{ctg}\delta_l(E)\right]_{E=E_R} + \cdots \approx -(E-E_R)\frac{2}{\Gamma};$$

其中 $\operatorname{ctg}\delta_l(E_R) = 0$. 并定义

$$\frac{2}{\Gamma} = -\left[\frac{d}{dE}\operatorname{ctg}\delta_l(E)\right]_{E=E_R},$$

忽略高次项就得到

$$f_l = \frac{1}{\operatorname{ctg}\delta_l - i} = \frac{\frac{1}{2}\Gamma}{(E_R - E) - i\frac{\Gamma}{2}}. \qquad (4.161)$$

由 (4.161) 和 (4.142) 式可求得 l 分波的弹性散射截面为

$$\sigma_{el}^l = 4\pi\lambda^2(2l+1)\frac{\frac{1}{4}\Gamma^2}{(E-E_R)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}. \qquad (4.162)$$

此公式称为布莱特-维格纳 (Breit-Wigner) 公式. 共振曲线如图 (4.14) 所示, 在 $E = E_R$ 处有一共振峰, 其中宽度为 Γ, 寿命为 $\tau_l = \frac{1}{\Gamma}$, 根据(4.161)式我们也可以说, 一个共振态就对应于分波振幅在复能量

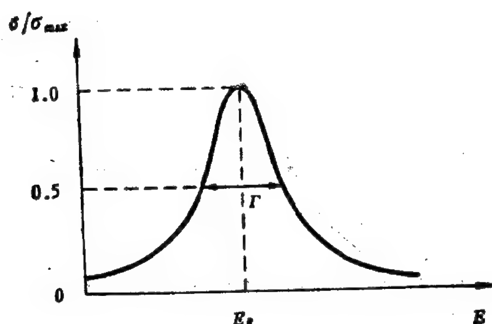


图 4.14　布莱特-维格纳共振曲线

$$E = E_R - \frac{i}{2}\Gamma$$

处的一个极点.

以上介绍的分波相移分析方法给我们提供了一种确定是否存在短寿命共振态的方法. 过去我们已经介绍过另外一些方法，如不变质量法，丢失质量法和测量截面随能量变化的关系曲线以判断有无共振峰式的结构等. 下面还将介绍用达里兹图分析法以确定是否有短寿命共振态存在.

4.5.3　重子共振态

（一）πN 散射中的共振态

我们已经讲过，当 $\pi^\pm$ 介子束通过液氢靶时，测量 $\pi^\pm$ 束流的减弱可以得到 π_p 散射的总截面. 图 4.4 给出总截面随 πN 系统质心系能总量的关系曲线，在 1230MeV 附近有一个明显的共振峰. 这就是粒子物理中最早发现的共振态，称为Δ(1236)(括号内的数字是该共振态以 MeV 为单位的能量)，通常以Δ表示同位旋 $I=\frac{3}{2}$ 的 πN 共振态，以 N 表示同位旋 $I=\frac{1}{2}$ 的 πN 共振态，并在其后的括号内给出该共振的能量. 人们也常用 $l_{2I,2J}$ 或 $(2I,2J)$ 来标记一个 πN 共振态. 例如 Δ(1236) 是同位旋 $I=\frac{3}{2}$，自旋 $J=\frac{3}{2}$ 的 P 波 πN 共振态，所以常称之为 P_{33} 或 (3,3) 共振态. 因为同位旋

为 $\frac{3}{2}$，它有四个不同的荷电状态，分别记为 Δ^{++}, Δ^{+}, Δ^{0}, Δ^{-}，并且都已得到实验确定.

除了 $P_{33}(1236)$ 共振外，从 πN 散射的总截面曲线上还可以看到别的峰. 例如在 $\sigma(\pi^{-}P)$ 曲线中可看到 $I=\frac{1}{2}$ 的 $D_{13}(1520)$ 和 $F_{13}(1680)$，$G_{17}(2190)$ 共振峰.在 $\sigma(\pi^{+}p)$ 曲线中可看到 $F_{37}(1950)$，$H_{3,11}(2520)$ 共振峰等.

但是在 πN 散射的总截面中往往有很多共振态迭置在一起，估计 $M_{\pi P}<2200\text{MeV}$ 的共振态就有 20 多个，因而明显地分辨出各个共振峰是不可能的. 在这种情况下，相移分析法就显出了它特别的优越性. 通过对 πN 弹性散射的实验数据作相移分析，画出不同态的阿根图，就可以确定在该态中是否有共振态粒子存在. 作为例子，我们在图 4.15 中给出了 P_{33}, F_{15}, P_{11}, D_{13} 波相移分析的阿根图. 从图上可明显看到这些共振态的存在，其中 $P_{11}(1470)$ 在总截面曲线中是看不出来的，而只有相移分析才证实了它的存在.

在4.4.4 节讲到 Λ^{0} 超子时，我们是用阿戴尔提出的方法确定它的自旋的，同样可以用这种方法确定 πN 共振态的自旋. 以 $\Delta(1236)$ 为例，考虑在 π 介子入射方向上产生的 $\Delta(1236)$ 共振态的衰变

$$\Delta(1236)\to N+\pi. \tag{4.163}$$

利用和 (4.116) 式完全相似的计算得到同样的结论：如果 $\Delta(1236)$ 的自旋为 $\frac{3}{2}$，则末态 π 介子的角分布应为

$$W(\theta)\propto 1+3\cos^{2}\theta. \tag{4.164}$$

如果 $\Delta(1236)$ 的自旋为 $\frac{1}{2}$，则 π 介子的角分布是各向同性的. 实验上测得在这种情况下衰变产生的 π 介子角分布具有 (4.164) 式的形式(图 4.16)，因此确定 $\Delta(1236)$ 共振态的自旋为 $J=\frac{3}{2}$.

对于 (4.163) 式，宇称守恒要求

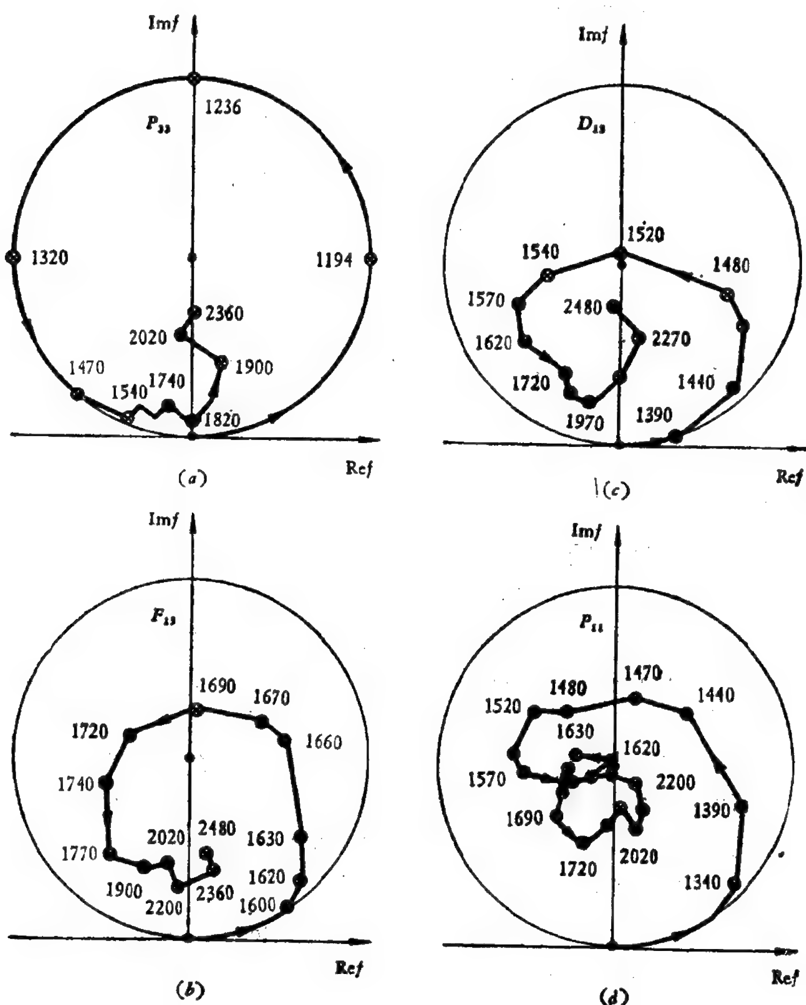


图 4.15 阿叶德 (Ayed) 等于 1970 年在实验中测得 P_{33}, F_{15}, D_{13}, P_{11}, 波的阿根图，证实了在这些波中共振态的存在. 它们的质量分别为 1236MeV, 1690MeV, 1520MeV, 1470MeV.

$$\pi_\Delta = \pi_\pi \pi_N (-1)^l = (-1)^{l+1}.$$

Δ(1236) 的宇称由 l 决定. 但如 § 4.4 节所述，根据 π 介子的角分布不能确定 l 的值. 事实上是由测定出射核子的极化来确定 l

的值，最后确定了 $l=1$. 因此 $\Delta(1236)$ 具有正宇称.

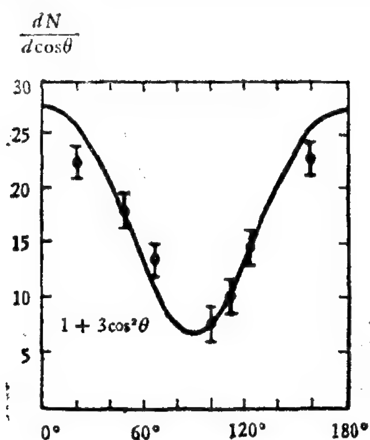
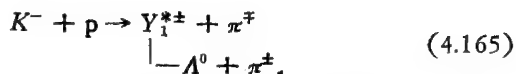


图 4.16 π^+p 散射的微分截面(横轴为质心系中散射角)

图 4.17 给出了在不同能量下 $\pi^\pm$ 介子核子弹性散射及电荷交换反应 ($\pi^-p\to\pi^0n$) 微分截面的实验结果. 图 (4.18) 给出了巴瑞 (Bareyre, Bricman 和 Villet) 等人在 1968 年进行的 πN 作用分波分析，得到分波截面随质心系总能量关系曲线. 共振态的自旋和宇称由产生此共振态的分波的 J 和 l 确定. 在分波截面曲线中看到的共振峰，比在全截面曲线中看到的要清楚得多.很多共振态是在研究散射 π 介子角分布，或反冲核子极化中找到的. 在本书末尾的粒子表中，给出了已经发现的很多共振态有关参数.

(二) 超子共振态

1. Y^* 共振. 1960 年阿尔斯顿(M. Alston) 在 K^-p 反应中发现了第一个奇异粒子共振态，称为 $Y_1^*(1385)$. 它是通过以下反应产生的



$$K^-+p\to Y_1^{*\pm}+\pi^\mp \tag{4.165}$$
$$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\llcorner\Lambda^0+\pi^\pm.$$

入射 K^- 介子动量为 1.15 GeV/c. 实验结果如图 4.19 所示. 在 π^+ 和 π^- 介子的动能为 280MeV 处出现共振峰，由运动学关系可求得该共振态的能量为 1385MeV. 实验上还测定了它的宽度为

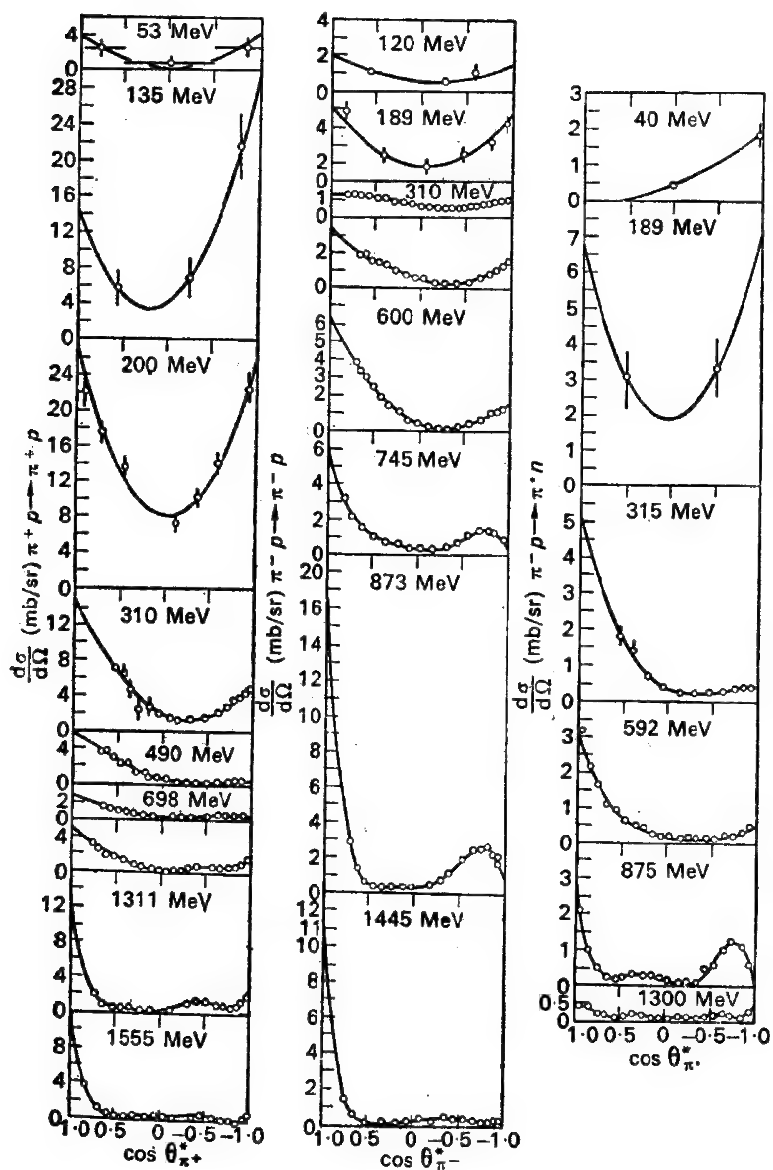


图 4.17 $\pi^{\pm}p \longrightarrow \pi^{\pm}p$ 及 $\pi^-p \longrightarrow \pi^0n$ 反应的微分截面

$\Gamma = 40\text{MeV}$，这就是后来称为 $\Sigma^{*\pm}$ 的共振态。

如果不用 $\pi^{\pm}$ 介子的动能作图，而用 $\Lambda\pi^{\pm}$ 的不变质量 $M_{\Lambda\pi^{\pm}}$ 作

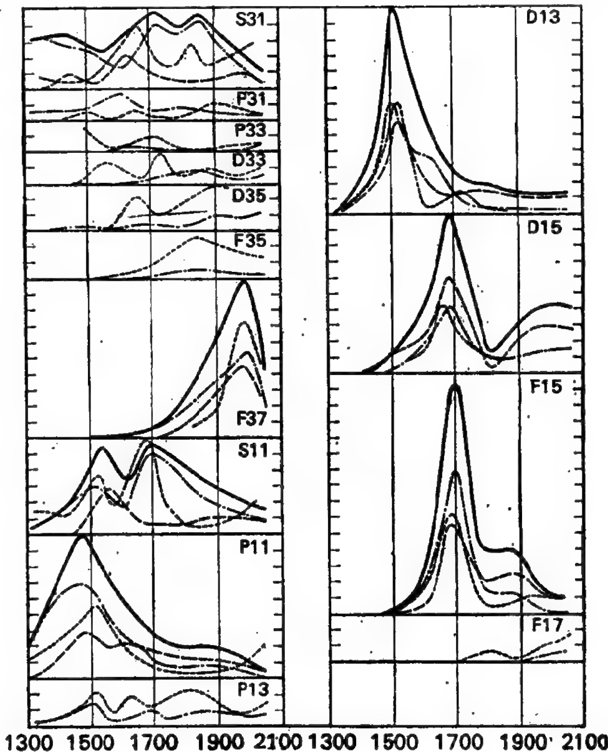


图 4.18 πN 散射分波截面随质心系能量（MeV）关系

——σ_{tot}；— · — · —σ_{el}；--------------σ_{inel}.

图，根据相对论能量关系式

$$M_{\Lambda\pi}^2 = E_{\Lambda\pi}^2 - \mathbf{p}_{\Lambda\pi}^2, \tag{4.166a}$$

$$E_{\Lambda\pi} = E_{\Lambda} + E_{\pi}, \tag{4.166b}$$

$$\mathbf{p}_{\Lambda\pi} = \mathbf{p}_{\Lambda} + \mathbf{p}_{\pi}. \tag{4.166c}$$

选用任一惯性系中的能量和动量，按上面的式子求得不变质量 $M_{\Lambda\pi^-}^2$ 和 $M_{\Lambda\pi^+}^2$. 以 $M_{\Lambda\pi^-}^2$ 为横轴，$M_{\Lambda\pi^+}^2$ 为纵轴画出事件分布的达里兹图. 统计理论预言，在运动学允许的范围内，没有共振态

时，事件的分布应该是均匀的．但在 $K^-p \to \Lambda^0\pi^+\pi^-$ 反应中，实验上得到的事件分布并不是均匀的，如图 4.20 所示．在 $M_{\Lambda\pi^+}=1385$ MeV 附近事件分布密集，说明 $\Sigma^{*\pm}$ 共振态的产生．

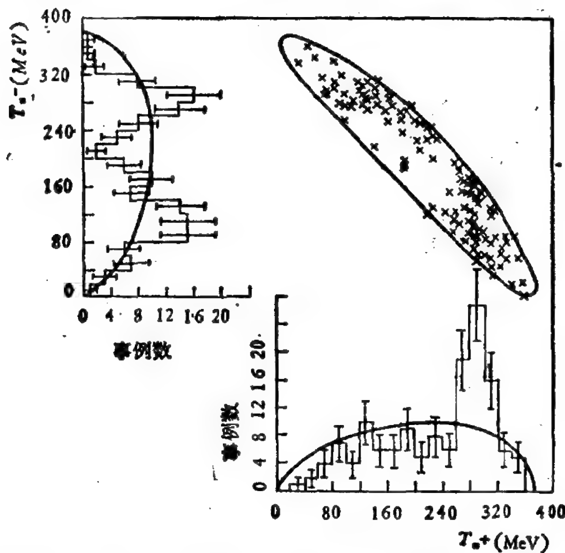


图 4.19 在反应 $K^- + p \longrightarrow \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^-$ 中，两个 π 介子动能分布的达里兹图

当时看到的 Σ^* 共振态有 $Q = \pm e$ 两种，但推测其同位旋可能为 $I = 1$．后来实验上证实了这一点，找到了电中性的 Σ^{*0} 共振态．通过测量衰变产物的角分布，确定了 Σ^* 的自旋为 3/2．测量衰变产物的极化方向，确定了它的宇称为正．即 Σ^* 共振态的 $J^P = \frac{3}{2}^+$．

2. $\Sigma^*(1530)$ 共振态．继实验上测得奇异数 S = −1 的 $\Lambda\pi$ 共振态 Σ^* 之后，1962 年德介若（Djerrou）和伯坦匝（Bertanza）等找到了 S = −2 的 $\Xi^-\pi^+$ 共振态 $\Xi^{*0}(1530)$．图 4.21 和图 4.22 给出了利用 1.80GeV/c 和 1.95GeV/c K^- 介子进行的反应

$$K^- + p \to \Xi^- + K^0, \qquad (4.167)$$

所得到的实验结果．由这两个图可以看出存在一个能量为 1530

GeV 的 $\Xi^-\pi^+$ 共振态 Ξ^{*0}

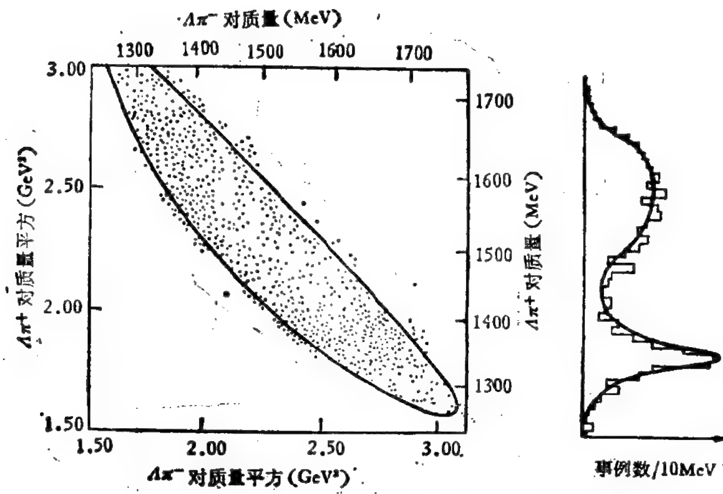


图 4.20　1.22GeV K^-p 反应产生 $\Lambda^0\pi^+\pi^-$ 的达里兹图

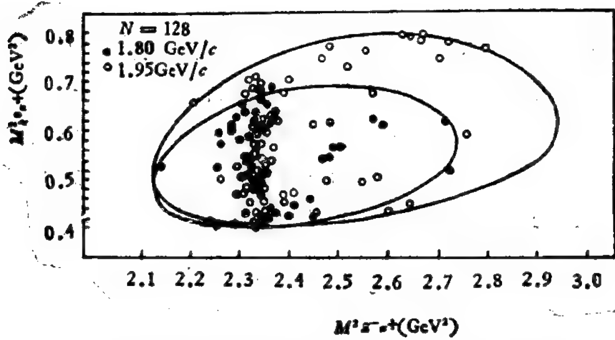
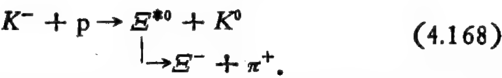
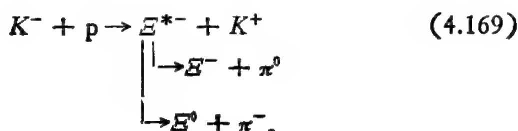


图 4.21　$K^- + p \longrightarrow \Xi^- + \pi^+ + K^0$反应的达里兹图



$$K^- + p \rightarrow \Xi^{*0} + K^0 \quad \text{(4.168)}$$
$$\hookrightarrow \Xi^- + \pi^+.$$

在 K^-p 反应中还可以通过下面的模式得到 $\Xi^{*-}(1530)$ 共振态



$$K^- + p \to \Xi^{*-} + K^+ \qquad (4.169)$$
$$\qquad\qquad \hookrightarrow \Xi^- + \pi^0$$
$$\qquad\qquad \hookrightarrow \Xi^0 + \pi^-.$$

现在讨论该共振态的同位旋问题．若 $I = \frac{1}{2}$，有

$$|\Xi^{*0}\rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}}\,|\Xi^0, \pi^0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\,|\Xi^-, \pi^+\rangle,$$

$$|\Xi^{*-}\rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}}\,|\Xi^0, \pi^-\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\,|\Xi^-, \pi^0\rangle. \qquad (4.170)$$

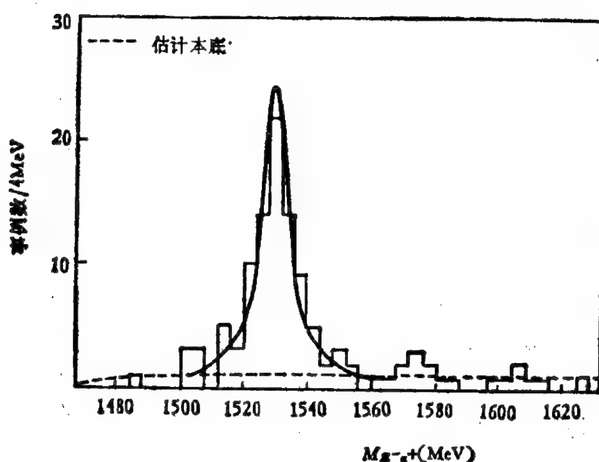


图 4.22　$K^- + p \longrightarrow \Xi^- + \pi^+ + K^0$ 反应中，实验数据很好地符合 Breit-Wigner 曲线

由此得到衰变几率比

$$R_1 = \frac{R(\Xi^{*0} \to \Xi^- + \pi^+)}{R(\Xi^{*0} \to \Xi^0 + \pi^0)} = 2, \qquad (4.171)$$

$$R_2 = \frac{R(\Xi^{*-} \to \Xi^0 + \pi^-)}{R(\Xi^{*-} \to \Xi^- + \pi^0)} = 2. \qquad (4.172)$$

若 $I = \frac{3}{2}$，同样的讨论得到两个衰变比 都 是 1/2．实 验 上 测 得

$R_1 \simeq 2.5, R_2 \simeq 1.5$，因而认为$\Xi$共振态的同位旋 $I=\dfrac{1}{2}$.

实验上还确定出 Ξ^{*0} 和 Ξ^{*-} 的自旋、宇称均为 $J^P=\dfrac{3}{2}^+$.

3. Ω^- 超子的发现．以上我们讨论了九种 $J^P=\dfrac{3}{2}^+$的重子共振态

$$\Delta^{++},\ \Delta^{+},\ \Delta^{0},\ \Delta^{-}\quad S=0\quad Y=1\quad I=\frac{3}{2}$$

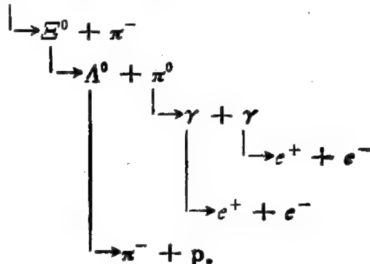
$$\Sigma^{*+},\ \Sigma^{*0},\ \Sigma^{*-}\qquad S=-1\quad Y=0\quad I=1$$

$$\Xi^{*0},\ \Xi^{*-}\qquad S=-2\quad Y=-1\quad I=\frac{1}{2}$$

如果我们认为盖尔曼等人 1962 年提出的强子结构 $SU(3)$ 模型(第六章内介绍)正确，那么将它们画在 I_3-Y 图上 (图 4.23) 后可以看出，根据 $SU(3)$ 模型十重态理论预言，应该还存在有一个 $J^P=\dfrac{3}{2}^+$ 的粒子．其同位旋 $I=0$，奇异数 $S=-3$，带一个单位的负电荷，质量在 1680MeV 左右．从简单的盖尔曼-西岛关系 (4.107)，也可以预言这一点．1964 年巴恩斯 (S. W. Barnes) 等在布鲁克海汶实验室 (BNL) AGS 加速器上发现了它．他们是利用 5GeV/c 的 K^- 介子束打到氢泡室里，从事例的产生和衰变径迹分析中确定了 Ω^- 粒子的存在，这对强子结构理论的检验具有很重要的意义．图 4.24 给出了泡室径迹照片的示意图．从径迹图中分析出反应和衰变过程如下：



$$K^- + p \to \Omega^- + K^+ + K^0 \qquad (4.173)$$



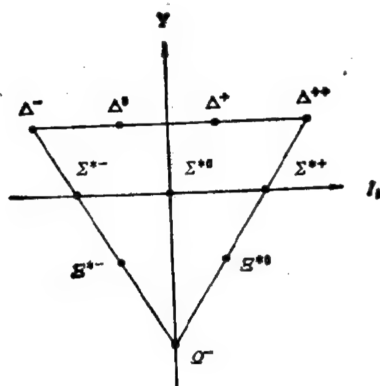
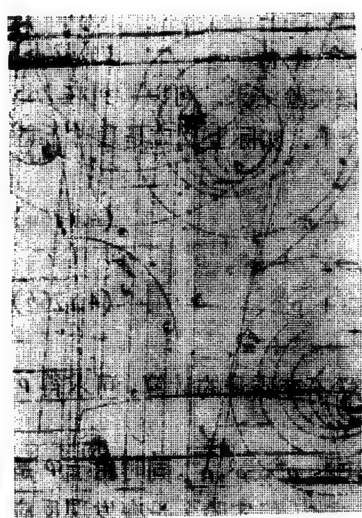
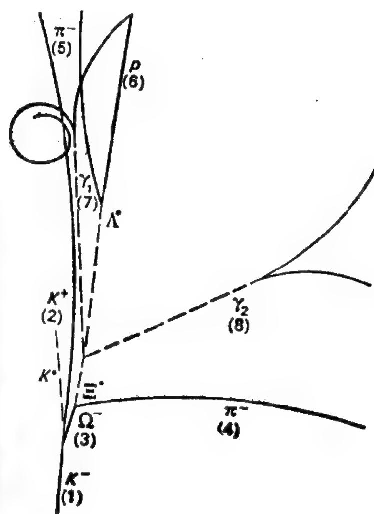


图 4.23　$J^P=\frac{3}{2}^+$的重子10重态





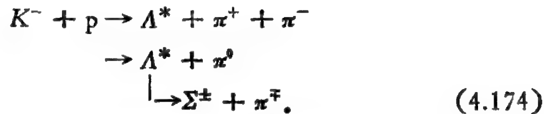
(a)　　　　　　　　(b)

图 4.24　(a) Barnes 等 1964 年发现 Ω^- 粒子产生和衰变过程的氢泡室照片

(b) 氢泡室照片中 Ω^- 粒子的径迹图

实验上精确测量了 Ω^- 的质量为 1672.5MeV。Ω^- 超子的发现是对强子结构的 $SU(3)$ 么正对称性的有力支持。

除了上面讲过的十个共振态以外，实验上还相继发现了许多别的重子共振态，如 $\Sigma\pi$ 共振态、$\Lambda^*(1405)$ 和 $\Lambda^*(1520)$ 等．它的反应方程式为



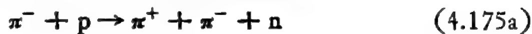
$$
\begin{aligned}
K^- + p &\to \Lambda^* + \pi^+ + \pi^- \\
&\to \Lambda^* + \pi^0 \\
&\qquad \hookrightarrow \Sigma^\pm + \pi^\mp. \qquad (4.174)
\end{aligned}
$$

在三体末态达里兹图上可以清楚地确定他们是存在的．

4.5.4 介子共振态

（一） $S=0$ 的介子共振态

1. ρ(765MeV) 介子：欧文 (A. Erwin) 等 1961 年实验测量了下列反应产生的 $\pi^-\pi^0$ 和 $\pi^-\pi^+$ 的不变质量谱．



$$\pi^- + p \to \pi^+ + \pi^- + n \qquad (4.175a)$$

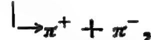


$$\to \pi^- + \pi^0 + p. \qquad (4.175b)$$

在第二章图 2.7 中，我们已经给出了该实验结果．可以看到在 765 MeV 处存在一个 $\pi\pi$ 共振态，称为 ρ 介子．实际上反应是通过下述方式进行的：



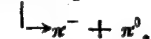
$$\pi^- + p \to \rho^0 + n \qquad (4.176a)$$



$$\hookrightarrow \pi^+ + \pi^-,$$



$$\pi^- + p \to \rho^- + p \qquad (4.176b)$$



$$\hookrightarrow \pi^- + \pi^0.$$

根据反应式 (4.176) 进行运动学不变质量的计算，可求得 ρ 介子质量为 765MeV．

实验上发现 ρ 介子有三个荷电状态 ρ^+，ρ^0，ρ^-，同时由于 ρ 是 2π 共振态，它们的同位旋只可能是 1 或 2，但实验上没有发现反应



$$\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^+ + n$$

中有 $\pi^+\pi^+$ 共振态，这就证明 ρ 的同位旋只能是 $I=1$．

因为在 ρ 介子的两 π 衰变中，π 介子是玻色子，要求末态 2π 系统的波函数具有交换对称性．而 $I=1$ 的同位旋波函数是反对称的，因此要求空间波函数也必须是反对称的，即 2π 的相对轨道

角动量 $l = 1, 3, 5\cdots$. 实验上测得反应 (4.175) 式中的 π 介子角分布具有形式

$$W(\theta) = A + B\cos\theta + C\cos^2\theta. \tag{4.177}$$

理论计算表明这相当于 $l = 1$ 的情况，因此可以确定 ρ 介子的自旋 $J = 1$. 其宇称为

$$\pi_\rho = \pi_\pi\pi_\pi(-1)^l = -1. \tag{4.178}$$

所以 ρ 介子的自旋，宇称为 $J^P = 1^-$，和光子类似，这类介子被称为矢量介子或"重光子".

2. $\omega(783)$ 介子：1961 年马格里克 (B. Maglic) 等人用 1.61 GeV/c 的反质子束打到氢泡室中，发现在 $\bar{p}p$ 湮灭产生的 π 介子末态中存在有 3π 共振态. 该共振态的产生和衰变机制可用下面的方程式表示

$$\begin{aligned}\bar{p} + p \rightarrow\ & \omega + \pi^+ + \pi^- \\ & \lfloor\!\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0.\end{aligned} \tag{4.179}$$

用不变质量法进行分析研究时，原则上可以取 5π 末态的任意不同的 3π 组合，给出它们的不变质量谱. 这种组合共有十种

$$\begin{aligned}|Q| &= e \quad \pi^\pm\pi^\pm\pi^\mp \quad 4\text{组} \quad (A)\\ |Q| &= 2e \quad \pi^\pm\pi^\pm\pi^0 \quad 2\text{组} \quad (B)\\ |Q| &= 0 \quad \pi^+\pi^-\pi^0 \quad 4\text{组} \quad (C)\end{aligned}$$

实验共观察到 2500 个四叉事例. 若知道入射质子的动量 $\mathbf{p}$，根据在磁场中泡室径迹的偏转曲率和电离可确定末态四个荷电 π 介子的动量和能量. 用丢失质量法分析可以确认 π^0 的存在，即如果

$$(\Delta E)^2 - (\Delta p)^2 = m_{\pi^0}^2,$$

那么丢失的粒子就是 π^0. 通过这种分析在 2500 个四叉事例中找到了 800 个有 π^0 的事例，作出这 800 个事例的 3π 不变质量谱，如图 4.25 所示.

可以看到图 4.25c 的 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 不变质量谱在 790MeV 附近有一个尖锐的峰，而别的组态的不变质量谱则没有峰，这表明只有中性的 ω 介子，它是 $I = 0$ 的同位旋单态，其 G 宇称为 G = −1. 后来在实验

$$\pi^+ + d \to p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \tag{4.180}$$

中不但看到ω共振态，而且还发现了一个新的中性3π共振态——η介子．同样在π^+p散射中也看到ω和η共振态的存在．

精确测得的ω介子的质量和宽度为$M_\omega=(1782.6\pm0.2)$MeV，$\Gamma_\omega=(9.9\pm0.3)$MeV．

下面将讨论如何确定ω介子的自旋和宇称．考虑J^P的几种可能性

(i) $J^P=0^+$：如果ω为标量粒子，3π末态的总角动量必须为$l=0$，那么ω的宇称$\pi_\omega=(\pi_\pi)^3=-1$和原假设矛盾，所以是不可能的．

(ii) $J^P=0^-$：ω的同位旋$I=0$，用3π末态的三个同位旋矢量π_1，π_2和π_3构成一个同位旋标量只能有如下的形式

$$\boldsymbol{\pi}_1\cdot(\boldsymbol{\pi}_2\times\boldsymbol{\pi}_3). \tag{4.181}$$

显然这种形式的同位旋波函数是完全反对称的，因而要求空间波函数也必须是反对称的．衰变振幅M_{fi}必须是满足任意两π介子交换反对称性要求的标量函数．在ω的静止系中，M_{fi}只能由末态三个π介子的动量$\mathbf{p}_i$和能量E_i构成．这时M_{fi}一种最简单的可能形式为

$$M_{fi}\propto(E_1-E_2)(E_2-E_3)(E_3-E_1), \tag{4.182}$$

因而

$$|M_{fi}|^2\propto(E_1-E_2)^2(E_2-E_3)^2(E_3-E_1)^2. \tag{4.183}$$

当$E_1=E_2$或$E_2=E_3$，$E_1=E_3$时，实验点在达里兹图上的密度分布应为0，图4.26a给出了这种情况下的几率分布．但实验上给出的ω衰变达里兹图如图4.27所示，所以ω介子的自旋和宇称不是0^-．

(iii) $J^P=1^+$或1^-：这时ω为轴矢量或矢量介子，具有极化矢量$\boldsymbol{\varepsilon}$．由于衰变振幅必须是具有转动不变性的标量函数，最简单的假定为

$$M_{fi}\propto\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{K}. \tag{4.184}$$

这里$\mathbf{K}$是由$\mathbf{p}_i$和E_i构成的矢量或轴矢量．由于在空间反射下

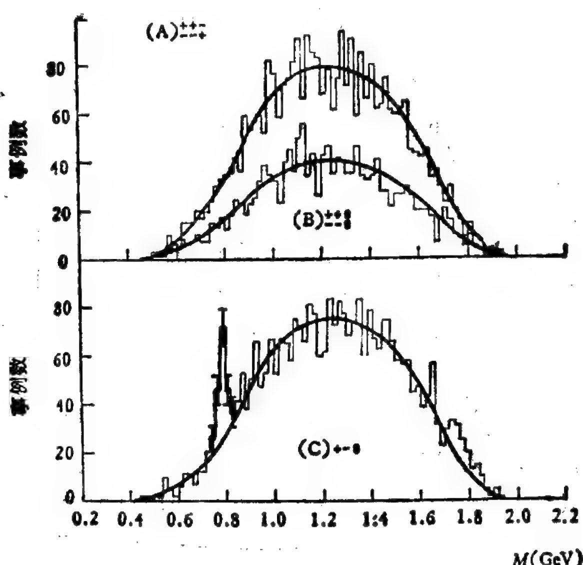


图 4.25 $\bar{P}+P\longrightarrow 2\pi^{+}+2\pi^{-}+\pi^{0}$ 反应中的 3π 不变质量谱

$\boldsymbol{\varepsilon}$ 不变号，为轴矢量，所以当 $\mathbf{K}$ 为矢量时，在空间反射下，

$$\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{K}\rightarrow-\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{K},$$

这时 ω 介子的宇称为

$$\pi_{\omega}=\pi_{\pi}^{3}(-1)=+1;$$

因而 $\mathbf{K}$ 为矢量时对应 ω 介子的 $J^{P}=1^{+}$. 当 $\mathbf{K}$ 为轴矢量时，在空间反射下，

$$\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{K}\rightarrow\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{K},$$

这时 ω 介子的宇称为

$$\pi_{\omega}=\pi_{\pi}^{3}(+1)=-1;$$

因而 $\mathbf{K}$ 为轴矢量时对应 ω 介子的 $J^{P}=1^{-}$.

满足任意两 π 介子交换下反对称性要求的，由 $\mathbf{p}_i$ 和 E_i 构成的矢量和轴矢量 $\mathbf{K}$ 的可能形式为

矢量：$\mathbf{K}=(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2)E_3+(\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_3)E_1+(\mathbf{p}_3-\mathbf{p}_1)E_2$, (4.185)

轴矢量：$\mathbf{K}=\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_2\times\mathbf{p}_3+\mathbf{p}_3\times\mathbf{p}_1=3\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2$. (4.186)

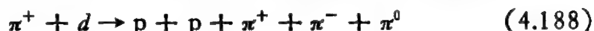
利用能量、动量守恒关系式 $E_1+E_2+E_3=m_\omega$，$\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_3=0$，(4.185) 式可写为

$$\begin{aligned}\mathbf{K}&=\mathbf{p}_1(m_\omega-3E_2)-\mathbf{p}_2(m_\omega-3E_1)\\&=\mathbf{p}_2(m_\omega-3E_3)-\mathbf{p}_3(m_\omega-3E_2)\\&=\mathbf{p}_3(m_\omega-3E_1)-\mathbf{p}_1(m_\omega-3E_3).\end{aligned}\tag{4.187}$$

可以看出，当 $\mathbf{p}_1=\mathbf{p}_2=\mathbf{p}_3$，$E_1=E_2=E_3$ 时，$\mathbf{K}=0$，因此 $|M_{fi}|^2$ 在达里兹图中间区域的分布出现空缺（见图 4.26 *b*）。这和实验结果也是矛盾的，所以 ω 介子的 J^P 也不可能是 1^+。

图 4.26 *c* 给出了当 K 为(4.186) 式给出的轴矢量形式时，对应的 $|M_{fi}|^2$ 在达里兹图上的分布情况，和图 4.27 给出的实验结果是完全相同的。这样我们就通过理论分析和实验结果的比较，定下了 ω 介子的自旋和宇称为 $J^P=1^-$，属于矢量介子。

3. $\eta(549)$ 介子。前面提过，η 介子是 1961 年在反应



$$\pi^++d\to p+p+\pi^++\pi^-+\pi^0 \tag{4.188}$$

中伴随着 ω 介子在一起被发现的。实验给出的 3π 不变质量谱如图 4.28 所示，其峰值质量是 548.8 MeV，宽度小于 1MeV。产生 η 的反应道是通过下面的步骤进行的



$$\pi^++d\to p+p+\eta,\quad \eta\to\pi^++\pi^-+\pi^0. \tag{4.189}$$

由于实验上只看到中性的 η 介子，所以它的同位旋 $I=0$。

实验上量得 $\eta\to\pi^+\pi^-\pi^0$ 的衰变分支比为 25% 左右。此外还发现了它的一些其它衰变模式

$$\begin{aligned}&\eta\to2\gamma &&39\%,\\&\eta\to3\pi^0 &&31\%,\\&\eta\to\pi^+\pi^-\gamma &&5\%\text{等}.\end{aligned}$$

因此 η 不可能是通过强作用衰变的，而是通过电磁作用衰变的。所以我们就不可能用与 ω 介子相同的方法来讨论它的自旋和宇称。

实验上给出 η 介子衰变的达里兹图密度分布是均匀的，这就使我们相信，它的自旋 $J=0$。同时 $\eta\to2\gamma$ 的衰变也说明 $J\neq1$，

因为我们知道 $J=1$ 的态不能衰变成两个 γ 光子．衰变末态的轨道角动量为 0 就意味着：$\pi_\eta=(\pi_\pi)^3=-1$．因此 η 介子是一

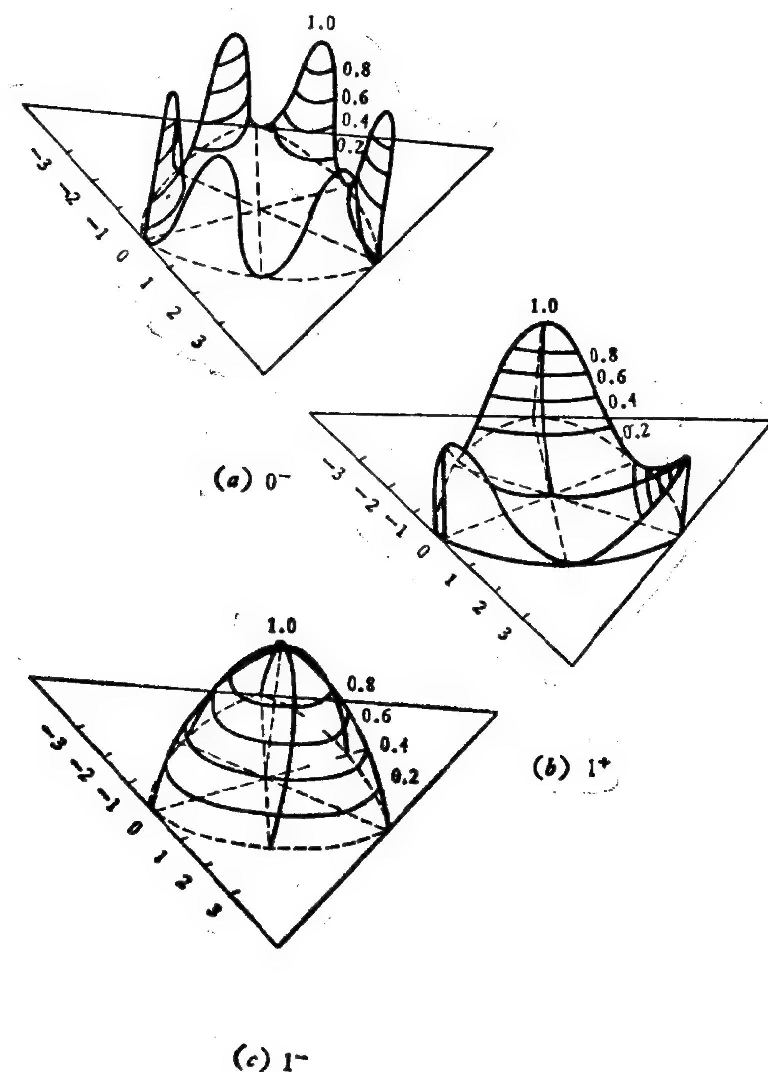


图 4.26　对不同的 J^P 值，ω 衰变在达里兹图上的几率分布

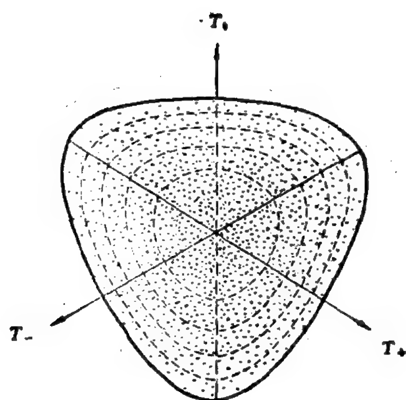


图 4.27 实验给出的ω衰变的达里兹图

个 $J^P = 0^-$ 的赝标量介子，和 π，K 等介子属于一个家族，如图 4.11 所示。

4. φ(1020) 介子. φ 介子是 1963 年在研究反应

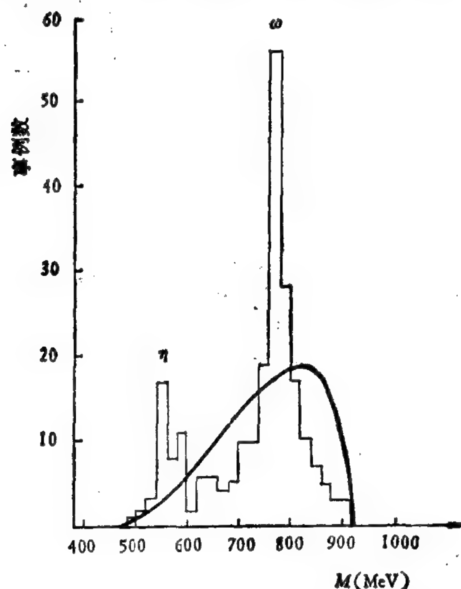


图 4.28 $\pi^+d \longrightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^0$ 反应中的 3π 不变质量谱

$$K^- + p \to \Lambda + K^+ + K^- \tag{4.190}$$
$$\to \Lambda + K^0 + \bar{K}^0$$

中 $K\bar{K}$ 系统的不变质量谱时发现的．没有找到它的荷电态，它属于 $I=0$ 的同位旋单态．

实验上测量衰变

$$\phi \to K^+ + K^- \tag{4.191}$$

中末态 K 介子的角分布，确定其自旋为 1．再由宇称守恒，确定了它的宇称为

$$\pi_\phi = \pi_K^2(-1) = -1; \tag{4.192}$$

因而 ϕ 介子是一个 $J^P = 1^-$ 的矢量介子．

（二）$S = \pm 1$ 的奇异介子共振态

质量为 892MeV 的 K^* 是最早确认的 $S = \pm 1$ 的介子共振态．K^* 首先是在反应

$$K^- + p \to K^- + \pi^0 + p \tag{4.193}$$
$$K^- + p \to \bar{K}^0 + \pi^- + p \tag{4.194}$$

中发现的．反应机制可写为

$$K^- + p \to K^{*-} + p \tag{4.195}$$
$$K^{*-} \to K^- + \pi^0$$
$$K^{*-} \to \bar{K}^0 + \pi^-.$$

1964 年沃杰塞斯基（S. G. Wojcicki）测得该反应的达里兹图，如图 4.29 所示．由图上明显地看出约为 900MeV 的 $\bar{K}^0\pi^-$ 共振态的存在．

K^* 共振态还出现在别的一些反应中，诸如

$$\pi^- + p \to \Lambda + K^{*0} \tag{4.196}$$
$$K^{*0} \to K + \pi,$$
$$\pi^- + p \to \Sigma^0 + K^{*0} \tag{4.197}$$
$$K^{*0} \to K + \pi,$$
$$\pi^- + p \to \Sigma^\mp + K^{*\pm} \tag{4.198}$$
$$K^{*\pm} \to K + \pi,$$

实验确定了 K^* 为 $J^P = 1^-$ 的矢量介子．

用和讨论 Ξ^* 同位旋相似的方法，可以通过理论预言的衰变分支比和实验结果比较，来确定 K^* 的同位旋. 结果给出 K^* 的同位旋为 $I=\frac{1}{2}$. 其中 K^{*+} 和 K^{*0} 是一组同位旋二重态，$\bar{K}^{*0}$ 和 K^{*-} 是另一组二重态.

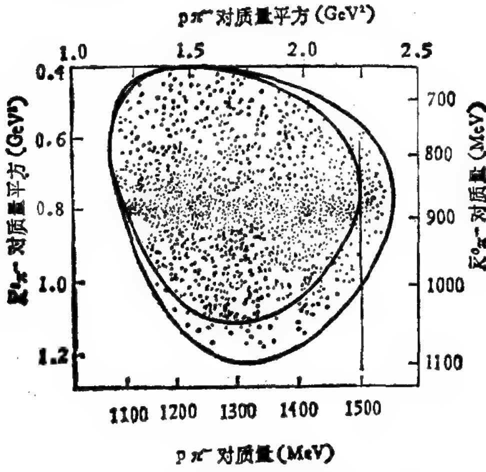


图 4.29 $K^-p\longrightarrow\bar{K}^0\pi^-p$ 反应的达里兹图，入射 K^- 动量 $P_{K^-}<1.55\text{GeV}/c$. 封闭回路是 $P_{K^-}=1.45$ 和 $1.55\text{GeV}/c$ 时运动学允许的达里兹边界

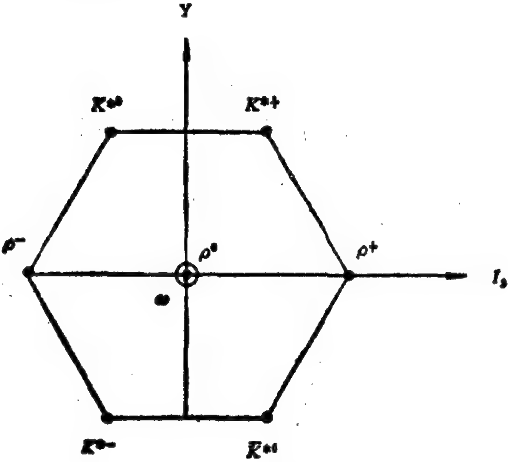


图 4.30 $J^P=1^-$ 的矢量介子八重态和单态

K^* 和 ρ, ω, ϕ 都是 $J^P = 1^-$ 的矢量介子，在强子结构 $SU(3)$ 理论中，将它们归于另一个八重态和单态（图 4.30）.

在本章中我们系统地介绍了各类强子（介子和重子）的基本性质，对整个强子家族有了一个总的概貌性的了解. 所有强子都参与强相互作用，它们遵守最多种守恒定律，除了普遍遵守的能量、动量、角动量、电荷、轻子数、重子数守恒定律外，强作用还遵守空间反射、时间反演、奇异数、同位旋、C 变换、G 变换等守恒定律. 我们也讨论了如何确定粒子的基本量子数，如自旋、宇称、奇异数、同位旋等，给出了一些唯象分析的基本思想和方法. 这些方法对于设计粒子物理实验，确认和鉴别各种粒子都是非常有用的. 从现象上看，强子数目繁多，但透过现象进行仔细的研究之后发现，一些强子之间有着本质上的联系，可以按照它们的自旋和宇称把各种介子和重子进行分类，填入各类超多重态中. 这种有规则的分类暗示我们，强子并不是物质结构的基本单元，它们还有内部结构. 强子结构的 $SU(3)$ 理论正是在此基础上提出的，并得到了进一步的发展. 在第六章我们将详细地讨论这方面的问题.

习　　题

1. 在用氘核俘获低能 π 介子的反应确定 π^- 介子的本征宇称时，一般假定中子、质子的本征宇称为 +1. 如果假定质子和中子的本征宇称分别为

(a)　　$\pi_n = +1, \quad \pi_p = -1.$

(b)　　$\pi_n = -1, \quad \pi_p = +1.$

(c)　　$\pi_n = -1, \quad \pi_p = -1.$

那么，π^- 的本征宇称将如何?

2. 证明两个 π^0 介子构成的系统 (π^0, π^0) 只能处于偶宇称态.

3. 写出两核子体系在轨道角动量 $l = 1$ 时的各可能状态:

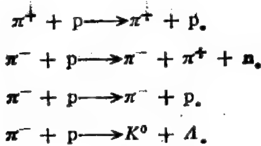
(a) 用同位旋分类.

(b) 认为质子和中子是可区分的.

4. πN 体系可能的同位旋值有哪些? 质子和 π^+ 体系的同位旋值为何?

5. 写出 2π 体系可能的同位旋状态.

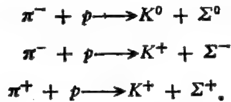
6. 下列反应中，总同位旋 I 只可能为哪些值?



$$\pi^+ + p \longrightarrow \pi^+ + p.$$
$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + \pi^+ + n.$$
$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + p.$$
$$\pi^- + p \longrightarrow K^0 + \Lambda.$$

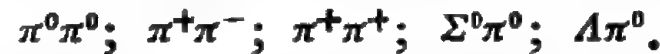
7．利用上题的结果证明：$\sigma_{1/2} = \frac{3}{2}\sigma_{总}^{-} - \frac{1}{2}\sigma_{总}^{+}$，其中$\sigma_{总}^{-}$和$\sigma_{总}^{+}$分别为$\pi^-p$和$\pi^+p$反应总截面，$\sigma_{1/2}$是$I = \frac{1}{2}$的$\pi^-p$作用截面．

8．在假定某一同位旋态占优势的条件下，给出下列反应的总截面之间的关系：



$$\pi^- + p \longrightarrow K^0 + \Sigma^0$$
$$\pi^- + p \longrightarrow K^+ + \Sigma^-$$
$$\pi^+ + p \longrightarrow K^+ + \Sigma^+.$$

9．在下列各组粒子中，哪些不能处在$I = 1$的状态，为什么？



$$\pi^0\pi^0;\ \pi^+\pi^-;\ \pi^+\pi^+;\ \Sigma^0\pi^0;\ \Lambda\pi^0.$$

10．证明在空间部分为对称的几种两π态中，同位旋不变性并不要求这些态上两π之间的相互作用一定相同．

11．实验给出$\frac{R(K^0 \longrightarrow \pi^+\pi^-)}{R(K^0 \longrightarrow \pi^0\pi^0)} \simeq 2$，试证：这个结果表明，在$K^0 \longrightarrow 2\pi$衰变中，末态$2\pi$主要处在$I = 0$状态，类似地可以讨论：

$$\frac{R(\Lambda \longrightarrow p\pi^-)}{R(\Lambda \longrightarrow n\pi^0)} \simeq 2.$$

12．证明：3π系统$I = 0$的同位旋波函数对任何两个π介子的交换是反对称的．

13．确定短寿命($\sim 10^{-23}$秒)共振态存在有哪些方法？试简要说明其原理．

参 考 文 献

[1] E. Fermi, Lecture on Pions and Nucleons, *Nuovo Cimento, Suppl.*, **11**, 17 (1955).

[2] R. G. Moorhouse, Pion-Nucleon Interaction, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **19**, 301 (1969).

[3] R. D. Tripp, Spin and Parity Determination of Elementary Particles, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **15**, 325 (1965).

[4] R. H. Dality, Strange Particle Resonant States, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*,

13, 339 (1963).
[5] Gell-mann et al, Hyperons and Heavy Mesons (Systematics and Decay), *Ann. Rev. Nucl. Sci*, **7**, 407 (1957).
[6] I. Butterworth, Boson Resonances, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **19**, 179 (1969).
[7] De Franceschi, et al, The η and η' Particles in the Pseudoscalar Nonet, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **21**, 1 (1971).
[8] G. Salvini, The η Particle. *Rev. Nuovo Cimento*, **1**, 57 (1969).
[9] R. J. Glauber, High Energy Collision Theory, Lectures in Theor. Phys. V. 1. Interscience, New York (1959).
[10] H. Yukawa, Interaction of Elementary Particles, *Proc. Phys. Math. Soc. of Japan*, **17**, 48 (1935).
[11] U. Amaldi, Diffraction of Matter Waves, *Ann. Rev. Nucl. Science*, **26**, 385 (1976).
[12] 强相互作用粒子，现代物理学参考资料，第5集，科学出版社，11—35(1980).
[13] 李云山，王孝良，从(3,3)共振到一系列共振态的发现，高能物理，**3**,13—16 (1978)
[14] 张长春，奇异粒子，高能物理，**4**，16(1978).

第五章 对 称 性

对称性在粒子物理研究中之所以占有非常重要的地位，原因之一，正如威格纳 (E. P. Wigner) 所指出的，是由于我们还没有满意的理论来描写粒子间的相互作用．在我们对相互作用动力学机制缺乏了解的情况下，通过对称性的研究也能获得很多有关相互作用的重要认识．例如，我们还不清楚强相互作用哈密顿量的确切形式，没有成功的理论定量地计算强相互作用过程中的一些量，但根据实验事实，我们知道强相互作用遵守多种守恒定律，诸如：能量、动量、角动量、电荷、重子数、轻子数、奇异量子数、宇称、同位旋、G宇称、电荷共轭、时间反演等守恒定律．从理论上说，这些守恒定律都是相互作用哈密顿量具有相应的对称性的表现．或者说这些守恒定律的存在，对选择强相互作用哈密顿量的具体形式，给以各种相应的限制，这就使我们对强相互作用哈密顿量有了某种程度的了解．根据这些了解我们就可以对相互作用过程的一些量(如截面关系、分支比等)作出某种预言或结论，然后与实验结果进行比较．在有些情况下，虽然已经有了很好的动力学理论，但用之计算一些具体问题却很复杂，而利用对称性理论则可以很简捷地算出同样结果．例如，对电子-电子散射可用量子电动力学精确处理，但要了解两个电子极化方向相同或相反时的两微分截面是否相等，需要比较复杂的计算．如果我们注意到该理论在空间旋转和两个电子交换下具有不变性，则可立即得出上述两微分截面相等的结论．对于强子系统内部存在的一些对称性，例如强作用的电荷无关性 $SU(2)$ 理论，及超多重态 $SU(3)$ 对称性的研究，使我们对强子分类和强子结构有所认识，这样才能更深层次地揭露物质结构的奥密．

在粒子物理学中有些对称性是很完善的，与之对应的守恒定

律在各种相互作用中都严格成立. 而另一些对称性是不完善的，或称之为破缺的，和它们对应的守恒定律在一些相互作用中并不守恒. 例如在弱作用中宇称不守恒. 检验一个对称性完善或破缺的标准只能是实验事实，任何主观想象和直观感觉都是靠不住的.

§5.1 对称性和守恒定律

前面各章分别介绍了很多守恒定律，这些守恒定律是根据经典物理和量子物理中大量实验事实总结出来的经验规律. 在粒子物理领域内这些守恒定律大部分仍然是正确的，但也有一部分并不总是正确. 有些守恒定律在强作用中虽然正确，但在弱作用中，甚至在电磁作用中，就受到破坏. 人们一直在探索为什么自然界中存在着这些守恒定律，为什么在一些作用中它们又不一定正确，为了解决这些问题，人们必须对自然界运动规律的本质有进一步的理解. 经过长期的研究，人们认识到守恒定律和对称性之间具有密切联系，守恒定律是自然界存在某种对称性的表现. 用理论上的话来说，如果系统的哈密顿量具有某种对称性，或运动方程具有某种变换下的不变性，则将导致某种守恒定律. 实际上所谓的不变性或对称性的根源在于自然界中存在着的某些不可测量性，或不可分辨性. 例如：空间没有绝对原点，我们可以选空间的任何点作原点，对此，物理定律的形式都是一样的，换句话说，空间的绝对位置是不可测量的. 空间的这种对称性导致动量守恒定律. 再如，在强作用中，质子和中子的不可分辨性，则导致同位旋守恒定律.

表 5.1 给出了各种不可测量性或不可分辨性所引起的各种对称性，以及由此导致的各种守恒定律及其所适用的范围.

对称性和守恒定律之间的关系在经典力学中就曾进行过普遍的讨论，得出诺特 (Noether)定理. 如果运动规律在某种变换下具有不变性，则必然存在着一种对应的守恒定律. 这一定理对于量子理论同样是适用的. 下面我们从经典力学和量子力学两个方面

表 5.1　自然界存在的一些对称性

不可测量性	不变性	守恒量	适用范围
空间绝对位置	空间平移	动量 (**p**)	完　全
绝对时间	时间平移	能量 (E)	完　全
空间绝对方向	空间转动	角动量 (**J**)	完　全
带电和中性粒子间的相对相角	电荷规范变换	电荷 (Q)	完　全
重子和其它粒子间的相对相角	重子数规范变换	重子数 (B)	完　全
e^- 及 ν_e 和其它粒子间的相对相角	电子数规范变换	电子轻子数 (L_e)	完　全
μ^- 及 ν_μ 和其它粒子间的相对相角	μ 子数规范变换	μ 子轻子数 (L_μ)	完　全
左右的不可分辨性	空间反演 (P)	宇称 (π)	弱作用中被破坏
同位旋多重态成员在强作用中的不可分辨性	同位旋空间旋转	同位旋 (I, I_3)	强作用中适用，I_3 在电磁作用中也适用
π^+,π^0,π^- 等在强作用中的不可分辨性	G 共轭变换	G 宇称 (G)	强作用中适用
时间流动方向的不可区分性	时间反演 (T)		弱作用中部分破坏
正反粒子的不可区分性	电荷共轭 (C)	C 宇称 (C)	弱作用中部分破坏

讨论这个问题.

5.1.1　经典力学中的对称性

空间的均匀性，即空间没有绝对原点，我们可以选任一点为坐标系原点，而运动方程式的形式不变，这叫空间的平移不变性. 那么，怎样由空间平移不变性导出动量守恒定律呢？为此，我们考虑由两个粒子组成的孤立系统. 两个粒子的坐标分别是 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$，它们的相互作用势能是两粒子坐标的函数

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2).$$

空间平移不变性要求势能仅为两粒子坐标之差的函数，即

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \tag{5.1}$$

只有这样才能保持在坐标平移变换

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{a} \tag{5.2}$$

下，势能函数的形式不变. 因为在平移变换下有

$$V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = V(\mathbf{r}_1' - \mathbf{a} - \mathbf{r}_2' + \mathbf{a}) = V(\mathbf{r}_1' - \mathbf{r}_2'). \tag{5.3}$$

例如，在原则上势能可以为

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2,$$

或

$$V'(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2),$$

等形式，但不能为类似 $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$ 等形式，否则就不能保持空间平移不变性.

如果势能的形式符合空间平移不变性的要求，$V = V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$，就可以自然地导出动量守恒定律. 因为，这时作用在两个粒子上的力分别为

$$\mathbf{F}_1 = -\nabla_{\mathbf{r}_1} V, \ \mathbf{F}_2 = -\nabla_{\mathbf{r}_2} V. \tag{5.4}$$

由 (5.1) 式可见

$$\mathbf{F}_1 = -\nabla_{\mathbf{r}_1} V = -\nabla_{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2} V, \tag{5.5}$$

$$\mathbf{F}_2 = -\nabla_{\mathbf{r}_2} V = \nabla_{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2} V = -\mathbf{F}_1. \tag{5.6}$$

所以作用到两粒子系统上的总力为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = 0. \tag{5.7}$$

令 $\mathbf{P}$ 为两粒子系统的总动量，由牛顿第二定律得到，对孤立的两粒子体系有

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F} = 0; \tag{5.8}$$

即系统的总动量守恒，

$$\mathbf{P} = \text{常量}. \tag{5.9}$$

通过这个例子可以看到，根据空间绝对位置的不可测量性，引起位置坐标系统移动时位能的不变性 (5.3)，最后导致动量守恒定律 (5.9). 这种联系是有一般性的，对孤立的多粒子体系，可得同样

的结果．对其它不可测量性，也有类似的情况．

用体系的广义坐标 q 和拉氏量

$$\mathbf{L}=\mathbf{L}(q_i, \dot{q}_i, t), \tag{5.10}$$

描写一个体系时，可以更方便地说明对称性和守恒定律之间的普遍联系．拉氏量中的 q_i, $\dot{q}_i$ 为体系第 i 个自由度的广义坐标和广义速度，t 为时间．

系统的拉氏方程为

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial q_i}=0. \tag{5.11}$$

如果空间是均匀的，则 L 不依赖于空间位置坐标 q_i，此时

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial q_i}=0. \tag{5.12}$$

因此拉氏方程(5.11)变为

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_i}\right)=0; \tag{5.13}$$

即

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_i}=\text{常数}. \tag{5.14}$$

而此时 $\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_i}$ 是体系第 i 个自由度的广义动量 $\mathbf{P}_i$, $\mathbf{P}_i=$ 常数，即总动量守恒．

在选广义坐标 q_i 为角度时，广义动量 $\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_i}$ 相当于体系的角动量．因此，空间的各向同性，即空间绝对方向的不可测量性，引起空间转动不变性，从而得到总角动量守恒定律．

最后，在考虑到没有时间的绝对原点，即时间也具有均匀性时，则拉氏量与时间无关

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t}=0. \tag{5.15}$$

但已知

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t}=-\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \tag{5.16}$$

即此时哈密顿量 **H** 不随时间变化，而H是系统的总能量，故由时间的均匀性导致了系统的总能量守恒.

以上扼要地说明了如何利用拉氏量 **L**,从空间的均匀性,空间各向同性和时间均匀性等连续的时空对称性，导出相应的总动量守恒,总角动量守恒和总能量守恒定律.

5.1.2 量子力学中的对称性

量子力学中体系的状态由波函数 $\psi(\mathbf{X}, t)$描写. $\psi(\mathbf{X}, t)$满足薛定谔方程式

$$\hat{H}\psi = i\frac{\partial}{\partial t}\psi. \tag{5.17}$$

H为哈密顿算符. 其复数共轭方程为

$$\hat{H}\psi^* = -i\frac{\partial}{\partial t}\psi^*. \tag{5.18}$$

量子力学中的任何力学量的平均值 $\bar{F}(t)$,是由 t 时刻算符 $\hat{F}$ 在状态 $\psi(\mathbf{X}, t)$ 中的期待值给出的,即

$$\hat{F}(t) = \int\psi^*(\mathbf{X}, t)\hat{F}(t)\psi(\mathbf{X}, t)d^3x. \tag{5.19}$$

对(5.19)式进行时间微分,并利用(5.17)和(5.18)式,有

$$\begin{aligned}i\frac{d}{dt}\hat{F}(t) = &\int\psi^*(\mathbf{X}, t)(\hat{F}\hat{H} - \hat{H}\hat{F})\psi(\mathbf{X}, t)d^3x + i\int\psi^*(\mathbf{X}, t)\\ &\times\frac{\partial\hat{F}}{\partial t}\psi(\mathbf{X}, t)d^3x = \int\psi^*(\mathbf{X}, t)[\hat{F}, \hat{H}]\psi(\mathbf{X}, t)d^3x\\ &+ i\int\psi^*(\mathbf{X}, t)\frac{\partial\hat{F}}{\partial t}\psi(\mathbf{X}, t)d^3x.\end{aligned} \tag{5.20}$$

这里

$$[\hat{F}, \hat{H}] = \hat{F}\hat{H} - \hat{H}\hat{F}, \tag{5.21}$$

称为 $\hat{F}$ 和 $\hat{H}$ 的对易子. 如果算符 $\hat{F}$ 不显含时间 t, 即

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{F}(t) = 0, \tag{5.22}$$

则有

$$i\frac{d}{dt}\hat{F} = \int\psi^*(\mathbf{X},t)[\hat{F}\cdot\hat{H}]\psi(\mathbf{X},t)d^3x. \tag{5.23}$$

这就是说只有在算符 $\hat{F}$ 与 $\hat{H}$ 可对易，即 $[\hat{F},\hat{H}]=0$ 时，不显含 t 的算符 $\hat{F}$ 所对应的力学量才是运动积分，$\hat{F}$ 的平均值才是守恒量. 可以证明，此时，力学量 $\hat{F}$ 的观测值的几率分布，也不随时间改变.

从另一方面看，对称不变量也可以这样描写：如果对量子系统的波函数进行一个变换，以算符 $\hat{O}$ 表示

$$\psi'(\mathbf{X},t)=\hat{O}\psi(\mathbf{X},t); \tag{5.24}$$

如果量子系统的运动规律不改变，即 $\hat{O}\psi(\mathbf{X},t)$ 仍满足薛定谔方程式 (5.17)，

$$\hat{H}[\hat{O}\psi(\mathbf{X},t)]=i\frac{\partial}{\partial t}[\hat{O}\psi(\mathbf{X},t)]; \tag{5.25}$$

这时波函数如果有

$$\int\psi'^*\psi'd^3x=\int(\hat{O}\psi)^*(\hat{O}\psi)d^3x=\int\psi^*\hat{O}^+\hat{O}\psi d^3x;=\int\psi^*\psi d^3x;$$

那么变换算符 $\hat{O}$ 必须是么正的

$$\hat{O}^+\hat{O}=\hat{O}\hat{O}^+=1. \tag{5.26}$$

由 (4.25) 式可得

$$\hat{O}^{-1}H\hat{O}\psi=i\frac{\partial}{\partial t}\psi.$$

这里我们认为 $\hat{O}$ 和时间无关，$\hat{O}^{-1}$ 是 $\hat{O}$ 的逆算子. 和 (5.17) 式相比较得出

$$\hat{H}=\hat{O}^{-1}\hat{H}\hat{O}=\hat{O}^+\hat{H}\hat{O}.$$

故有

$$[\hat{O},\hat{H}]=0\quad, \tag{5.27}$$

即变换算符 $\hat{O}$ 和系统的哈密顿算符可对易时，$\hat{O}$ 变换具有不变性.

(5.27) 和 (5.23) 式同样好地描写了量子系统的不变性. 需要注意的是，算符 $\hat{F}$ 代表一个可观测的物理量，它的期待值(因而它的本征值)必须是实的，所以算符 $\hat{F}$ 应是厄米的，即

$$\hat{F}^+=\hat{F}, \tag{5.28}$$

而变换算符 $\hat{U}$ 是么正的，一般情况下并不是厄米的，并且没有可观测量与之相对应. 但是对于某些不连续的变换（或称为分立变换，例如空间反射等），变换算符 $\hat{U}$ 可以同时满足么正和厄米条件. 这是因为分立变换通常满足下面的关系

$$\hat{U}^2 = 1. \tag{5.29}$$

由 (5.26) 和 (5.28) 式可以看出，这时 $\hat{U}$ 既是么正的，又是厄米的. 所以在分立变换下 $\hat{U}$ 就代表一个可观测的物理量.

除了不连续变换外，自然界中还有另一类连续变换. 这时 $\hat{U}$ 虽然一般不是厄米的，不能代表一个可观测量. 但是可以证明一定存在一个和 $\hat{U}$ 相应的并且满足对易关系的厄米算符 $\hat{F}$，$\hat{F}$ 算符代表可观测的物理量. 这是因为在连续变换时，$\hat{U}$ 算符通常可以写成

$$\hat{U} = e^{i\varepsilon\hat{F}}; \tag{5.30}$$

这里 ε 是实数，$\hat{F}$ 称为 $\hat{U}$ 的生成元. 该指数变换算符对波函数的作用由下式定义

$$\hat{U}\psi = e^{i\varepsilon\hat{F}}\psi = \left[1 + i\varepsilon\hat{F} + \frac{(i\varepsilon\hat{F})^2}{2!} + \cdots\right]\psi.$$

由么正性条件 (5.26) 式可以证明算符 $\hat{F}$ 是厄米的，
即

$$\hat{F}^+ = \hat{F}. \tag{5.31}$$

一个有限的连续变换可以看成是无穷多个无穷小变换的乘积，因此无穷小变换可以给出与原来连续变换同样的物理特征. 在无穷小变换下

$$\hat{U} = e^{i\varepsilon\hat{F}} \xrightarrow{\varepsilon\ll 1} 1 + i\varepsilon\hat{F}, \tag{5.32}$$

代入 (5.27) 式有

$$[(1 + i\varepsilon\hat{F}), \hat{H}] = (1 + i\varepsilon\hat{F})\hat{H} - \hat{H}(1 + i\varepsilon\hat{F});$$

即有

$$[\hat{F}, \hat{H}] = 0.$$

该式和 (5.27) 式相同，这样就证明了 $\hat{U}$ 的生成元 $\hat{F}$ 是一个守恒的厄米算符，所代表的可观测物理量是一个守恒量.

5.1.3 对称性和群

群论是十九世纪初首先由数学家发展起来的. 开始它在物理学中没有什么重要应用. 1925 年以后,随着近代量子力学的产生和发展,人们逐渐认识到群论在物理学中的重要意义. 现在群论已经成为很多物理和化学分支中必不可少的理论工具.

人们在对物质结构的研究中,很早就注意到了对称性研究的重要性. 这种对称性通常表现为物质体系在某些对称操作下的不变性,这些对称操作的集合就形成了群. 因此,只有对群论有深刻了解,才能真正领会对称性的实质和一些物理现象之间的内在联系.

群论的研究和应用,对粒子物理的发展已经起到了并且继续起着重要的作用. 例如,李群 $SU(2)$ 理论很好地描写了角动量守恒和同位旋守恒所反映的对称性. $U(1)$ 群很好地描写了电荷、轻子数、重子数、奇异数等相加性量子数的守恒定律和它们所反映的规范变换不变性. 由此我们也可以看到,对称性质类同而物理实质完全不同的概念,可以利用群论进行统一的数学描写,给理解和处理这些问题带来了方便. 1962 年盖尔曼 (M. Gell-Mann) 等人把描写同位旋守恒的 $SU(2)$ 群和描写奇异数守恒的 $U(1)$ 群扩充为 $SU(3)$ 群,用来描写强相互作用的对称性,给出了强子结构的夸克模型,所预言的强相互作用和强子结构的很多性质都和实验事实相符合,取得了很大的成功. 1974 年以来,随着 J/ψ 粒子、Υ 粒子的发现,说明强作用中应该有更大的对称群 $SU(4)$, $SU(5)$ 等. 用 $SU(2)\otimes U(1)$ 群来描写弱电统一的格拉肖-温伯格-萨拉姆 (Glashow-S. Weinberg-A. Salam) 理论得到实验结果的支持,为对各种相互作用进行统一的描写,开辟了一条可依循的途径. 目前很多理论物理学家正在试图用更大的群对强相互作用、电磁相互作用和弱相互作用进行统一的描写,称为大统一理论 (GUT). 在这方面 $SU(5)$ 和 $SO(10)$ 群是讨论得最多的,并且,已经取得了一些初步结果.

有关群论知识系统的讲解可在一些专门著作中找到. 本书附录D中附有简要介绍,这里只提一下群的基本概念.

前面讲过所谓对称性是指系统在某种变换下具有不变性的性质. 我们知道对称变换具有一个特点,对一定方式的连续两次变换可以和同样方式的另一次变换相当. 例如,在对称空间中,连续作两次空间平移变换

$$x' = x + a, \qquad (5.33)$$
$$x'' = x' + b;$$

和一次空间平移变换

$$x'' = x + (a + b) \qquad (5.34)$$

的效果一样. 相似的,绕一定轴(例如Z轴)分别转θ_1和θ_2角度的连续两次变换,相当于一次转$\theta_1 + \theta_2$角度的转动. 对三维空间中的平移和转动变换,也都有同样的特点. 绕x轴转一角度θ_1后,再绕y轴转一角度θ_2,其结果和绕另一适当的轴,转动某一角度θ(不等于$\theta_1 + \theta_2$)相同. 因此三维空间的转动变换,也属于对称变换.

对称变换的这种特点符合群的定义. 在群论中,定义群为一组元素的集合

$$G = \{g_0, g_1, g_2 \cdots g_i \cdots\}, \qquad (5.35)$$

其中任意两个元素g_i和g_k的乘积$g_i g_k$,也应是此群中的元素. 对称变换的特点符合这种要求,因而可以用群的理论和方法处理对称变换的问题.

不符合这个性质的变换不能构成群. 例如: 沿不同方向的两次洛伦兹增大 (Boost) 并不相当于另一次洛伦兹增大,而是相当于一次洛伦兹增大加上一个转动. 包括增大和转动在一起,组成洛伦兹群. 单纯的洛伦兹增大不形成群.

群的定义还包括其它内容: 群的任意元素的乘积符合结合律,$g_i \cdot (g_j \cdot g_k) = (g_i \cdot g_j) \cdot g_k$; 群$G$中含有一个单位元素$g_0$,对$G$中任何元素$g_i$都有: $g_0 \cdot g_i = g_i \cdot g_0 = g_i$; 对$G$中任一元素$g_i$,总存在着它的逆元素$g_i^{-1}$,有: $g_i^{-1} g_i = g_i g_i^{-1} = g_0$. 例如: 对

z 轴转动形成的群中，转动 θ 角的逆元素为转动 $-\theta$ 角，其单位元素为不转动.

群中有阿贝尔群和非阿贝尔群两类. 两次变换的结果和两次变换的顺序无关的群，称为阿贝尔群或交换群. 否则称为非交换群，或非阿贝尔群. 例如：将平移变换 (5.33) 的顺序改变一下

$$x_1 = x + b, \qquad (5.36)$$
$$x_2 = x_1 + a;$$

与 (5.33) 式相比较有

$$x_2 = x + (a + b) = x''; \qquad (5.37)$$

即平移变换的结果与其顺序无关. 三维空间平移群，时间平移群和定轴转动群都属于阿贝尔群.

量子力学中的动量算符 $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$ 称为空间平移变换的生成元，决定空间平移群. 定义两生成元 $\hat{p}_x, \hat{p}_y$ 的对易子为

$$[\hat{p}_x, \hat{p}_y] = \hat{p}_x\hat{p}_y - \hat{p}_y\hat{p}_x. \qquad (5.38)$$

因为空间平移群是交换群，其生成元也是对易的，因而有

$$[\hat{p}_x, \hat{p}_y] = [\hat{p}_y, \hat{p}_z] = [\hat{p}_z, \hat{p}_x] = 0. \qquad (5.39)$$

三维空间中绕不同轴的两次转动是不可对易的，因而三维空间的转动群 $SO(3)$ 属于非阿贝尔群. 在图 5.1 中看到：先绕 z 轴转 90°，然后绕 x 轴转 90° (图 5.1 a)和先绕 x 轴转 90°，然后绕 z 轴转 90° (图 5.1 b) 的结果是完全不同的.

量子力学中角动量是用算符

$$\left.\begin{aligned}
\hat{L}_x &= \frac{\hbar}{i}\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right)\\
\hat{L}_y &= \frac{\hbar}{i}\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right)\\
\hat{L}_z &= \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)
\end{aligned}\right\} \qquad (5.40)$$

表示的，而 $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ 也就是三维空间转动群的生成元. 三维空间转动群是非阿贝尔的，其生成元也不可对易. 可以证明它们遵守对易关系式(令 $\hbar = 1$)：

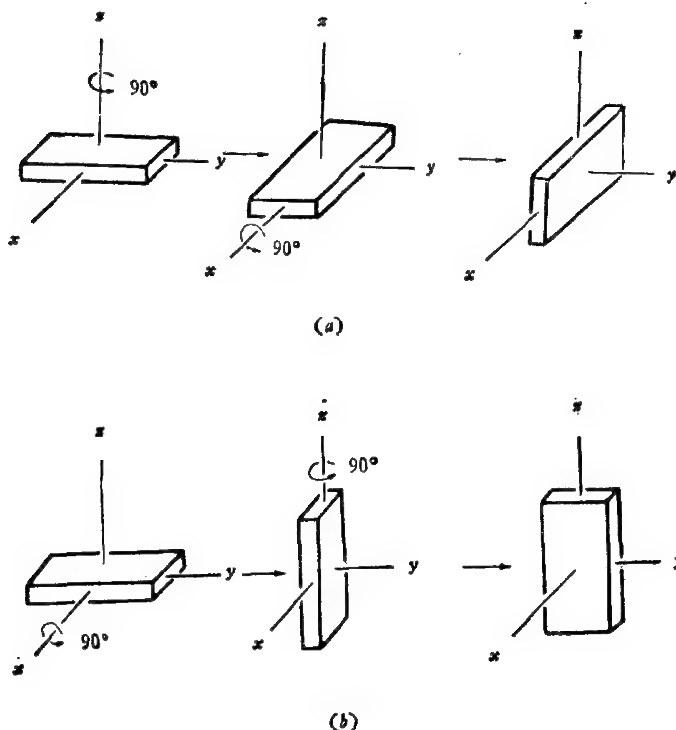


图 5.1　三维转动群是不可对易的

$$\begin{aligned}[\hat{L}_x, \hat{L}_y] &= i\hat{L}_z, \\ [\hat{L}_y, \hat{L}_z] &= i\hat{L}_x, \\ [\hat{L}_z, \hat{L}_x] &= i\hat{L}_y.\end{aligned} \tag{5.41}$$

对易关系决定了群的结构.

一个群的元素，是在一定区间内连续变化的变数的函数时，称为连续群. 例如，定轴转动的变数 θ，在 $0—2\pi$ 之间连续变化；三维平动的变数 x、y、z，在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 之间连续变化，都称为连续群. 一个群的元素可以用分立的符号，例如：g_0，g_1，$g_2\cdots$，标记时，称为分立群.

粒子物理中常用到么正群，所谓么正 (Unitary) 是指其变换算

符 $\hat{U}$ 具有特性

$$\hat{U}^{+}=\hat{U}^{-1} \text{ 或 } \hat{U}^{+}\hat{U}=1. \tag{5.42}$$

其中 $\hat{U}^{+}$ 是 $\hat{U}$ 的厄米共轭算符，即将 U 矩阵的行和列对换，并将每个矩阵元变为其复数共轭值，即

$$(U^{+})_{ij}=U_{ji}^{*}. \tag{5.43}$$

同位旋空间旋转不变性是用二维特殊么正群 $SU(2)$ 描写的. 所谓特殊 (special) 是指变换矩阵 U 的行列式的值等于 1

$$\det U=1. \tag{5.44}$$

量子系统哈密顿量对称变换的集合称为该系统的对称群，它决定了系统的能级和多重态结构，这涉及群的表示理论. 如果群 $G=\{g\cdots\}$ 同态（或同构）于线性空间 R 中的一堆算符所组成的群 $\Gamma=\{\Omega_g\cdots\}$，则 Γ 称为 G 群的一个表示，R 称为 G 群的表示空间. 结果 R 是 n 维空间，则 Γ 称为 G 群的一个 n 维表示. 通常所讲的算符都是指线性算符，此时 Γ 称为 G 的一个线性表示. 我们知道 R 空间中的线性算符 Ω_g 在一个给定的基组中，可以用 n 行 n 列矩阵 $D(g)$ 表示出来.

群的不可约表示的意思是，这种表示不能再约化成其它两种表示的直接和. 用矩阵形式说明时，一个 n 维的不可约表示，其矩阵 $D(g_i)$ 不可能通过任何变换变成以下形式

$$D(g_i)=\begin{array}{c|c|c|l} & (n-m) & m & \\ \hline (n-m) & A(g_i) & 0 & \\ \hline m & 0 & B(g_i) & \end{array}, \tag{5.45}$$

其中，$A(g_i)$ 为 $(n-m)\times(n-m)$ 矩阵，$B(g_i)$ 为 $m\times m$ 矩阵.

$SU(2)$ 群是二维空间的么正么模群. 它的基础表示是二维的，可用于表示核子两重态——质子和中子. 两核子系统可以处于三重态 ($I=1$, $I_3=1, 0, -1$)，也可以处于单态 ($I=0$, $I_3=0$). 用群论的话说，两个 $SU(2)$ 基础表示直乘后，可约化成两个不可

约表示：3 和 1 的直接和．即

$$\underline{2}\otimes\underline{2}=\underline{3}\oplus\underline{1} \tag{5.46}$$

此式右侧两个不可约表示的对称性不同．$I=1$ 是三维对称表示．$I=0$ 是一维反对称表示．分别代表两核子系统的三重态和单态．

同样的，三个 $SU(3)$ 群的基础表示组成的所有不可约表示，也可用群的直乘约化方法得到

$$\underline{3}\otimes\underline{3}\otimes\underline{3}=\underline{10}\oplus\underline{8}\oplus\underline{8}\oplus\underline{1}. \tag{5.47}$$

这里十重态是对称的，单态是反对称的，两个八重态具有不同的混合对称性．

对于 $SU(n)$ 群表示的直乘约化问题就比较复杂了．一般的说，群的两个不可约表示的直乘，给出该群的一个更高维的表示，这个更高维表示大都不再是不可约的，通过约化程序可以给出它包含的所有不可约表示．具体的计算方法有几种，在附录 IV 中我们介绍了一种用杨图进行直乘约化的基本方法．这种方法比较直观，使用起来比较方便．

这一节中我们从原则上介绍了量子力学中的对称性和它的数学处理方法，还没有专门讲具体的对称性和守恒定律的关系问题．在本章后几节中，我们将看到，连续变换下的不变性，可以导致相加性量子数守恒定律．而不连续变换下的不变性，则导致相乘性量子数守恒定律．

§5.2 连续时空对称性

5.2.1 空间平移不变性和动量守恒定律

和经典力学一样，量子力学中空间平移不变性要求：如果两个参考系只相差一个平移变换

$$\mathbf{r}\rightarrow\mathbf{r}'=\mathbf{r}+\mathbf{a}, \tag{5.48}$$

那么这两个参考系在物理上应该是等价的．在空间平移变换下体系的波函数将作如下的变换

$$\psi(\mathbf{r}) \to \psi'(\mathbf{r}') = \hat{U}(\mathbf{a})\psi(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r} - \mathbf{a}). \tag{5.49}$$

这里 $\hat{U}(\mathbf{a})$ 是作用于波函数上的平移对称变换算符. 所有变换 $\hat{U}(\mathbf{a})$ 的全体,形成了空间平移变换群.

为了给出 $\hat{U}(\mathbf{a})$ 的明显形式,先考虑沿 z 方向的一个无穷小变换

$$\begin{aligned} x &\to x, \\ y &\to y, \\ z &\to z + \delta a. \end{aligned} \tag{5.50}$$

这时有

$$\begin{aligned} \hat{U}(0,0,\delta a)\psi(\mathbf{r}) &= \psi(x,y,z-\delta a) \\ &\simeq \psi(\mathbf{r}) - \delta a \frac{\partial}{\partial z}\psi(\mathbf{r}); \end{aligned} \tag{5.51}$$

其中

$$\hat{U}(0,0,\delta a) = 1 - i\delta a \hat{p}_z, \tag{5.52}$$

$$\left(\because \hat{p}_z = -i\frac{\partial}{\partial z}\right).$$

同样的推导可得

$$\hat{U}(\delta a, 0, 0) = 1 - i\delta a \hat{p}_x, \tag{5.53}$$

$$\hat{U}(0, \delta a, 0) = 1 - i\delta a \hat{p}_y. \tag{5.54}$$

因此对于沿任一方向的一个无穷小平移变换

$$\mathbf{r} \to \mathbf{r}' = \mathbf{r} + \delta\mathbf{a}, \tag{5.55}$$

有平移变换算符

$$\hat{U}(\delta\mathbf{a}) = 1 - i\delta\mathbf{a}\cdot\hat{\mathrm{P}}, \tag{5.56}$$

$$\hat{\mathrm{P}} = -i\boldsymbol{\nabla}. \tag{5.57}$$

动量 $\hat{\mathrm{P}}$ 称为该平移变换群的生成元,它是一个可观测的力学量. $\hat{\mathrm{P}}$ 的各分量之间可以互相对易,即

$$\begin{aligned} [\hat{p}_x, \hat{p}_y] &= 0, \\ [\hat{p}_y, \hat{p}_z] &= 0, \\ [\hat{p}_z, \hat{p}_x] &= 0. \end{aligned} \tag{5.58}$$

有限变换可以看成是无穷多个无穷小变换的累积,所以在有

限平移(5.48)式下，可得

$$\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{a})\psi(\mathbf{r}) = \lim_{N\to\infty}\left(1 - i\frac{\mathbf{a}}{N}\cdot\hat{\mathbf{p}}\right)^N\psi(\mathbf{r}) = e^{-i\mathbf{a}\cdot\hat{\mathbf{p}}}\psi(\mathbf{r}); \quad (5.59)$$

即

$$\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{a}) = e^{-i\mathbf{a}\cdot\hat{\mathbf{p}}}. \quad (5.60)$$

如果在希尔伯特空间取动量的本征矢作为基矢，则得

$$\psi_p(\mathbf{r}-\mathbf{a}) = U(\mathbf{a})\psi_p(\mathbf{r}) = e^{-i\mathbf{a}\cdot\mathbf{p}_E}\psi_p(\mathbf{r}), \quad (5.61)$$

这里以 $\mathbf{p}_E$ 代表动量算符的本征值.

根据§5.1节中的讨论(5.27)式，空间平移变换不变性要求算符 $\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{a})$ 和哈密顿算符 $\hat{\mathbf{H}}$ 对易

$$[\hat{U}(\mathbf{a}), \hat{H}] = 0; \quad (5.62)$$

即有

$$[\hat{\mathrm{P}}, \hat{H}] = 0. \quad (5.63)$$

即动量 $\mathbf{p}$ 是守恒力学量. 这样我们从量子体系在空间平移变换下的不变性导出了动量守恒定律.

5.2.2 空间转动不变性和角动量守恒定律

前面已经说过，三维空间的纯转动构成 SO(3) 群. 若空间坐标系受到一个转动 g，其坐标变换为

$$\mathbf{r} \to \mathbf{r}' = g\mathbf{r}, \quad (5.64)$$

则波函数 $\psi(\mathbf{r})$ 将变为 $\psi'(\mathbf{r}')$. 对于表征粒子客观状态的波函数，显然应有

$$\psi'(\mathbf{r}') = \psi(\mathbf{r}) = \psi(g^{-1}\mathbf{r}');$$

即

$$\psi'(\mathbf{r}) = \psi(g^{-1}\mathbf{r}). \quad (5.65)$$

该式表达了转动态和原始态之间的相互关系. 我们可以用一个转动算符 $\hat{R}(\mathbf{n},\theta)$ 来描述状态之间的这种变换性质

$$\psi'(\mathbf{r}) = \hat{R}(\mathbf{n},\theta)\psi(\mathbf{r}), \quad (5.66)$$

或更一般的

$$|\psi'\rangle = \hat{R}(\mathbf{n},\theta)|\psi\rangle. \quad (5.67)$$

若仅考虑绕 z 轴的转动，则可以证明

$$g = g(\hat{z},\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{5.68}$$

而

$$g^{-1} = \tilde{g}(\hat{z}, \theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{5.69}$$

更简单的，可以考虑绕 z 轴的一个无穷小转动 $\delta\theta$，这时

$$g = g(\hat{z},\delta\theta) = \begin{pmatrix} 1 & -\delta\theta & 0 \\ \delta\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{5.70}$$

$$g^{-1} = \tilde{g}(\hat{z}, \delta\theta) = \begin{pmatrix} 1 & \delta\theta & 0 \\ -\delta\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \tag{5.71}$$

故有

$$\begin{aligned} \psi'(\mathbf{r}) &= R(\hat{z}, \delta\theta)\psi(\mathbf{r}) = \psi(g^{-1}\mathbf{r}) \\ &= \psi(x + y\delta\theta, y - x\delta\theta, z) \\ &= \left[1 + \delta\theta\left(y\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial y}\right)\right]\psi(\mathbf{r}) \\ &= \left[1 - i\delta\theta\left(-ix\frac{\partial}{\partial y} + iy\frac{\partial}{\partial x}\right)\right]\psi(\mathbf{r}) \\ &= (1 - i\delta\theta L_z)\psi(\mathbf{r}); \end{aligned}$$

即有

$$\hat{R}(\hat{z},\delta\theta) = 1 - i\delta\theta\hat{L}_z. \tag{5.72a}$$

同样可以有

$$\hat{R}(\hat{x}, \delta\theta) = 1 - i\delta\theta\hat{L}_x, \tag{5.72b}$$

$$\hat{R}(\hat{y}, \delta\theta) = 1 - i\delta\theta\hat{L}_y. \tag{5.72c}$$

因此对绕任意方向 $\mathbf{n}$ 的无穷小转动 $\delta\theta$ 有

$$\hat{R}(\mathbf{n}, \delta\theta) = 1 - i\delta\theta\mathbf{n}\cdot\hat{\mathbf{L}}. \tag{5.73}$$

$\mathbf{n}$ 代表一个单位矢量. $\hat{R}(\mathbf{n}, \delta\theta)$ 是群元素 $g(\mathbf{n}, \delta\theta)$ 的表示. $\hat{L}$ 是 SO(3) 群的生成元. 它满足如下的对易关系

$$\left.\begin{aligned}[\hat{L}_x, \hat{L}_y] &= i\hat{L}_z \\ [\hat{L}_y, \hat{L}_z] &= i\hat{L}_x \\ [\hat{L}_z, \hat{L}_x] &= i\hat{L}_y\end{aligned}\right\}, \tag{5.74}$$

或统一地写为

$$[L_i, L_j] = i\varepsilon_{ijk}L_k; \tag{5.75}$$

其中三阶反对称张量的定义为

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 0\text{ ,当任意两个指标相同时} \\ +1\text{,当指标为 } x, y, z \text{ 的偶置换时} \\ -1\text{,当指标为 } x, y, z \text{ 的奇置换时.} \end{cases} \tag{5.76}$$

有限转动也可以看作是无穷多个无穷小转动相继作用的累积结果. 因此可以证明对有限的转动

$$\hat{R}(\mathbf{n}, \theta) = e^{-i\theta\mathbf{n}\cdot\hat{L}}, \tag{5.77}$$

如果存在有自旋和轨道角动量的耦合

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}, \tag{5.78}$$

则

$$\hat{R}(\mathbf{n}, \theta) = e^{-i\theta\mathbf{n}\cdot\mathbf{J}}. \tag{5.79}$$

哈密顿量 $\hat{H}$ 在转动变换下的不变性意味着对任何群元应有

$$[\hat{H}, \hat{R}] = 0, \tag{5.80}$$

或

$$[\hat{H}, \hat{J}] = 0; \tag{5.81}$$

所以总角动量守恒. $\mathbf{H}$, $\mathbf{J}^2$, J_z 组成一组互相对易的力学量完备集合, 即 $\mathbf{H}$, $\mathbf{J}^2$, J_z 可同时对角化, 其本征值为 E, $j(j+1)$, m, 用量子数 n, j, m 标记的量子态波函数就是这三个算符的共同本征矢.

5.2.3 时间平移不变性和能量守恒定律

考虑量子系统波函数 $\psi(t)$ 在时间平移变换

$$t \to t' = t + \tau \tag{5.82}$$

下的变换性质. 这时 $\psi(t)$ 变为 $\psi'(t')$，时间平移不变性要求

$$\psi'(t') = \psi(t) = \psi(t' - \tau),$$

即有

$$\psi'(t) = \hat{U}(\tau)\psi(t) = \psi(t - \tau). \tag{5.83}$$

我们仍然先考虑无穷小变换 $t' = t + \delta t$，这时

$$\begin{aligned}\hat{U}(\delta t)\psi(t) &= \psi(t - \delta t) = \left(1 - \delta t \ \frac{\partial}{\partial t}\right)\psi(t) \\ &= (1 + i\delta t\hat{H})\psi(t),\end{aligned}$$

所以有

$$U(\delta t) = 1 + i\delta t\hat{H}; \tag{5.84}$$

其中哈密顿算符

$$\hat{H} = i\frac{\partial}{\partial t} \tag{5.85}$$

是时间平移变换的生成元，是守恒的力学量，即总能量守恒.

同样可以证明，对有限的时间平移变换 (5.82) 式有

$$\hat{U}(\tau) = e^{i\tau\hat{H}}. \tag{5.86}$$

时间平移群的最小不可约表示也组成一维么正群 $U(1)$.

前面对经典力学和量子力学中有关连续时空对称性理论作了简单介绍.根据这些对称性导出总动量，总角动量和总能量守恒定律，它们是物理学中的三个基本的守恒定律. 这些定律表明，所有物理规律在任何地方，任何时间都是一样的，而且和空间取向无关. 如果不存在这些守恒定律，那么自然界的规律将随时随地而异，实验事实不能重复，科学本身也就不存在了. 可以说，人们在对称性研究中了解了自然界中的一些不变性，正因为存在这些不变性，人们才能掌握自然规律，并利用自然规律来改造自然界.

§5.3 不连续时空对称性

5.3.1 空间反射和宇称守恒

在§1.3节中讲到宇称的概念，并对空间反射 $(\mathbf{r}\xrightarrow{\mathbf{P}}-\mathbf{r})$ 问题

作了比较详细的介绍. 物理规律在空间反射下的不变性导致宇称守恒,这时要求哈密顿量和空间反射算符 $\hat{P}$ 对易,即

$$[\hat{H}, \hat{P}] = 0. \tag{5.87}$$

5.3.2 时间反演不变性

(一) 时间反演 T

在经典物理中,对时间反演守恒及不守恒问题是熟悉的. 牛顿定律 $\mathbf{F} = m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$ 在时间反演下不变. 地球重力场中,一个抛物体的路径影片正放和倒放都和现实符合. 但热传导和热扩散的情况则完全不同,因为这些过程和时间的一次微商有关. 在微观世界里,原子或分子间的个别碰撞过程是时间反演不变的. 而在宏观范围内,由于系统包括了大量的粒子,过程将遵守统计定律,总是从有序过渡到无序. 例如,气体经过小孔的膨胀过程,在现实世界中不能逆向进行. 因此在宏观过程中,时间的方向是可以测量的,系统永远向着更混乱的方向发展——热力学中的熵恒增原理. 1964 年通过 K_2^0 介子衰变成两个介子现象的发现,人们认识到,即使在微观世界里,时间反演不变性也不是完全成立的. 在弱作用中,和宇称守恒定律被破坏相似,时间反演不变性也受到一定程度的破坏(在第八章中将作详细介绍).

在量子力学中,时间反演的定义是

$$\psi(x, y, z, t) \xrightarrow{\mathbf{T}} \psi(x, y, z, -t). \tag{5.88}$$

以哈密顿量 $\hat{H}$ 标志的量子力学体系遵守薛定谔方程

$$\hat{H}\psi(\mathbf{r}, t) = i\frac{\partial\psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \tag{5.89}$$

如果哈密顿量 $\hat{H}$ 有时间反演不变性,对 (5.89) 式进行时间反演后,得到

$$\hat{H}\psi(\mathbf{r}, -t) = -i\frac{\partial\psi(\mathbf{r}, -t)}{\partial t}. \tag{5.90}$$

(5.89) 和 (5.90) 两式并不相同, 即 $\psi(\mathbf{r}, t)$ 和 $\psi(\mathbf{r}, -t)$ 遵

守不同的运动方程式. 如果我们再对 (5.90) 式的两边取复数共轭,则得

$$\hat{H}^*\psi^*(\mathbf{r}, -t) = i\frac{\partial\psi^*(\mathbf{r}, -t)}{\partial t}. \tag{5.91}$$

由 (5.91) 和 (5.89) 两式对比可见,当

$$\hat{H}^* = \hat{H} \tag{5.92}$$

时, $\psi(\mathbf{r}, t)$ 和 $\psi^*(\mathbf{r}, -t)$ 遵守相同的方程式. 因此可以把 $\psi^*(\mathbf{r}, -t)$ 定义为 $\psi(\mathbf{r}, t)$ 的时间反演态. (5.92) 式是时间反演不变性成立的条件.

如果引进时间反演算符 $\hat{T}$, 可以把上面时间反演态的定义形式地写为

$$\hat{T}\psi(\mathbf{r}, t) = \psi^*(\mathbf{r}, -t). \tag{5.93}$$

显然有

$$\hat{T}^2 = 1, \quad \hat{T} = \hat{T}^{-1}. \tag{5.94}$$

$\hat{T}$ 是一个反线性算符,因为若有

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2,$$

其中 c_1, c_2 为复数,那么

$$\hat{T}\psi = c_1^*(\hat{T}\psi_1) + c_2^*(\hat{T}\psi_2). \tag{5.95}$$

这与线性算符 $\hat{R}$ 的性质

$$\hat{R}\psi = c_1(\hat{R}\psi_1) + c_2(\hat{R}\psi_2) \tag{5.96}$$

是不同的. 通常又把 $\hat{T}$ 称为反幺正算符. $\hat{T}$ 对算符 $\hat{O}$ 的作用定义为

$$\hat{T}\hat{O}\hat{T}^{-1} = \hat{O}^*, \tag{5.97}$$

在此定义下,可以验证 $\hat{T}$ 算符对一些常用算符的作用为

$$\left.\begin{aligned}
&\hat{T}\hat{r}\hat{T}^{-1} = \hat{r}^* = \hat{r} \ (\because \hat{r}\text{ 的本征值为实数})\\
&\hat{T}\hat{p}\hat{T}^{-1} = \hat{p}^* = -\hat{p} \ (\because \hat{p} = -i\boldsymbol{\nabla})\\
&\hat{T}\hat{l}\hat{T}^{-1} = \hat{l}^* = -\hat{l} \ (\because \hat{L} = \mathbf{r}\times\mathbf{p})\\
&\hat{T}\hat{H}\hat{T}^{-1} = \hat{H}^* = \hat{H} \ (\text{时间反演不变的定义})
\end{aligned}\right\}, \tag{5.98}$$

由此推出

$$\hat{T}|\mathbf{p}\rangle = |-\mathbf{p}\rangle, \tag{5.99}$$

$$\hat{T}|\mathbf{J}, M\rangle = |-\mathbf{J}, M\rangle. \tag{5.100}$$

（二）时间反演不变性

设核或粒子反应过程可以正、逆两个方向进行，正向进行初态（波函数 ψ_α）和末态（波函数 ψ_β）之间的跃迁矩阵元为 $\psi_\alpha^* \hat{H} \psi_\beta$. 根据 (5.93) 式，$\hat{T}$ 算符作用到此矩阵元上时，将它变成为 $\psi_\beta^* \hat{H} \psi_\alpha$，即变成逆向过程的矩阵元. 也就是说时间反演不变性要求一个反应的正、逆向 ($\alpha \to \beta$ 或 $\beta \to \alpha$) 进行时的跃迁振幅相等，这称为细致平衡原理(或称倒易定理). 因此实验上如能证实细致平衡原理，那么也就检验了量子力学中的时间反演不变性. 量子力学微扰论计算表明，单位时间内状态的跃迁几率为

$$W_{\alpha-\beta} = 2\pi |M_{\alpha\beta}|^2 \frac{dN}{dE}, \tag{5.101}$$

其中

$$M_{\alpha\beta} = \psi_\beta^* \hat{H} \psi_\alpha = \langle \beta | \hat{H} | \alpha \rangle \tag{5.102}$$

为跃迁矩阵元，另一项

$$\frac{dN}{dE} = \rho_\beta \tag{5.103}$$

为末态相空间单位能量能级密度.

时间反演不变性要求正、逆反应过程的跃迁振幅相等. 因此，正、逆过程的反应截面应分别与其末态能级密度成正比. 例如考虑可逆两体散射过程



$$A + B \rightleftharpoons C + D,$$

细致平衡原理要求两散射截面，在相同质心系能量下，有以下关系

$$\frac{d\sigma(AB \to CD)}{d\Omega} = \frac{(2s_C + 1)(2s_D + 1)}{(2s_A + 1)(2s_B + 1)} \frac{p_f^2}{p_i^2} \frac{d\sigma(CD \to AB)}{d\Omega}, \tag{5.104}$$

其中 s_A, s_B, s_C 和 s_D 分别为 A, B, C 和 D 粒子的自旋. p_i 是 A、B 质心系中的动量，p_f 是 C、D 质心系中的动量. 这里假定了初态粒子没有极化，末态对所有自旋态都进行了测量. 因而计算中要对初态自旋求平均，对末态自旋求和. 要注意这里两个反应截面

是对相同的质心系总能量和相同的质心系散射角而言的.

细致平衡原理得到了实验上的支持. 例如,对正、逆两个方向都能进行的过程



$$p + {}^{27}Al \rightleftharpoons \alpha + {}^{24}Mg.$$

威特兹(V. Witsch)等在1968年测量了其正、逆向进行的散射微分截面,如图5.2所示.

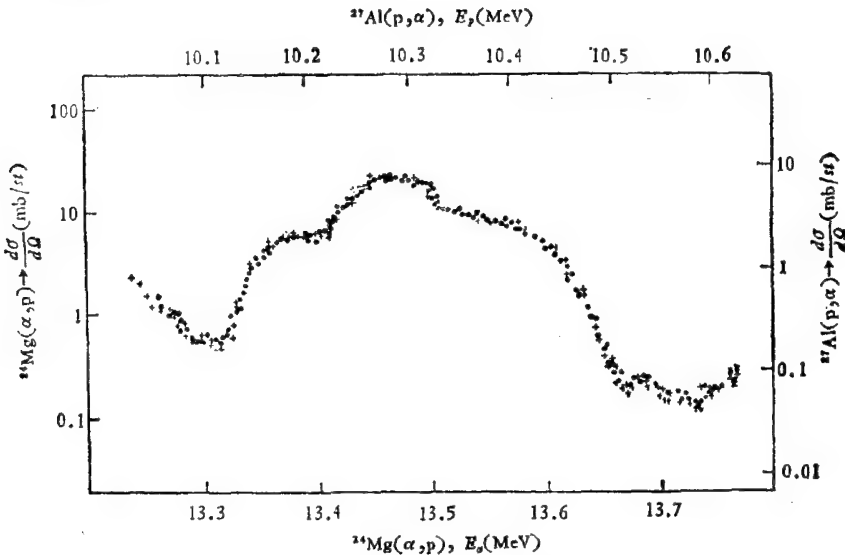


图5.2 ${}^{24}Mg(\alpha, p){}^{27}Al$ 反应正逆向进行时的微分截面关系

实验结果表明,在误差范围(0.5%)内,两组反应截面基本重合,符合细致平衡原理. 因而认为在这种强相互作用反应中时间反演是不变的.

在电磁相互作用中,可以通过下述反应检验细致平衡原理



$$n + p \rightleftharpoons d + \gamma.$$

现有实验结果表明,细致平衡原理在电磁作用中还是正确的. 但实验的精确度不高,误差约为20%.

时间反演不变性导致的另一结论是,在质子-质子散射中,以下两种极化不对称性应是等同的: 在非极化质子束与非极化质子

靶弹性散射中，朝 θ 方向出射的质子将具有极化度

$$\mathbf{P}(\theta)=\frac{N_{+}-N_{-}}{N_{+}+N_{-}}, \tag{5.105}$$

其中 N_+ 和 N_- 代表相对于散射平面自旋向上和向下的散射质子的计数.

另一方面，如果入射的是完全横向极化质子束，打在非极化质子靶上，发射出来的质子将出现左右不对称性. 在与极化方向垂直的平面中，向左或向右 θ 角度上，出射的质子数目 N_R 和 N_L 不相等，极化参量 $\mathbf{A}(\theta)$ 为

$$\mathbf{A}(\theta)=\frac{N_R-N_L}{N_R+N_L}. \tag{5.106}$$

可以证明，如果强相互作用中 $\mathbf{T}$ 守恒，应有

$$\mathbf{A}(\theta)=\mathbf{P}(\theta). \tag{5.107}$$

实验测量了这些数值，在约1%的精确度内它们是相等的.

更精确的方法是测量中子有没有电偶极矩. 中子虽然是中性粒子但有磁矩，可能在中子内部存在有正、负电荷的分布. 如果正、负电荷各自的“重心”不在同一地点，而是相距为 d，则中子应具有电偶极矩. 因为中子只有一个特殊方向就是它的自旋 $\mathbf{s}$ 的方向，如果存在有中子的电偶极矩 $\mathbf{d}$，则应也平行于这个方向. 可以证明，如果时间反演不变性成立，则中子不应具有电偶极矩. 反之，如果中子存在电偶极矩，则说明不仅 T 不变性受到破坏，而且宇称守恒定律也将受到破坏. 对此，可作以下简单的推证.

在时空变换中，电偶极矩算符 $\mathbf{d}$ 的变换性质和 $e\mathbf{X}$ 一样. 在空间旋转下 $\mathbf{d}$ 是矢量. 在空间反射下 $\mathbf{d}\xrightarrow{\mathbf{P}}-\mathbf{d}$. 在时间反演下 $\mathbf{d}\xrightarrow{\mathbf{T}}\mathbf{d}$.

中子自旋算符 $\hat{s}$ 的本征态为 $|n\rangle$. 孤立的中子系统只有一个矢量方向，故 $\mathbf{d}$ 与 $\hat{s}$ 应相互平行，故应有

$$\langle \mathrm{n}|\hat{d}|\mathrm{n}\rangle=\lambda\langle \mathrm{n}|\hat{s}|\mathrm{n}\rangle, \tag{5.108}$$

其中 λ 为实数(可为正、负数或零). 如果存在时间反演不变性，则有

$$\langle n|\hat{T}^{-1}(\hat{T}\hat{d}\hat{T}^{-1})\hat{T}|n\rangle = \lambda\langle n|\hat{T}^{-1}(\hat{T}\hat{s}\hat{T}^{-1})\hat{T}|n\rangle. \quad (5.109)$$

由 (5.98) 式可知

$$\hat{T}\hat{d}\hat{T}^{-1} = +\hat{d}, \ (\mathbf{d}\text{ 与 }\mathbf{r}\text{ 一致})$$

$$\hat{T}\hat{s}\hat{T}^{-1} = -\hat{s}, \ (\mathbf{s}\text{ 与 }\mathbf{L}\text{ 一致})$$

代入 (5.109) 式，得到

$$\langle n'|\hat{d}|n'\rangle = -\lambda\langle n'|\hat{s}|n'\rangle; \quad (5.110)$$

其中

$$\langle n'| = \langle n|\hat{T}^{-1},$$

$$|n'\rangle = \hat{T}|n\rangle.$$

$|n'\rangle$ 和 $|n\rangle$ 的差别在于中子的矢量方向不同. 把空间旋转 180° 后 $|n'\rangle$ 变成 $|n\rangle$，而 **d** 和 **s** 两者都是矢量，在转动变换上是一致的，因此有

$$\langle n|\hat{d}|n\rangle = -\lambda\langle n|\hat{s}|n\rangle. \quad (5.111)$$

将 (5.108) 和 (5.111) 两式比较，得到

$$\lambda = 0,$$

即时间反演不变性要求中子的电偶极矩 $\langle n|\hat{d}|n\rangle$ 为零.

近年来实验测量中子电偶极矩的结果是

$$\langle n|\hat{d}|n\rangle < 6 \times 10^{-25} e \cdot \text{cm}, \quad (5.112)$$

测量工作仍在进行，希望进一步提高测量精确度到 $10^{-26}e \cdot \text{cm}$ 以下，更好地检验时间反演不变性.

和进行时间反演变换时一样，在进行空间反射变换时，自旋和电偶极矩的变换符号也相反

$$\hat{P}\hat{d}\hat{P}^{-1} = -\hat{d}, \ (\mathbf{d}\text{ 与 }\mathbf{r}\text{ 一致})$$

$$\hat{P}\hat{s}\hat{P}^{-1} = +\hat{s}; \ (\mathbf{s}\text{ 与 }\mathbf{L}\text{ 一致})$$

因而对 (5.108) 式进行空间反射变换也可以得到与 (5.111) 式类似的结果，即宇称守恒定律同样要求中子的电偶极矩为零. 发现弱作用中宇称不守恒问题以后，人们仍认为只有在时间反演也存在有不守恒的问题时，中子才会具有电偶极矩. 1964 年人们发现有 CP 不守恒的现象(第八章中将介绍)，根据后面要讲的 CPT 定理，T 也应不守恒，因此人们继续作精密实验，以便检验 T 不变性

问题.

§5.4 内部对称性

和前面讲的时空对称性不同，有些对称性属于系统的内部性质，不直接属于时空变换.

5.4.1 电荷共轭变换和C宇称守恒及CPT定理

(一) C变换

电荷共轭变换，或更确切地提为正、反粒子变换，是指在一个系统中，将一切粒子换为与它们相应的反粒子. 即不仅把带电粒子变换为相反电荷的反粒子(例如 e^+ 变换为 e^-; $p+\pi^-$ 变换为 $\bar{p}+\pi^+$)，对中性粒子也要变换为它们的反粒子(例如 K^0 变换为 $\bar{K}^0$; Λ 变换为 $\bar{\Lambda}$). 这种变换通常用算符 $\hat{C}$ 表示. 在C变换下，所有的相加性量子数(Q, L_e, L_μ, B, S 等)都要变号. 在C变换下，电磁场强度 **E**, **H** 也都要变号. 时间、空间、动量、角动量等物理量，在C变换下则保持不变. 例如，某粒子态 $\psi_A=\psi_A(\mathrm{B},\mathrm{Q},\mathrm{S})$，经C变换后，变成它的反粒子态 $\psi_{\bar{A}}=\psi_{\bar{A}}(-\mathrm{B},-\mathrm{Q},-\mathrm{S})$. C变换后将 ψ_A 变为 $\psi_{\bar{A}}$，允许相差一个因子，即

$$\hat{C}\psi_A=\eta_A\psi_{\bar{A}}. \tag{5.113}$$

由归一化条件有

$$|\eta_A|=1, \tag{5.114}$$

也就是说 η_A 是模为1的复因子，即

$$\eta_A\eta_{\bar{A}}^*=1. \tag{5.115}$$

此外，按照定义，如果对某一粒子态作两次C变换，则应回到原来的粒子态

$$\hat{C}^2\psi_A=\hat{C}\eta_A\psi_{\bar{A}}=\eta_A\eta_{\bar{A}}\psi_A=\psi_A, \tag{5.116}$$

所以应有

$$\eta_A\eta_{\bar{A}}=1. \tag{5.117}$$

比较(5.115)和(5.117)两式可见

$$\eta_{\bar{A}} = \eta_A^*, \tag{5.118}$$

即反粒子C变换的相因子 $\eta_{\bar{A}}$ 是正粒子C变换相因子 η_A 的复数共轭 η_A^*.

对于多粒子 $A, B, C\cdots$ 等组成的态 $\psi_{ABC}\cdots$,C变换也是同样的

$$\hat{C}\psi_{ABC\cdots} = \eta_A\eta_B\eta_C\cdots\psi_{\bar{A}\bar{B}\bar{C}\cdots}. \tag{5.119}$$

根据C变换的定义(5.113)式，C算符的本征态一定是纯中性粒子，或纯中性系统，即其电荷 Q,重粒子数B,奇异数S等相加性量子数都为零的粒子，或粒子系统. 纯中性粒子的反粒子即粒子本身. 例如 γ 和 π^0，以及共振态 η、ρ^0、ω、φ 等都属于纯中性粒子. e^+e^- 系统,质子反质子偶素等则属于纯中性系统. 对于这些纯中性态 ψ_n，有

$$\hat{C}\psi_n = \eta_n\psi_n, \tag{5.120}$$

η_n 可取 ±1,这是一个确定的量子数.

我们称 $\eta_n = +1$ 的态为正C宇称态. $\eta_n = -1$ 的态为负C宇称态.

对于光子,由于C变换时电荷(及电流)变号,相应的电场和磁场也变号,即

$$\mathbf{E}\xrightarrow{C}-\mathbf{E},\mathbf{B}\xrightarrow{C}-\mathbf{B},$$

因而

$$A_\mu = (\mathbf{A}, i\varphi)\xrightarrow{C}(-\mathbf{A}, -i\varphi) = -A_\mu. \tag{5.121}$$

可见光子具有负的C宇称,$\eta_C(\gamma) = -1$. 由于C宇称是相乘性量子数,所以 n 个光子系统的C宇称为

$$\eta_C(n\gamma) = (-1)^n. \tag{5.122}$$

π^0 介子可以通过电磁作用衰变成两个光子. 很多实验结果证明,在电磁作用中,C宇称是守恒的,因此 π^0 的C宇称是正的

$$\eta_C(\pi^0) = \eta_C(\gamma)\eta_C(\gamma) = (-1)(-1) = +1. \tag{5.123}$$

对于具有确定轨道角动量 $\mathbf{L}$ 和总自旋 $\mathbf{s}$ 的正、反费米子，或正、反玻色子构成的纯中性系统也具有确定的C宇称

$$\eta_C = (-1)^{l+s}. \tag{5.124}$$

这是因为，由正、反粒子构成的系统，其总波函数可以写成

$$\psi(1,2) = \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)X(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)\alpha(Q_1, Q_2),$$

其中 $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 为空间波函数；$X(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ 为自旋波函数；$\alpha(Q_1, Q_2)$ 表示所有相加性量子数（Q, B, S 等）的波函数. 若我们把正、反粒子看成是不同电荷(及 B, S 等)状态的全同粒子，并遵守广义的泡利原理，则正、反费米子或玻色子系统的总波函数，将为反对称的或对称的. 这时在正、反粒子变换时，总波函数的变化为

$$\psi(1, 2) = (-1)^l(-1)^{s-s_1-s_2}\eta_C(2, 1) = \pm\bar{\psi}(2, 1), \tag{5.125}$$

所以有

$$(-1)^l(-1)^{s-s_1-s_2}\eta_C = \pm 1. \tag{5.126}$$

对于费米子，$s_1 = s_2$ 是半整数，相加为奇数；对于玻色子，$s_1 = s_2$ 是整数，相加为偶数. 由此即可推证出 (5.124) 式的结果，即纯中性系统的 C 宇称，由其轨道角动量及总自旋量子数确定.

（二）C 宇称守恒

按照现有实验和理论的结论，在强相互作用和电磁相互作用中，C 宇称是守恒的. 在弱相互作用中，已有实验发现 C 宇称并不守恒. 在 C 宇称守恒条件下，我们有

1. 如果把反应过程初态和末态粒子全部换成相应的反粒子，则反应几率(表现在反应截面上)、角分布、动量、自旋和轨道角动量等量都是相同的.

2. 如果反应过程的初态是 C 算符的本征态，则末态也一定是 C 算符相同本征值的本征态. 例如 e^+e^- 组成的电子偶素衰变成 n 个光子的过程 ($e^+ + e^- \to n\gamma$)，C 宇称守恒给予 n 值某些限制. 由 (5.122) 和 (5.124) 两式和电磁衰变过程中 C 宇称守恒的要求，应有

$$(-1)^{l+s} = (-1)^n. \tag{5.127}$$

因此如果电子偶素的衰变是在基态 ($l = 0$) 进行的，则衰变过程有两个可能

(i) 在 $J = s = 0$ 的单态 $^1s_0$ 进行衰变时，n 应为偶数，即主要

应衰变成两个γ. 衰变成四个γ的过程几率要小四个数量级($\alpha^2 \sim 10^{-4}$).

(ii) 在$J = s = 1$的三重态$^3s_1$进行衰变时,n应为奇数,即主要应衰变为三个γ(在这种情况下, 总角动量守恒也限制2γ衰变).

理论上算出,2γ湮没的几率应为

$$\frac{1}{\tau(2\gamma)} = 4\pi r_e^2 c\,|\psi(0)|^2, \tag{5.128}$$

其中$r_e = e^2/m_e c^2$是电子经典电磁半径. $\psi(0)$是电子-正电子径向波函数在原点处的振幅. 由薛定谔方程的解,对基态氢原子有

$$|\psi(0)|^2 = \frac{1}{\pi a^3}, \tag{5.129}$$

其中a为波尔半径. 具有角动量l的径向波函数中包含有r^l因子. 因此除了基态之外,在零点处的波函数均为零. 考虑到电子偶素折合质量效应引入的因子2时,电子偶素的玻尔半径为

$$a = \frac{2r_e}{\alpha^2}. \tag{5.130}$$

根据(5.128)(5.129)和(5.130)式, 并取$r_e = 2.8 \times 10^{-13}$cm, $\alpha^{-1} = \frac{\hbar c}{e^2} = 137$,我们得到平均寿命

$$\tau(2\gamma) = \frac{2r_e}{c\alpha^6} = 1.25 \times 10^{-10}\text{秒}. \tag{5.131}$$

对3γ衰变,计算给出

$$\tau(3\gamma) = \frac{9\pi}{4(\pi^2 - 9)} \cdot \frac{\tau(2\gamma)}{\alpha} = 1.4 \times 10^{-7}\text{秒}. \tag{5.132}$$

多伊施(Deutsch)测量了正电子停止在气体中所产生的2γ和3γ湮没的几率. 所得3γ衰变寿命为$(1.45 \pm 0.15) \times 10^{-7}$秒,和(5.132)式的计算结果相符.

表1.2给出了在时间反演(T),空间反射(P)和电荷共轭(C)变换下,一些物理量的变换性质.

(三) CP破坏和CPT定理

表 5.2 在 T, P, C 变换时，各种物理量的变换关系

物 理 量	T (时间反演)	P (空间反射)	C (电荷共轭)
$\mathbf{r}$ (空间坐标)	$\mathbf{r}$	$-\mathbf{r}$	$\mathbf{r}$
t (时间坐标)	$-t$	t	t
$\mathbf{p}$ (动量、矢量)	$-\mathbf{p}$	$-\mathbf{p}$	$\mathbf{p}$
$\mathbf{L}=\mathbf{r}\times\mathbf{p}$ (角动量、赝矢量)	$-\mathbf{L}$	$\mathbf{L}$	$\mathbf{L}$
$\boldsymbol{\sigma}$ (自旋、轴矢量)	$-\boldsymbol{\sigma}$	$\boldsymbol{\sigma}$	$\boldsymbol{\sigma}$
$\mathbf{E}=-\nabla V$ (电场)	$\mathbf{E}$	$-\mathbf{E}$	$-\mathbf{E}$
$\mathbf{B}$ (磁场，考虑环电流)	$-\mathbf{B}$	$\mathbf{B}$	$-\mathbf{B}$
Q (电荷)	Q	Q	$-Q$
$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B}$	$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B}$	$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B}$	$-\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B}$
$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{E}$	$-\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{E}$	$-\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{E}$	$-\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{E}$
$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}$ (纵向极化)	$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}$	$-\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}$	$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}$
$\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2)$ (横向极化)	$-\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2)$	$\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2)$	$\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2)$

尽管实验已经证明空间反射 P 和电荷共轭变换 C 在弱相互作用中都是不守恒的，但是物理学家一直认为，CP 联合变换在各种类型的相互作用中都是守恒的．这就是认为在弱作用中也具有 CP 联合反演对称性．但在 1964 年克里斯坦森 (J. H. Christenson) 等在实验中发现，长寿命的中性 K 介子 K_L^0，除通过弱作用主要衰变为 CP 本征值为 -1 的三个 π 介子以外，偶尔也能够衰变为 CP 本征值为 $+1$ 的两个 π 介子．实验给出

$$\frac{\text{强度}\,(K_L^0\to\pi^+\pi^-)}{\text{强度}\,(K_L^0\to\text{所有带电方式})}\approx 2\times10^{-3}. \tag{5.133}$$

因而在中性 K 介子的衰变过程中，CP 联合变换并不守恒．这些问题将在第八章中详细介绍．

CP 破坏的发现，当时曾经震动了物理学界，因为 CP 变换和 T 变换是由著名的 CPT 定理所联系的． CPT 定理是量子场论中的

一个非常重要的定理，在量子场论中可以给出非常严格的证明.它告诉我们,任何一种定域相互作用的哈密顿量,如果满足正洛伦兹变换下的不变性,那么该相互作用在 CPT 联合作用下必定具有不变性. 因此 CP 在弱相互作用中被破坏，就意味着 T 变换在弱作用中也是被破坏的.（实际上,通过对 K^0 介子衰变的分析,不依赖于 CPT 定理，也能得到 T 破坏的结论）. CP 破坏和 T 破坏的原因,至今尚未搞清楚. 由 (5.133) 式可以看到，这种破坏是比较小的，因此有人认为，这种破坏可能是由一种超弱相互作用引起的.奇怪的是，到目前为止,仅在 K^0 衰变中看到了 CP 破坏和 T 破坏，还没有发现第二个例子. 关于 T 不变性的实验检验具有非常重要的意义,现在仍有人在这方面进行工作.

根据 CPT 不变性还可以得到下面一些结论: 粒子和反粒子应具有相同的质量和寿命，它们的磁矩应大小相等而符号相反.当然如果 C 不变性准确成立，同样可以得到这些结论. 实际上 C 变换在弱作用中是不守恒的，但是由于 CPT 不变性的成立，保证了这些量不因 C 不变性的破坏而破坏，因此这些量是否守恒，为 CPT 定理提供了最好的实验检验. 由表 5.3 给出的实验数据可以看到,CPT 定理得到了实验结果的有力支持. 到目前为止,还没有发现任何 CPT 不变性可能被破坏的迹象.

表 5.3 CPT 定理的验证

	实验测量	极限相对误差
寿命	$\tau_{\pi^+} - \tau_{\pi^-}$	$<10^{-3}$
	$\tau_{\mu^+} - \tau_{\mu^-}$	$<2\times10^{-3}$
	$\tau_{K^+} - \tau_{K^-}$	$<10^{-3}$
磁矩	$\mu_{\mu^+} - \mu_{\mu^-}$	$<10^{-6}$
	$\mu_{e^+} - \mu_{e^-}$	$<10^{-5}$
质量	$M_{\pi^+} - M_{\pi^-}$	$<10^{-3}$
	$M_{\bar{p}} - M_{p}$	$<8\times10^{-3}$
	$M_{K^+} - M_{K^-}$	$<10^{-3}$
	$M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}$	$<10^{-14}$

5.4.2 G 变换和 G 宇称守恒

如前所述，只有纯中性粒子才是算符 $\hat{C}$ 的本征态，才有确定的C宇称值．非纯中性粒子不是算符 $\hat{C}$ 的本征态．也就没有确定的C宇称的宇称值．例如对 π^+ 介子有

$$\hat{C}\psi_{\pi^+} = \eta_\pi \psi_{\pi^-}. \tag{5.134}$$

ψ_{π^+} 和 ψ_{π^-} 都不是算符 $\hat{C}$ 的本征态，也就谈不到算符 $\hat{C}$ 的本征值．但我们对一些普通介子，例如 π^+, π^0, π^-，可以引入另一种强作用中守恒的量子数——G 宇称，它是讨论强子性质中另一个重要的概念．

（一）G变换和G宇称

G变换的定义是：一个系统在进行绕同位旋空间的第二坐标轴 I_2 转动 180° 角后，再作电荷共轭变换，以算符表示G变换，可以写为

$$\hat{G} = \hat{C}\hat{R}_2 = \hat{C}e^{i\pi I_2}. \tag{5.135}$$

为了了解G变换的变换性质，先考虑 $\hat{R}_2 = e^{i\pi I_2}$ 算符的作用行为．对中性普通介子，其同位旋量子数是 I, $I_3 = 0$; 因此其同位旋波函数 $X(I, I_3 = 0)$．在同位旋空间中绕 I_2 轴旋转 180° 角的问题和角动量波函数 $Y_l^{m=0}(\theta, \varphi)$ 在普通位置空间中绕 Y 轴旋转 180° 角的情况在形式上是相似的．可以用相似的算符 $\hat{R}_2' = e^{i\pi l_y}$ 表示，其计算方法也一样．算符 $\hat{R}_2$ 或 $\hat{R}_2'$ 的作用结果都是将 θ 换成 $\pi - \theta$．对 $Y_l^0(\theta, \varphi)$ 的 $\hat{R}_2'$ 变换为

$$Y_l^0(\theta, \varphi) \xrightarrow{\mathbf{R}_2'} (-1)^l Y_l^0(\theta, \varphi). \tag{5.136}$$

对 $X(I, I_3 = 0)$ 的 $\mathbf{R}_2$ 变换为

$$X_I^0 \xrightarrow{\hat{\mathbf{R}}_2} (-1)^I X_I^0 \tag{5.137}$$

这种讨论可以推广到 $I_3=0$ 的其它中性粒子系统．例如，对于一个核子-反核子系统其总自旋为 s，角动量为 $\mathbf{L}$，算符 $\hat{C}$的作用结果给出一个因子$(-1)^{l+s}$(参看 5.124 式)．由 (5.137) 式，这时算符 $\hat{G}$ ($\hat{G} = \hat{C}\hat{R}_2$) 的作用结果，对中性 ($I_3=0$) 核子-反核子系统将有

$$\hat{G}\phi = (-1)^{l+s+I}\Psi. \tag{5.138}$$

由于强作用具有电荷无关性，即同位旋空间旋转不变性，所以(5.138)式虽然是根据 $I_3 = 0$ 的特殊情况推导出来的，对一般情况 ($I_3 \neq 0$) 也应该能够适用.

令算符 $\hat{G}$ 作用于 π^+ 介子波函数上，算符 $\hat{R}_2$ 使 I_3 改变符号，即$\pi^+ \xrightarrow{\mathbf{R}_2} \pi^-$，而电荷共轭算符 $\hat{C}$ 使它又变回来，即 $\pi^- \xrightarrow{\mathbf{C}} \pi^+$，因而G变换的结果一般有

$$\left.\begin{aligned} \hat{G}\phi_{\pi^+} &\rightarrow \pm\phi_{\pi^+} \\ \hat{G}\phi_{\pi^-} &\rightarrow \pm\phi_{\pi^-} \\ \hat{G}\phi_{\pi^0} &\rightarrow \pm\phi_{\pi^0} \end{aligned}\right\}. \tag{5.139}$$

正负号如何选定呢？我们从 π^0 的G变换来看，以前讲过，π^0 介子衰变成两个光子，其算符 $\hat{C}$ 的本征值 $\eta_c = +1$，由(5.137)式可知，算符 $\hat{R}_2$ 作用到 π^0 介子波函数上，其本征值为 $(-1)^I = -1$，因此

$$\hat{G}\phi_{\pi^0} = -\phi_{\pi^0}. \tag{5.140}$$

算符$\hat{G}$ 的本征值称为G字称.π^0 的G字称是确定的，为-1.而 $\pi^\pm$ 的G字称尚不明确. 因为 $\phi_{\pi^\pm}$ 不是算符C的本征态. 在电荷共轭变换中，出现任意相角可以人为地选定. 通常选择此任意相角的办法是，使此同位旋三重态中 π^+, π^- 的G字称和 π^0 的G字称相同，都是 $G = -1$，即

$$\left.\begin{aligned} \hat{G}\phi_{\pi^+} &= -\phi_{\pi^+} \\ \hat{G}\phi_{\pi^-} &= -\phi_{\pi^-} \\ \hat{G}\phi_{\pi^0} &= -\phi_{\pi^0} \end{aligned}\right\}. \tag{5.141}$$

由此看到，在上述定义下，ϕ_{π^+}，ϕ_{π^0} 和 ϕ_{π^-} 都是算符G本征值为 -1 的本征态. 对于其它强子，也都可以进行G变换，但不一定都是G算符的本征态，也不一定有G字称. 这和电荷共轭算符很相似，一切强子都有确定的C变换，但只有中性普通介子，例如 π^0，才是C的本征态，才有确定的C字称. 同一组同位旋多重态的粒子具有相同的G字称.

G宇称是米歇尔 (Michel) 引入的，他称之为同位旋宇称. 因为 $e^{i\pi I_2}$ 是绕 I_2 轴旋转 180°，C变换相当于对 I_1-I_3 平面的镜反射. G变换是这两次变换的总结果，就相当于同位旋空间的反射. 这和根据坐标空间的反射引入宇称的概念，在形式上是相似的.

一个多强子系统，只要 B = S = 0，又有确定的 I，而且其 $I_3 = 0$的态具有确定的C宇称 η_C，则这个态就有确定的G宇称

$$G = (-1)^I \eta_C. \tag{5.142}$$

G宇称是相乘性的. 如果各部分都有确定的G宇称的话，则一个系统的G宇称，是其各部分G宇称的乘积. n 个 π 介子组成的态，其G宇称为

$$\hat{G}\phi(n\pi) = (-1)^n \phi(n\pi). \tag{5.143}$$

（二）G宇称守恒

由于算符 $\hat{G}$ 中包含的 $\hat{C}$ 及 $\hat{I}$ 在强作用中都是守恒的，因而在强作用中G宇称量子数也是守恒量. 在研究普通介子产生等问题时，G宇称守恒有很重要的应用. 正如粒子的C宇称等于 +1 或 −1 时，粒子只能衰变为偶数或奇数个光子一样，一个具有确定G宇称的态，按其G宇称的值为正或为负，衰变产物只能是偶数或奇数个 π 介子. G宇称守恒意味着不存在 $\pi + \pi \to 3\pi$ 反应，而 $\pi + \pi \to 4\pi$ 反应则是允许的. 下面举几个 π 介子共振态的例子以说明G宇称守恒的应用.

1. ρ 介子. 第四章中讲过，在强子碰撞多 π 末态中，发现 $\pi^+\pi^0$, $\pi^+\pi^-$ 等的不变质量谱，在 770MeV 附近有一个很宽的峰，$\Gamma = 152$ MeV. 这个峰表明存在一个短寿命的粒子，称之为 ρ 介子. 由于发现它的电荷状态只有三个(即一个带正电，一个带负电，一个不带电)，可以定出它的 $I = 1$. 由于 Γ 大于 MeV 量级，应属于强作用衰变. 衰变过程中G宇称守恒，因而 ρ 介子的G宇称应为正值，$G_\rho = +1$. 已知 $G = \eta_C(-1)^I$，因而可以推出 ρ^0 介子的C宇称为负，$\eta_C(\rho^0) = -1$.

根据G宇称守恒可以预言，ρ^0 介子通过强作用衰变为 3π 是严格禁戒的. 同时根据C宇称守恒可知，ρ^0 通过电磁作用衰变成 2γ

也是严格禁戒的．这些预言在实验上都得到了很好地证实．

2. η 介子．在强子碰撞中，发现质量为 548.8MeV处存在一个中性介子，称为 η 介子．其同位旋为 $I=0$．

η 介子主要衰变方式有$(\gamma\gamma)$，$(3\pi^0)$，$(\pi^+\pi^-\pi^0)$，$(\pi^+\pi^-\gamma)$，$(\pi^0\gamma\gamma)$ ．开始时初步定出其衰变宽度为 $\Gamma<1$ MeV，未能肯定衰变是通过电磁作用还是通过强作用进行的．在这两种衰变中，C字称都守恒．由 $\eta\to\gamma\gamma$ 衰变可以定出 $\eta_C(\eta)=+1$，因而 η 介子的G字称应为

$$G(\eta)=+1(-1)^0=+1.$$

根据强作用中G字称守恒，η 介子不可能通过强作用衰变到 3π 态（3π 的G字称为-1），因此 $\eta\to3\pi^0$ 和 $\eta\to\pi^+\pi^-\pi^0$ 等衰变方式，只能是通过电磁作用进行的，既然 η 的主要衰变方式都是通过电磁作用进行的，可以预言其衰变宽度 Γ 应远小于 1MeV．后来实验上精确定出的结果是

$$\Gamma=(0.85\pm0.12)\text{KeV},$$

这和理论预言符合得很好．

3. 表 5.4 给出一些介子共振态的有关量子数．由该表可以看出，矢量介子 ρ，ω，ϕ 及另一共振态 $f(1270)$，其 π 介子衰变的多重数 n 遵守 $G=(-1)^n$ 规则．这些共振态的宽度 Γ 很大，约在 3～100 MeV，都属于强作用衰变．另外 η 及 η' 的衰变宽度 Γ 都很小，而且存在着 $\gamma\gamma$ 衰变方式，说明它们是通过电磁作用衰变的．由于 η 及 η' 的同位旋均为零，而两个 γ 的C字称为 $\eta_C(2\gamma)=+1$，所以根据(5.142)式，η 和 η' 的G字称都为$+1$．按照G字称守恒规律，它们可以通过强作用，衰变成为两个 π 介子，但那样将破坏字称守恒规律，因此它们只能进行不遵守G字称守恒规律的电磁作用，衰变成了 3 个或 5 个 π 介子．

在高能碰撞反应中，G字称守恒还可用于解释末态 π 介子的多重数．例如，有时在解释 π- 核子相互作用中，低动量转移过程可以认为入射 π 介子和核子云中一个虚 π 介子进行了相互作用，如图5.3．初态在 V 点的两个 π 介子具有 $G=+1$，因此末态必须包含

偶数个 π 介子．π 介子——核子作用的这种过程，主要应产生 ρ 介子．而对于下面核子 N 处的顶点，则没有这种限制．那里的重子数为 1，没有确定的 G 字称．

表 5.4　一些介子共振态的有关量子数

粒子质量 (MeV)	$\pi(140)$	$\rho(770)$	$\omega(783)$	$\phi(1020)$	$f(1270)$	$\eta(549)$	$\eta'(958)$
自旋字称 J^P	0^-	1^-	1^-	1^-	2^+	0^-	0^-
同位旋 I	1	1	0	0	0	0	0
C字称	+1	−1	−1	−1	+1	+1	+1
G字称	−1	+1	−1	−1	+1	+1	+1
主要 π 介子衰变方式		2π	3π	3π	2π	3π	5π

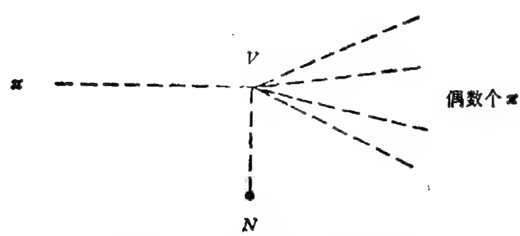


图 5.3　$\pi\pi$ 相互作用中G字称守恒

4. 对于核子-反核子湮灭问题，作为一个例子考虑反质子和中子湮没成两个 π 介子的情况

$$\bar{p} + n \to \pi^0 + \pi^-. \tag{5.144}$$

根据盖尔曼-西岛关系式

$$Q/e = I_3 + B/2, \tag{5.145}$$

可以知道反质子的 $I_3 = -\dfrac{1}{2}\left(\text{反中子的 } I_3 = +\dfrac{1}{2}\right)$．核子-反核子对的总同位旋值可为 $I_{总} = 0$ 或 1．(5.144) 式中左侧 $I_3 = -1$，故反应只能通过 $I_{总} = 1$ 的道进行．对两 π 湮灭

$$G = (-1)^{l+s+I} = +1,$$

$(l + s)$ 必须为奇数，这里有两个可能：

(i) $s=0$ 单态. 取 $l=J=1$, 这时 (5.144) 式左侧的宇称为 $(-1)^{l+1}$, 是偶值[因正、反费米子的本征宇称值相反, 故多了一个 (-1) 因子]. 而右侧两个 π 介子的宇称为 $(-1)^l$ 是奇值, 所以 $^1p_1$ 态是被宇称守恒禁戒的. 因为G宇称守恒,要求 l 不能为偶数, $l=0$ 的态也是被禁戒的. 因而 $^1p_1$, $^1S_0$ 等单态都是被禁戒的.

(ii) $s=1$ 三重态. 由于G宇称守恒要求 $(l+s)$ 为奇值, 故 $^3p_{0,1,2}$ 等态都是被禁戒的. 在 $l=0$, $J=1$ 时,(5.144) 式两侧宇称均为负,因而 s 态是被允许的. 可见在 $l\leqslant 1$ 的诸值中,(5.144) 式的湮灭过程,只能在 $I=1$, $^3S_1$ 态发生.

现在我们可以把电子偶素及核子偶素湮没过程的选择规则总结比较如下:

$$e^+ + e^- \to n\gamma,$$

$$\text{C 宇称 } (-1)^{l+s} = (-1)^n; \tag{5.146}$$

$$N + \bar{N} \to n\pi,$$

$$\text{G 宇称 } (-1)^{l+s+I} = (-1)^n; \tag{5.147}$$

在这两种情况下,初态的宇称均为 $(-1)^{l+1}$.

事实上, G宇称的引入并未比电荷共轭及同位旋守恒这两个定律多给些东西. 只是讨论介子的多 π 衰变, 或强作用的多 π 产生时, G宇称是较C和 I 更完美的量子数. 利用G宇称守恒可以更为方便地导出一些选择定则来. 因此G变换和G宇称在强作用分析中是很有用的.

§5.5 么 正 群

从前面介绍中可以看到,一些物理内容根本不同的对称性,由于形式上相似,可以使用同一种类型的群来描写. 例如,几种相加性量子数的守恒定律 (Q, B, L_e, L_μ, S 等守恒定律),都可以使用 $U(1)$ 群描写. 核子自旋,空间转动和同位旋对称性等,都可以使用 $SU(2)$ 群描写. 而 $SU(3)$ 群则可用来描写层子味道或颜色的

么正不变性等等. 下面简单介绍几种粒子物理中常用的么正群.

5.5.1 $U(1)$ 规范不变性

前面讨论过一些与时空无关的守恒定律，如电荷、重粒子数、电子轻子数、μ 子轻子数及奇异量子数等相加性量子数的守恒定律. 这些守恒定律的实质,在于物理规律在所谓第一类规范变换,即$U(1)$ 规范变换下的不变性.例如电荷守恒定律反映了带电粒子和中性粒子波函数相对相位的不可测量性. 这种规范不变性导致电荷守恒. 下面进行简单的推证.

由于系统的相位不能绝对测定,因而对系统 ϕ_q 进行相位变换(或称为第一类规范变换)

$$\phi_q \to \phi'_q = e^{i\lambda Q}\phi_q, \tag{5.148}$$

应具有规范不变性. 即如果 Ψ_q 满足薛定谔方程,则 Ψ'_q 也应该能满足薛定谔方程

$$i\frac{\partial\phi_q}{\partial t} = \hat{H}\phi_q, \tag{5.149}$$

$$i\frac{\partial\phi'_q}{\partial t} = \hat{H}\phi'_q; \tag{5.150}$$

其中 Ψ_q 为具有电荷 q 的系统状态波函数,λ 是与时空点无关的任意实参数,$\hat{Q}$ 为电荷算符,也是这种变换的生成元.

将 (5.148) 式代入 (5.150) 式得

$$i\frac{d}{dt}(e^{i\lambda\hat{Q}}\Psi_q) = He^{i\lambda\hat{Q}}\Psi_q.$$

因为Q 与时间无关,可以写成

$$i\frac{d}{dt}\Psi_q = e^{-i\lambda\hat{Q}}\hat{H}e^{i\lambda\hat{Q}}\Psi_q;$$

和 (5.149) 式对比,规范不变性要求

$$e^{-i\lambda\hat{Q}}\hat{H}e^{i\lambda\hat{Q}} = \hat{H}, \tag{5.151}$$

由于 λ 为任意实参数，可以考虑无穷小变换，即取 $\lambda \ll 1$, 将指数展开

$$(1 - i\lambda\hat{Q})\hat{H}(1 + i\lambda\hat{Q}) = \hat{H},$$

即

$$\hat{Q}\hat{H} - \hat{H}\hat{Q} = [\hat{Q}, \hat{H}] = 0. \tag{5.152}$$

可见系统的规范不变性要求电荷算符与系统的哈密顿量对易. 事实上,因为在实验中已经知道电荷是守恒量,因而在理论上选择哈密顿量的具体形式时,就要求它具有规范不变性.

这类规范变换是一种连续变换，变换元素的全体构成 $U(1)$ 群. 它所对应的量子数是相加性的,一个系统如果包括 n 个粒子，分别具有电荷量子数 $Q_1, Q_2, \cdots Q_n$，在波函数进行变换时，各粒子波函数分别进行变换

$$\Psi'_q = e^{i\lambda\hat{Q}}e^{i\lambda\hat{Q}}\cdots e^{i\lambda\hat{Q}_n}\Psi_q = e^{i\lambda\sum_i\hat{Q}_i}\Psi_q, \tag{5.153}$$

即

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n = \sum_i Q_i; \tag{5.154}$$

系统的总电荷是系统中各部分电荷之和.

若把 (5.148) 式中的电荷算符$\hat{Q}$换成重子数算符 B,轻子数算符 $\hat{L}_\mu$ 或 $\hat{L}_e$，或者换成奇异量子数算符 S,用完全相似的办法可以证明，这些 $U(1)$ 规范变换分别导致相应的量子数守恒定律. 一个量子力学系统的总重子数,总轻子数 (Le 或 L_μ)，总奇异数 S 同样是系统中各部分相应量子数的总和.

5.5.2 SU(2) 群和同位旋

前面已经讲过,普通三维空间和同位旋空间旋转不变性,均可以用二维特殊么正群 $SU(2)$ 描写.

1. $SU(2)$ 群的基础表示是二维的，基底是协变基底 ϕ_i: $\phi_1 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, $\phi_2 = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$. $SU(2)$ 群元素作用于此协变基底上得到基础表示. 任一状态矢量可以表示为

$$|X\rangle = X_1\phi_1 + X_2\phi_2, \tag{5.155}$$

其矩阵表示为

$$X=\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}. \tag{5.156}$$

用以描写同位旋空间旋转不变性时，常用 u 和 d 分别代表同位旋空间 I_3 轴上 $+\frac{1}{2}$ 和 $-\frac{1}{2}$ 两个分量 ϕ_1 和 ϕ_2. 对于核子 $\left(I=\frac{1}{2}\right)$ 系统，u 代表质子，d 代表中子.

$$u=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\qquad d=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}. \tag{5.157}$$

在绕某一轴，例如 I_2 轴，转动 θ 角度时，将使 X 态变换成 X' 态.

$$X'=\begin{pmatrix}X_1'\\X_2'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta/2 & \sin\theta/2\\-\sin\theta/2 & \cos\theta/2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}. \tag{5.158}$$

由于此 2×2 矩阵 U 是幺正的，$U^+U=1$，因此有

$$X'^+X'\equiv X^+\hat{U}^+\hat{U}X=X^+X; \tag{5.159}$$

其中：

$$\hat{U}=\begin{pmatrix}\cos\theta/2 & \sin\theta/2\\-\sin\theta/2 & \cos\theta/2\end{pmatrix}. \tag{5.160}$$

在一般情况下，变换

$$X'=\hat{U}X \tag{5.161}$$

中的变换算符 $\hat{U}$ 的一般形式可以写为

$$\hat{U}=\exp\left(\frac{1}{2}i\theta\hat{n}\cdot\boldsymbol{\sigma}\right); \tag{5.162}$$

其中 θ 代表绕 $\hat{n}$ 轴的转动角. $\frac{1}{2}\sigma$ 是 2×2 矩阵，称为无穷小变换的生成元. 因为对于无穷小变换 θ，有

$$X'\to X+\delta X,$$

$$\delta X\equiv i\theta\hat{n}\cdot\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{x}\right). \tag{5.163}$$

因为 U 是幺正的，而且其行列式 $\det U=1$，因而这种变换的集合称为特殊(幺模)幺正群 $SU(2)$. 我们知道 $\det e^A=e^{\mathrm{trace}A}$，如果 $\det e^A=1$，则 $\mathrm{trace}A=0$. 因此对于变换矩阵 U(5.162)，其幺

模性 de.U = 1 要求

$$\text{trace}\boldsymbol{\sigma} = 0^{\cdot} \tag{5.164}$$

其么正性要求：$\hat{U}^{-1} \equiv e^{-\frac{1}{2}i\theta\hat{n}\cdot\sigma}$ 和 $\hat{U}^{+} \equiv e^{-\frac{1}{2}i\theta\hat{n}\cdot\sigma^{+}}$ 相等，即

$$\boldsymbol{\sigma}^{+} = \boldsymbol{\sigma}. \tag{5.165}$$

由此可以知道，$\boldsymbol{\sigma}$ 是一组 2×2 无迹厄米矩阵

$$\boldsymbol{\sigma} \equiv \begin{pmatrix} a & b \\ b^{*} & -a \end{pmatrix}, \tag{5.166}$$

其中 a 为实数，由于归一化要求有：$|a|^2 + |b|^2 = 1$. 泡利矩阵

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{5.167}$$

满足这一要求，它们是三个独立的矩阵.

我们注意到，这些矩阵是不可对易的，它们符合下列对易关系

$$\left[\frac{1}{2}\hat{\sigma}_i, \frac{1}{2}\hat{\sigma}_j\right] = i\varepsilon_{ijk}\left(\frac{1}{2}\hat{\sigma}_k\right), \tag{5.168}$$

其中 $i, j, k = 1, 2, 3$; $\varepsilon_{123} = \varepsilon_{231} = \varepsilon_{312} = +1$; $\varepsilon_{213} = \varepsilon_{132} = \varepsilon_{321} = -1$. 这种关系称为 $SU(2)$ 生成元的代数，而 ε_{ijk} 称为群的结构常数.

矩阵 $\frac{1}{2}\sigma_3$ 作用到它的本征态 u, d 上时，分别得到本征值 $+\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$,

$$\left(\frac{1}{2}\hat{\sigma}_3\right)u \equiv \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}u,$$

$$\left(\frac{1}{2}\hat{\sigma}_3\right)d \equiv \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}d. \tag{5.169}$$

矩阵

$$\hat{\sigma}_{\pm} \equiv \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_1 \pm i\hat{\sigma}_2) \tag{5.170}$$

作用到 u, d 态上时，将升、降 $\left(\frac{1}{2}\hat{\sigma}_3\right)$ 算符本征值的一个单位，例如

$$\hat{\sigma}_+u \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0,$$

$$\hat{\sigma}_+d \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = u. \tag{5.171}$$

$\hat{\sigma}_\pm$ 称为升、降算符，它们符合对易关系

$$\left[\frac{1}{2}\hat{\sigma}_3, \hat{\sigma}_\pm\right] = \pm\hat{\sigma}_\pm, \tag{5.172}$$

$$[\hat{\sigma}_+, \hat{\sigma}_-] = 2\left(\frac{1}{2}\hat{\sigma}_3\right). \tag{5.173}$$

可以用这些生成元组成一个能和这个群中所有算符对易的算符，称为卡西米尔 (Casimir) 算符

$$\begin{aligned}\hat{C} &= \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_-\hat{\sigma}_+) + \frac{1}{4}\hat{\sigma}_3^2 \\ &= \frac{1}{4}(\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 + \hat{\sigma}_3^2) \\ &= \left(\frac{1}{2}\hat{\sigma}\right)^2.\end{aligned} \tag{5.174}$$

2. 我们可以将二维的结果，推广到 N 维情况. 用 $\hat{S}_{1,2,3}$ 代替 $\frac{1}{2}\hat{\sigma}_{1,2,3}$，用 $\hat{S}_\pm$ 代替 $\hat{\sigma}_\pm$. 用 $\hat{S}_3$ 和卡西米尔算符 $\hat{S}^2$ 的共同本征态来标志不同状态. 由于 $\hat{S}^2\hat{S}_\pm = \hat{S}_\pm\hat{S}^2$，因此将上升、下降算符 $\hat{S}_\pm$ 作用到状态函数上时，将产生 S_3 本征值变化为一个单位的状态，而 $\hat{S}^2$ 的本征值则不变. 对每一个不可约表示，$\hat{S}^2$ 有一个固定值. 因此不同的不可约表示可以用 $\hat{S}^2$ 的本征值来标志. 在此表示之内的多重态可以用 $\hat{S}_3$ 的本征值来区别. 对于一个 $SU(2)$ 的 $N=2S+1$ 维表示 (S 为 $\hat{S}_3$ 的本征值中最大的一个)，$\hat{S}^2$ 的本征值为 $S(S+1)$. 此时卡西米尔算符 $\hat{C}$ 为

$$\hat{C} = \frac{1}{2}(\hat{S}_+\hat{S}_- + \hat{S}_-\hat{S}_+) + \hat{S}_3^2$$

$$= \hat{S}_1^2 + \hat{S}_2^2 + \hat{S}_3^2 = \hat{S}^2. \tag{5.175}$$

$\hat{S}_+$ 作用到 S_3 值最大的状态上时，有

$$\hat{S}_+\chi_{\max} = 0; \tag{5.176}$$

并有

$$\hat{C}\chi_{\max} = S(S+1)\chi_{\max}.$$

例如，在 $SU(2)$ 两维表示中最大的 S_3 本征态 $S = \frac{1}{2}$，故卡西米尔算符 $\hat{C}$ 的本征值 $S(S+1) = 3/4$.

如果我们能够找到一组 $N \times N$ 矩阵 $\hat{S}_1$、$\hat{S}_2$、$\hat{S}_3$ 满足对易关系

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\varepsilon_{ijk}\hat{S}_k, \tag{5.177}$$

那么就说它们构造了 $SU(2)$ 代数的一个 N 维表示. 这些表示对于描写同位旋大于 1/2 的系统是非常需要的. 我们知道同位旋为 I 的多重态有 $(2I+1)$ 个成员，因此在该同位旋空间中，变换矩阵的维数为 $N=(2I+1)$（核子的变换矩阵是二维的，π 介子的变换矩阵是三维的）. $SU(2)$ 的高维不可约表示都可由若干个基础表示的直乘约化而来. 关于直乘约化的问题，附录 IV 中将有介绍.

3. (5.157) 式中，我们用 u 和 d 来代表质子和中子两种核子状态，分别处于同位旋向上、向下 $\left(S_3 = \pm\frac{1}{2}\right)$ 的两个状态. 对于反核子态我们用 $\bar{u}$, $\bar{d}$ 代表，则状态 $(\bar{d}, \bar{u})$ 具有 $S_3 = \pm\frac{1}{2}$. 这种表示，称为共轭表示，常用以下方法代表

$$2 \equiv (u, d),\ 2^* \equiv (\bar{d}, \bar{u}). \tag{5.178}$$

在同位旋空间转动下，2^* 态是如何变换的呢？

在同位旋空间转动下，基础表示两重态 $\Phi \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ 的变换为

$$\Phi' = \hat{U}\Phi,$$

$$\hat{U}=\exp\left(\frac{1}{2}i\theta\hat{n}\cdot\boldsymbol{\tau}\right)=\cos\frac{\theta}{2}+i\hat{n}\cdot\boldsymbol{\tau}\sin\frac{\theta}{2}. \quad (5.179)$$

这里$\boldsymbol{\tau}$和(5.162)式中的$\boldsymbol{\sigma}$一样，代表泡利矩阵. 在绕I_2轴转动的特殊情况下有

$$\left.\begin{aligned}u'&=\cos\frac{\theta}{2}u+\sin\frac{\theta}{2}d\\ d'&=-\sin\frac{\theta}{2}u+\cos\frac{\theta}{2}d\end{aligned}\right\}. \quad (5.180)$$

两边都取电荷共轭态时，$u\to\bar{u}$, $d\to\bar{d}$，则方程式(5.180)变为

$$\left.\begin{aligned}\bar{u}'&=\cos\frac{\theta}{2}\bar{u}+\sin\frac{\theta}{2}\bar{d}\\ \bar{d}'&=-\sin\frac{\theta}{2}\bar{u}+\cos\frac{\theta}{2}\bar{d}\end{aligned}\right\}. \quad (5.181)$$

如果我们不取$\begin{pmatrix}\bar{d}\\ \bar{u}\end{pmatrix}$，而取$\begin{pmatrix}\bar{d}\\ -\bar{u}\end{pmatrix}$代表反核子两重态，则(5.181)可写成下式

$$\bar{d}'=\cos\frac{\theta}{2}\bar{d}+\sin\frac{\theta}{2}(-\bar{u}). \quad (5.182)$$

则这个两重态和(5.157)式相似，有相同的变换函数

$$\hat{U}=\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2}\\ -\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2}\end{pmatrix}. \quad (5.183)$$

因此将反核子两重态定义为

$$\Phi=\begin{pmatrix}\bar{d}\\ -\bar{u}\end{pmatrix}, \quad (5.184)$$

则其一般的变换式和(5.161)式一样，为

$$\begin{aligned}\Phi'&=\hat{U}\Phi,\\ \hat{U}&=\exp\left(\frac{1}{2}i\theta\hat{n}\cdot\boldsymbol{\tau}\right);\end{aligned} \quad (5.185)$$

即反核子态的变换为

$$\begin{pmatrix} \bar{d}' \\ -\bar{u}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2} \\ -\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}. \tag{5.186}$$

即在上述正、反核子相角关系定义下，反核子态 2^* 和 $SU(2)$ 的基础表示 $\underline{2}$ 有相同的变换函数 $\hat{U}$.

一般的说，N 维特殊么正群 $SU(N)$ $(N=2, 3, 4\cdots)$ 的基础表示为 $\underline{N}$，其共轭表示为 $\underline{N}^*$. 在 $SU(2)$ 的情况下，$\underline{2}$ 和 $\underline{2}^*$ 在转动中具有相同的变换方式. 而对于 $N=3, 4\cdots$ 情况则不同. 例如，$\underline{3}$ 和 $\underline{3}^*$ 在转动中并不具有相同的变换方式，下节中还要介绍这个问题.

4. 我们再介绍一种群的表示，称为正则表示 (Regular representation). $SU(N)$ 群生成元的最简单表示是 N^2-1 个厄米无迹 $N\times N$ 矩阵. 例如 $SU(2)$ 生成元最简单的表示就是三个泡利矩阵. 用这些矩阵我们可以定义 $SU(N)$ 群的 N^2-1 维表示，称为正则表示. 在 $SU(2)$ 的情况下，正则表示就是三维矢量(赝矢量)表示(例如 π 介子).

为了解释正则表示，我们考虑生成元代数 (5.177) 式

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\varepsilon_{ijk}\hat{S}_k.$$

如果选 $\hat{S}_3$ 为对角形式，则三维 $(2^2-1=3)$ 矩阵表示应为

$$\hat{S}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{5.187}$$

$$\hat{S}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{5.188}$$

$$\hat{S}_2 = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \tag{5.189}$$

它们符合 $SU(2)$ 代数. 以本征态作为基矢，$\hat{S}_3$ 作用于其上时，得到

本征值 $S_3 = +1, 0, -1$.例如,π 介子的三个荷电状态 π^+, π^0, π^- 将是一组同位旋基矢.

有时不以荷电状态为基矢,而另选基矢为

$$|\pi_1\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\pi^+\rangle + |\pi^-\rangle),$$

$$|\pi_2\rangle \equiv \frac{i}{\sqrt{2}}(|\pi^+\rangle + |\pi^-\rangle), \tag{5.190}$$

$$|\pi_3\rangle \equiv |\pi^0\rangle;$$

它们很象在同位旋空间旋转下的一个矢量的分量一样. 在这些状态中 $\hat{S}_i$ 的矩阵元素变为

$$\langle \pi_j|\hat{S}_i|\pi_k\rangle = -i\varepsilon_{ijk}. \tag{5.191}$$

例如

$$\langle \pi_1|\hat{S}_3|\pi_2\rangle \equiv -\frac{i}{2}(\langle \pi^+|\hat{S}_3|\pi^+\rangle - \langle \pi^-|\hat{S}_3|\pi^-\rangle)$$

$$= -i \equiv -i\varepsilon_{312}. \tag{5.192}$$

以上特例的方法,对任何 $SU(N)$ 都是正确的.

5.5.3 $SU(3)$ 和 $SU(4)$ 群

如果将基矢由 u, d 扩充到 u, d, s,则可将 $SU(2)$ 群扩充成为 $SU(3)$ 群.

1. 我们研究变换

$$\phi' = \hat{U}\phi, \tag{5.193}$$

其中

$$\phi = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix},$$

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{5.194}$$

变换函数 $\hat{U}$ 为么正么模矩阵,依照$SU(2)$时的写法,此处我们可以

写为

$$\hat{U} = \exp\left(\frac{1}{2} i\theta\hat{n}\cdot\boldsymbol{\lambda}\right), \tag{5.195}$$

和 $SU(2)$ 中的 $\boldsymbol{\sigma}$ 相似，此处 $\boldsymbol{\lambda}$ 是 8 个独立的厄米无迹 3×3 矩阵.

1962 年盖尔曼选此矩阵的形式为

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdot \\ 1 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & \cdot \\ i & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot \\ 0 & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & \cdot & -i \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ i & \cdot & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 1 \\ \cdot & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & -i \\ \cdot & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \tag{5.196}$$

一些地方我们以 · 代替 0，目的是能更清楚地看到 $SU(3)$ 中包括了 $SU(2)$ 子群. $\lambda_{1,2}$ 具有结构

$$\left(\begin{array}{cc|c} \multicolumn{2}{c|}{\sigma_{1,2}} & \begin{matrix}0\\0\end{matrix} \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array}\right), \tag{5.197}$$

是以 $SU(2)$ 为其子群. $\lambda_{6,7}$ 是

$$\left(\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ \hline \begin{matrix}0\\0\end{matrix} & \multicolumn{2}{c}{\sigma_{1,2}} \end{array}\right), \tag{5.198}$$

其中也包含有一个 $SU(2)$ 子群，称为 U 旋. 而 $\lambda_{4,5}$ 则与第三个子群——V 旋有关. 利用图 5.4 所示的基本三重态可以看出，这些 $SU(2)$ 二重态是

$$u, d(\hat{I}); \ d, s(\hat{U}); \ u, s(\hat{V}).$$

容易看出，λ_1，λ_4，λ_6 和 σ_1 相似，只是多了一个元素为零的行和列. 同样地，λ_2，λ_5 和 λ_7 很象 σ_2，λ_3 和 σ_3 相似. λ_8 在

$SU(2)$ 中没有相似的算符与之对应. 它和 λ_3 对易，所以 $SU(3)$ 群是 2 秩的. 对于幺正群 $U(3)$ 的情况，还应加上一个无穷小算子 λ_0:

$$\lambda_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{5.199}$$

λ_0 和 λ_3, λ_8 均互相对易，所以 $U(3)$ 群是 3 秩群，物理上解释 $\frac{1}{3}\lambda_0$ 是和重子数 B 相对应的算符. 同样的可以把 $F_3 = \frac{1}{2}\lambda_3$ 解释为和同位旋 I_3 对应的算符，因为 F_3 作用到 u, d, s, 上时，分别得到本征值 $\pm\frac{1}{2}$, 0. 而 $\frac{2}{\sqrt{3}} F_8 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}\lambda_8$ 则被解释为和超荷 Y 相对应的算符. 即有

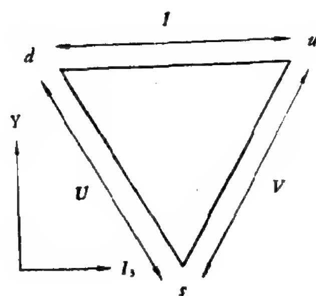


图 5.4 $SU(3)$ 三重态包括 I, U, V 等三个 $SU(2)$ 二重态

$$\mathrm{B} = \frac{1}{3}\lambda_0, \; I_3 = F_3, \; \mathrm{Y} = \frac{2}{\sqrt{3}} F_8. \tag{5.200}$$

通过计算可以得到矩阵 $\frac{1}{2}\lambda_i$ 的对易关系

$$\left[\frac{1}{2}\lambda_i, \frac{1}{2}\lambda_j\right] = i f_{ijk}\left(\frac{1}{2}\lambda_k\right). \tag{5.201}$$

表 5.5 给出结构常数 f_{ijk} 的值. 对于交换任意两个指标它都是全反对称的.

这些矩阵也满足反对易关系

$$\left\{\frac{1}{2}\lambda_i, \frac{1}{2}\lambda_j\right\} = \frac{1}{3}\delta_{ij} + d_{ijk}\left(\frac{1}{2}\lambda_k\right); \tag{5.202}$$

其中 d_{ijk} 对交换任意两个指标是全对称的. 它的非零独立元素值也在表 5.5 中给出.

表 5.5 $SU(3)$ 群的结构常数

$f_{123}=1$
$f_{147}=f_{246}=f_{257}=f_{345}=f_{516}=f_{637}=\frac{1}{2}$
$f_{458}=f_{678}=\frac{\sqrt{3}}{2}$
$d_{118}=d_{228}=d_{338}=-d_{888}=\frac{1}{\sqrt{3}}$
$d_{146}=d_{157}=d_{256}=d_{344}=d_{355}=\frac{1}{2}$
$d_{247}=d_{366}=d_{377}=-\frac{1}{2}$
$d_{448}=d_{558}=d_{668}=d_{778}=-\frac{1}{2\sqrt{3}}$

2. $SU(3)$ 卡西米尔算符

在 $SU(2)$ 群中我们找到了由各生成元组成的算符 $\hat{C}$ 和群的所有生成元对易

$$\hat{C}=\hat{I}^2=\frac{1}{2}(\hat{S}_+\hat{S}_-+\hat{S}_-\hat{S}_+)+\hat{S}_3^2$$
$$\equiv\frac{1}{2}\{\hat{S}_+,\hat{S}_-\}+\hat{S}_3^2, \tag{5.203}$$

它的本征值是 $S(S+1)$. 在 $SU(3)$ 群中对应的不变算符是

$$\hat{F}^2=\sum_{i=1}^{8}\hat{F}_i\hat{F}_i=\frac{1}{2}\{\hat{I}_+,\hat{I}_-\}+\hat{I}_3^2+\frac{1}{2}\{\hat{U}_+,\hat{U}_-\}$$
$$+\frac{1}{2}\{\hat{V}_+,\hat{V}_-\}+\hat{F}_8^2; \tag{5.204}$$

其中

$$\hat{I}_\pm\equiv\hat{F}_1\pm i\hat{F}_2,\quad \hat{I}_3\equiv\hat{F}_3$$
$$\hat{U}_\pm\equiv\hat{F}_6\pm i\hat{F}_7,\quad \hat{Y}\equiv\frac{2}{\sqrt{3}}\hat{F}_8$$
$$\hat{V}_\pm\equiv\hat{F}_4\pm i\hat{F}_5. \tag{5.205}$$

算符 $\hat{I}_+$, $\hat{V}_+$ 和 $\hat{U}_-$ 都能增加 I_3 的数值，因而我们可以定义 I_3 值最大的状态 $\phi_{\max}$，有

$$\hat{I}_+\phi_{\max} = \hat{V}_+\phi_{\max} = \hat{U}_-\phi_{\max} = 0. \tag{5.206}$$

我们将 $\hat{F}^2$ 作用到某一表示的最大状态上来计算对任一 $SU(3)$ 表示卡西米尔算符的本征值.

首先我们使用表 5.5 中的 f_{ijk} 数值来证明

$$[\hat{I}_+, \hat{I}_-] = 2\hat{I}_3,$$

$$[\hat{U}_+, \hat{U}_-] = \frac{3}{2}Y - I_3 \equiv 2U_3,$$

$$[\hat{V}_+, \hat{V}_-] = \frac{3}{2}Y + I_3 \equiv 2V_3. \tag{5.207}$$

[可以和 $SU(2)$ 群的 (5.172) 及 (5.173) 式比较一下].

3. $\underline{3}^*$ 态

$SU(3)$ 群基础表示 $\underline{3}$ 为

$$\phi = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}.$$

另有其共轭表示 $\underline{3}^*$ 为

$$\phi^* = (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}); \tag{5.208}$$

其中 $\bar{u} = (1, 0, 0)$, $\bar{d} = (0, 1, 0)$, $\bar{s} = (0, 0, 1)$.

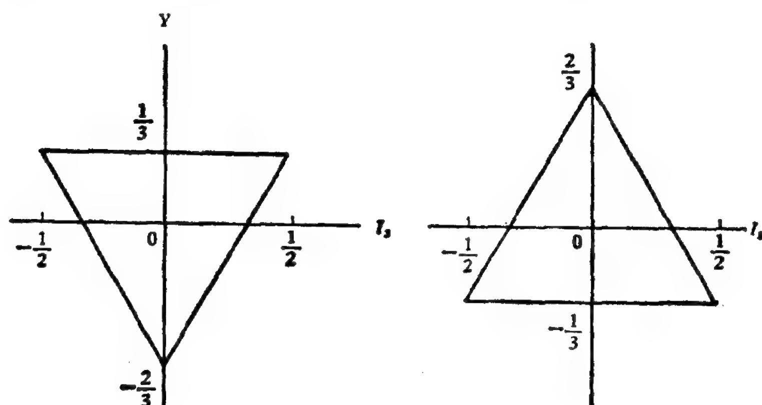


图 5.5 $\underline{3}$ 和 $\underline{3}^*$ 态的权 $(Y - I_3)$ 图

$SU(3)$ 共轭表示 $\underline{3}^*$ 的变换关系为

$$\phi^{*\prime} = \phi^* \hat{U}^+. \tag{5.209}$$

$SU(3)$ 的基础表示 $\underline{3}$ 及其共轭表示 $\underline{3}^*$ 不等价,不能够通过某种么正变换将 $\underline{3}$ 变为 $\underline{3}^*$.

由图 5.5 可以看到这一点,$\underline{3}$ 和 $\underline{3}^*$ 两种态的超荷量子数 Y 不同,因此两者不相当. 在 $SU(2)$ 中,(u, d) 和 $(\bar{d}, \bar{u})$ 两态中均无超核 Y 值,故两者相当.

4. $SU(4)$

$SU(4)$ 的基础表示是四维的,基底是协变基底 ϕ_i

$$\phi_1 = c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\phi_3 = d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \phi_4 = s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$SU(4)$ 群元素作用于此协变基底上得到基础表示. 任一状态矢量可以表示为

$$\phi = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}. \tag{5.210}$$

可以用图形表示之(图 5.6),

这时变换 $\phi' = \hat{U}\phi$ 的变换函数 $\hat{U}$ 为 4×4 么正么模矩阵. 如同 $SU(3)$ 中的写法,我们有

$$\hat{U} \equiv \exp\left(\frac{1}{2} i\theta\hat{n} \cdot \boldsymbol{\lambda}\right). \tag{5.211}$$

此处 λ_j 为 15 个独立的厄米无迹 4×4 矩阵. 我们选 $\lambda_1\cdots\lambda_8$ 和 $SU(3)$ 的 $\lambda_1\cdots\lambda_8$ 一样,只是多了一行及一列零,

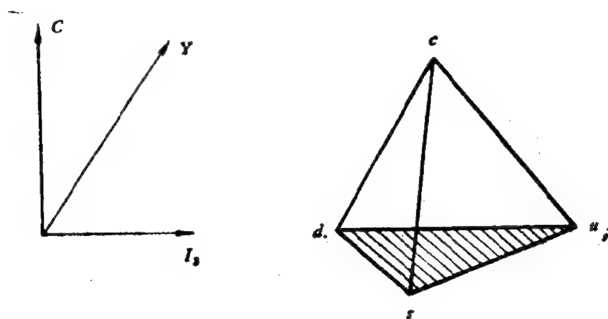


图5.6 $SU(4)$四重态

$$\lambda_i = \left(\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & & & \\ 0 & & \lambda_i & \\ 0 & & & \end{array}\right) i = 1\cdots 8. \tag{5.212}$$

有六个非对角矩阵，类似泡利矩阵，选成

$$\lambda_9 = \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \\ \hline & 0 & 0 \end{array}\right), \quad \lambda_{10} = \left(\begin{array}{cc|c} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & \\ \hline 0 & & 0 \end{array}\right),$$

$$\lambda_{11} = \left(\begin{array}{cc|cc} & & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & & \\ 0 & 0 & & 0 \end{array}\right), \quad \lambda_{12} = \left(\begin{array}{cc|cc} & & -i & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ \hline i & 0 & & \\ 0 & 0 & & 0 \end{array}\right),$$

$$\lambda_{13} = \left(\begin{array}{cc|cc} & & 0 & 1 \\ & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & & \\ 1 & 0 & & 0 \end{array}\right), \quad \lambda_{14} = \left(\begin{array}{cc|cc} & & 0 & -i \\ & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & & \\ i & 0 & & 0 \end{array}\right), \tag{5.213}$$

最后还有一个无迹的对角矩阵 λ_{15}，在层子模型中，我们用它来区别 c 层子和 u，d，s 层子，

$$\lambda_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(\begin{array}{cc|cc} -3 & 0 & & \\ 0 & 1 & & \\ \hline & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \end{array}\right). \tag{5.214}$$

我们定义粲数 C 是下列矩阵的本征值

$$C=\frac{1}{4}(1-\sqrt{6}\,\lambda_{15})=\begin{pmatrix}1 & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 0\end{pmatrix}. \tag{5.215}$$

本章介绍了和各种守恒定律相联系的对称性. 有些守恒定律对各种相互作用都是普遍正确的,和它们对应的对称性是完全的. 例如, 反映时空的对称性: 空间平移、转动、时间平移等不变性都是完全的, 绝对的. 但另一些内部对称性, 和分立对称性则是不完全的,破缺的,近似的. 在有些情况下,例如在弱作用中,它们常被破坏. 破坏的原因目前还不很明确. 它们可能不是反映时、

表 5.6 各种相互作用中守恒定律被遵守的情况

守恒量		强作用	电磁作用	弱作用
能量、动量、角动量		是	是	是
重粒子数 B		是	是	是
电荷 Q		是	是	是
轻粒子数 L_e 及 L_μ		是	是	是
同位旋	I	是	否	否 $\begin{pmatrix}\Delta I=1,\text{当 }\Delta S=0\\ \Delta I=\frac{1}{2},\text{当 }\Delta S=1\end{pmatrix}$
	I_3	是	是	否
奇异数 S		是	是	否
G 宇称 G		是	否	否
宇称 P		是	是	否
电荷共轭 C		是	是	否
时间反演 T		是	是	是(但 K^0 衰变中有 10^{-3} 破坏)
CP		是	是	是(但 K^0 衰变中有 10^{-3} 破坏)
CPT		是	是	是

空本身的对称性质，而和相互作用关系更密切一些。是否有超弱，超强等相互作用存在等问题，目前仍待研究。现将各种守恒定律的适用范围列入表 5.6 中：

习 题

1．当由核子和反核子组成的系统处在 $^1S_0$，$^3S_1$，$^1P_1$ $^3P_0$，$^3P_1$，$^3P_2$ 态时，求它们所有可能的量子数 P、I、C 和 G.

2．证明 ω 介子不能通过强衰变或电磁衰变成 η 和 π 介子（$\omega \not\rightarrow \eta + \pi$）.

3．证明 η 介子不能通过强衰变变成 $3\pi^0$ 或 $2\pi^0\gamma$.

4．ρ 介子具有量子数 $I^G = 1^+$，$J^{PC} = 1^{--}$，试说明 ρ 介子能够衰变到下列哪些道？为什么？

$$\pi^+\pi^-;\ \pi^0\pi^0;\ \pi^+\pi^-\pi^0;\ \eta\pi^0.$$

5．证明 3 个 π 介子的轨道角动量为 0 时；该 3 个 π 介子不能处于 $J^P = 0^+$ 态.

6．由一个电子和一个正电子组成的 $^1S_0$ 态，能否衰变为 3 个光子？为什么？

7．分析下列过程能否发生：

$$K^+ + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0,$$

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-.$$

如果能发生，判断是在哪种相互作用下进行的.

8．实验中观察不到下述过程：

$$\Lambda \rightarrow n + \gamma,$$

试分析其原因.

9．任何强子都可能通过一定的强相互作用过程产生出来，只要这些过程满足有关的守恒定律．请写出用质子轰击氢靶时，能导致 Λ，K^-，$\bar{\Lambda}$ 及 Ξ 粒子产生的过程，各举一例.

10．区分下列过程，哪些是强作用，电磁作用或弱作用，哪些是完全禁戒的．并说明在每种过程中，宇称、奇异数，同位旋及其第三分量等量子数，哪些是守恒的.

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma \qquad \Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$$

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^- \qquad \pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$$

$$\pi^- + p \to n + \pi^0 \quad \gamma + p \to p + \pi^0$$
$$\Lambda^0 \to p + \pi^- \quad K^0 \to \pi^+ + \pi^-$$

参 考 文 献

[1] Lewis Ryder, Elementary Particle and Symmetry, Gordon and Breach Science Publishers, (1975).

[2] R. P. Feynman, The Feynman Lecture on Physics, Vol. III. Addison-Wesley, (1965).

[3] G. C. Wick, Invariance Principles of Nuclear Physics, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **8**, 1 (1958).

[4] G. C. Wick, Group Theory, Invariance Principles, Symmetries in High Energy Physics, Gordon and Breach, (1965).

[5] N. J. Kemmer, Invariance in Elementary Particle Physics, *Reports on Progress in Physics*, **22**, 368 (1959).

[6] W. D. Hamilton, Parity Violation in Electromagnetic and Strong Interaction Processes, *Prog. Nucl. Phys.* **10**, 1 (1969).

[7] E. G. Rowe, Present Status of *C*, *P* and *T*-invariance, *Rep. Prog. in Phys.* **32**, 273 (1969).

[8] E. M. Henly, Parity and time-reversal invanance in nuclear physics, *Ann. Rev. Nucl. Science* **19**, 367 (1969).

[9] D. Tadic, Parity non-conservation in nuclei, *Rep. Prog. Phys.* **43**, 67 (1980).

[10] 时间反演，现代物理学参考资料，第5集，科学出版社，104—117页.

[11] 陆 埮，罗辽复，对称性与守恒律，高能物理，2,15—17(1978).

[12] M. 卡梅利，S. 马利著，许 槑译，旋转群及洛伦兹群的表示(导论)，科学出版社,(1979).

第六章 强子结构

§6.1 强子分类

在已知三大类粒子——强子、轻子、媒介子中，强子数目最多，包括共振态约有二百多种，质量不等，形成一个强子谱系，其数目比化学元素还多．这些粒子都是基本的吗？它们是否仍然有结构，有更深入的物质结构层次呢？回忆一下物质微观结构理论的发展是有好处的．1860年俄国科学家门捷列夫将当时已知的几十种化学元素按性质分类归纳，找出内在规律性，排列出元素周期表．1911年罗瑟福德提出原子结构理论，才开始对元素周期表有所了解．1925年后，量子力学的发展，对六十五年前发现的元素周期表用不相容原理进行了解释．原子核理论进展过程也是类似的，从对几百种同位素性质的研究中，发现了一些规律性，如原子核能谱及幻数等周期性规律．在此基础上，发展出原子核壳层模型和综合模型，对原子核结构有所了解．但由于强作用动力学问题未解决，我们对原子核的理解还局限于唯象理论水平．

由此可见，原子和原子核理论的发展，都开始于对规律性的经验观察，发展出一些模型，在此基础上再解决动力学问题，作出结论．由发现规律性到很好地解释它们，路程是很长的．由于实验和理论上存在着很多困难，粒子理论的发展，也许要经历更长的时间．

要分析强子性质，就要分析强子质量、寿命、自旋、同位旋等量子数．半个多世纪以来，在强子性质中发现了一些规律性，包括强子作用，转化和一些对称性质．科学工作者根据这些规律性提出了各种强子分类和结构模型．近三十年来，对强子结构有了一定的认识，我们简述其历史发展，重点介绍强子的层子结构模型．

6.1.1 费米-杨振宁模型

第一个强子结构模型是费米和杨振宁提出的，早在1949年，他们就企图用更“基本”的粒子解释一些粒子的组合态．他们假设π介子是由核子-反核子组成．这一假设在解释π介子的自旋、宇称、重粒子数、电荷、同位旋等量子数上是成功的．巨大的质量亏损可以用强作用中结合能很大来解释．在他们提出这种假设时，实验上还没有发现反核子，六年以后，在1955年，实验上才发现反质子，1956年发现反中子．

通过G变换可以算出反核子态同位旋量子数，根据(5.35)式

$$\hat{G}=\hat{C}\hat{R}=\hat{C}\exp(i\pi\hat{I}_2),$$

其中I_2是泡利矩阵第二分量乘以$\frac{1}{2}$．将指数项按πI_2展开，利用$(2I_2)^2$为单位矩阵，得到

$$\begin{pmatrix}p\\n\end{pmatrix}\xrightarrow{R}\left(\cos\frac{\pi}{2}+2iI_2\sin\frac{\pi}{2}\right)\begin{pmatrix}p\\n\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p\\n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}n\\p\end{pmatrix}\tag{6.1}$$

$$\begin{pmatrix}p\\n\end{pmatrix}\xrightarrow{R=CR}\begin{pmatrix}\bar{n}\\-\bar{p}\end{pmatrix};\tag{6.2}$$

其中$\bar{p}$、$\bar{n}$表示反核子态．表6.1给出在上述定义下，核子和反核子的同位旋分量I_3的量子数．反核子属于$SU(2)$共轭表示(5.184式)．

表6.1 核子、反核子的I_3及重子数B

I_3	B=+1	B=−1
$+\frac{1}{2}$	p	$\bar{n}$
$-\frac{1}{2}$	n	$-\bar{p}$

核子-反核子体系的同位旋态在表6.2中给出，从中可以看到

一些 $N\bar{N}$ 态和 π 介子有相同的同位旋和重子数．为了对比也列出核子-核子体系的有关状态，其同位旋可能相同，但其重子数则不同．

表 6.2　$N\bar{N}$ 及 NN 体系的同位旋态

I	I_3	核子—反核子 (B = 0)	核子—核子 (B = 2)
	+1	$p\bar{n} \longleftrightarrow \pi^+$	pp
1	−1	$-n\bar{p} \longleftrightarrow \pi^-$	nn
	0	$\frac{n\bar{n} - p\bar{p}}{\sqrt{2}} \longleftrightarrow \pi^0$	$\frac{np + pn}{\sqrt{2}}$
0	0	$\frac{n\bar{n} + p\bar{p}}{\sqrt{2}} \longleftrightarrow \eta$	$\frac{np - pn}{\sqrt{2}}$

表6.2中 $N\bar{N}$ 态前三项为 $I = 1$ 的同位旋三重态，最后一项为 $I = 0$ 的同位旋单态．先考虑核子-反核子体系在 $l = 0$ 和自旋反平行 $S = 0$，即总角动量 $J = 0$ 时的情况．根据(5.147)式知道：$I = 1$ 的态G宇称为负，$I = 0$ 的G宇称为正．核子-反核子的本征宇称相反，在 $l = 0$ 时，$N\bar{N}$ 系统的宇称为负 $\pi = -1$．因此 $N\bar{N}$ 系统三重态的 J^{PG} 为 0^{--} 和 π 介子一致；单态基态的 J^{PG} 为 0^{-+}，和 η 介子一致．这样，费米-杨振宁模型可以解释 π，η 介子的组成．但后来知道这种解释是不正确的．

6.1.2　盖尔曼-西岛分类系统

在奇异量子数 S 概念提出后不久，1955年盖尔曼-西岛在分析总结核子的各种量子数时发现，所有强子的电荷 Q（以电子电荷为单位），同位旋第三分量 I_3，重粒子数 B 以及奇异量子数 S 之间存在着一个简单的关系，称为盖尔曼-西岛关系式．我们在第四章中已经提到过该式 (4.107)，现将其重新写出，并加以分析

$$\frac{Q}{e} = I_3 + \frac{B}{2} + \frac{S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2}.$$

这个经验规律不仅概括了当时已经发现的所有强子，而且还

预言了一些当时尚未被发现的强子的存在．例如 ρ，η，Ω^- 等都是盖尔曼-西岛提出以上关系式，有所预言后，实验上才发现的．另一方面，实验上始终没有发现过不符合这个规律的强子存在．

按照盖尔曼-西岛关系，还可以推导出以下一些结论．

1. 凡是 Y 为偶数的强子，I 为整数．凡是 Y 为奇数的强子，I 为半整数．

2. 任何一组同位旋多重态的平均电荷均为 $\frac{Y}{2}$．例如，核子的 $Y=1$，质子和中子的平均电荷为 1/2．Ξ 超子的 $Y=-1$，Ξ^0 和 Ξ^- 的平均电荷为 $-1/2$．这两组同位旋二重态电荷分布的差异，在这里可以得到一些解释．

3. 在强作用中，除电荷 Q，重子数 B 肯定守恒外，同位旋 I 和奇异数 S 也是守恒的．因而总有

$$\Delta I_3 = -\Delta\left(\frac{S}{2}\right) = 0.$$

4. 在弱作用中，电荷 Q 及重子数 B 守恒．非轻子弱过程中，始末态均有 I_3 及 S 值，但不守恒，$\Delta I_3 = -\frac{1}{2}\Delta S \neq 0$，可以说在弱作用中，由于 S 不守恒，导致 I_3 及 I 均不守恒．

表 6.3 三种相互作用中量子数守恒情况

	I	I_3	S	B	Q
强相互作用	守　恒	守　恒	守　恒	守恒	守恒
电磁相互作用	不守恒	守　恒	守　恒	守恒	守恒
弱相互作用	不守恒	不守恒	不守恒	守恒	守恒

5. 在强子参与的电磁作用过程中，由于 B, S, Q 等量子数均守恒，I_3 也守恒．因此在电磁作用过程中，I 的变化只能是整数，不可能是半整数．

总结起来，在三种相互作用过程中，强子的量子数守恒性质如表 6.3 所示．

6.1.3 坂田（Sakata）模型

费米-杨振宁模型的缺点之一是不能解释奇异粒子的构成. 1956年坂田将更基本的粒子扩充到三个：p，n，Λ，及其对应的反粒子$\bar{p}$,$\bar{n}$,$\bar{\Lambda}$，有人称之为坂田子. 坂田给出这些量子数如表6.4所示. 用这三种粒子作基础，可以很好的解释各种介子的组成.

表 6.4 坂田子量子数

坂田子＼量子数	I	I_3	Q	S	B
p	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	0	+1
n	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	+1
Λ	0	0	0	−1	+1

坂田认为：介子是由重子-反重子组成的.三个重子p,n,Λ和三个反重子$\bar{p}$,$\bar{n}$,$\bar{\Lambda}$可以组成九种重子-反重子系统，分别和π, K, η,η'等介子相对应(表6.5). (可参看Phys. Rev. **76**, 1939 (1949).

在Y-I_3平面上作图6.1，可以看到八重态和单态. 其中π^0, η', η'三个混合态是分别正交的，有$\langle\eta|\eta'\rangle = 0$,$\langle\eta|\eta\rangle = 1$等关系.

在表6.2中看到，两个二重态N$\bar{\text{N}}$系统给出四个独立状态：$I = 1$的三重态和$I = 0$的单态. 三重态的三个态之间，可以通过同位旋空间的转动相互变换. 例如，可使用$\hat{I}_\pm$算符(4.62)在$I = 1$的三个I_3态之间进行变换. 但是设有算符可以将$I = 0$的态变换成$I = 1$的态. 用群论的语言来说，核子是$SU(2)$对称群的“2”表示. 反核子则是$SU(2)$对称群“2^*”的表示. 已经说过，对$SU(2)$，2和2^*是等价的. $2\otimes2^*$组合可约化为$I = 0$的单态(或“1”表示)，及$I = 1$的三重态(或“$\underline{3}$”表示)

$$\underline{2}\otimes\underline{2}^* = \underline{1}\oplus\underline{3}.$$

表 6.5 坂田模型中介子的组成

		I	I_3	$Y=S$	对应介子	G	J^P	质量(MeV)
三重态	$p\bar{n}$	1	+1	0	π^+	−1	0^-	~140
	$-\bar{p}n$	1	−1	0	π^-	−1	0^-	~140
	$\frac{n\bar{n}-p\bar{p}}{\sqrt{2}}$	1	0	0	π^0	−1	0^-	~140
二重态	$p\bar{\Lambda}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+1	K^+		0^-	~495
	$n\bar{\Lambda}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	+1	K^0		0^-	~495
二重态	$\Lambda\bar{n}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	−1	$\bar{K}$		0^-	~495
	$\Lambda\bar{p}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	−1	K^-		0^-	~495
单态	$\frac{n\bar{n}+p\bar{p}-2\Lambda\bar{\Lambda}}{\sqrt{6}}$	0	0	0	η	+1	0^-	~549
单态	$\frac{n\bar{n}+p\bar{p}+\Lambda\bar{\Lambda}}{\sqrt{3}}$	0	0	0	η'	+1	0^-	~958

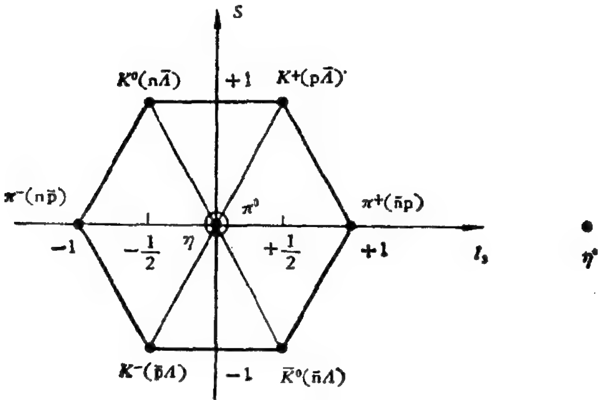


图 6.1 坂田模型中的介子态

$I=0$ 的单态 η，在表 6.2 中，从同位旋角度看，是不能变换的孤立态。但在表6.5中，由于引入了另一量子数 S，它必然也包括 $\Lambda\bar{\Lambda}$

的组合．因此 η 虽然不能沿 I_3 轴变换成 π^+, π^0, π^- 态，但 η' 或 η 和 π^0 的某种线性组合，却能沿图 6.1 中 11 点钟的方向，或称 U 旋轴，变换成 K^0 及 $\overline{K}^0$ 态，对这一点，以后还要仔细介绍．因此表 6.5 中除 η' 以外的八个态是可以相互变换的．只有 η' 态是 $SU(3)$ 的单态．用群论的式子表示为

$$\underline{3}\otimes 3^* = \underline{8}\oplus 1.$$

$SU(3)$ 八重态 π^+, π^0, π^-(质量～140 MeV)，K^+, K^-, K^0, $\overline{K}^0$ (质量～495 MeV)，η (质量～549 MeV) 和单态 η' (质量～958 MeV) 的自旋、宇称 (J^P) 都是 0^-．我们假定坂田子和反坂田子自旋相反 (S = 0)，轨道角动量为零($l = 0$)即可以自然的得到坂田子和反坂田子系统的 $J = 0$, $\pi = -1$ ($J^P = 0^-$)的结果．在 $l = 0$, S = 1 (自旋方向相同) 时，$J = 1$, $\pi = -1$，这是坂田子和反坂田子系统组成矢量介子 ($J^P = 1^-$) 的情况．

如上所述，坂田模型可以很好地解释介子的组成．但解释重子时，却出现了困难．我们不能用三个坂田子(或三个反坂田子)组成重子，因为那时重粒子数 B 将为 3 (或－3)．只能认为两个坂田子和一个反坂田子组成重子，以保证重子数为 1．例如，认为 $\Sigma^+ = \Lambda p\bar{n}$, $\Sigma^- = \Lambda\bar{p}n$ (S = －1, B = 1)，这时重子数和奇异粒子数等可以得到解释，但这种方法不能排除自然界不存在的 $pn\bar{\Lambda}$ 粒子 (S = ＋1) 等情况，因而坂田模型在解释重子组成时遇到困难．

实际上，不用 p, n, Λ 而用另外三个费米子作更基本的粒子，也能解释奇异强子的组成．而另一些人，如戈德海伯 (Goldheber) 等，则认为 N 与 K 是更基本的粒子，其它粒子是由它们组成的．例如，他认为

$$\Sigma^+ = (\overline{K}^0 p), \quad \Sigma^- = (K^- n),$$

而 Σ^0, Λ^0 则是 K^-p 和 K^0n 态的某种组合．这些假设都各有其成功和失败之处，都有其局限性．但这些尝试都给强子分类及强子结构理论的发展奠定了基础．

6.1.4 强子的超多重态

坂田模型较好地解释了介子构成，但不能圆满地解释重子构成，不是成功的粒子模型，但是在坂田模型理论分析中，我们看到了某些新的对称性质. 九个 $J^P = 0^-$ 的介子，除了 η' 比较孤立外，另外八个介子之间似乎存在着某种内在联系. 在第四章中我们知道了八个 $J^P = \frac{1}{2}^+$ 的重子也可以组成类似的图形，说明在重子之间也存在着内在联系.

在 Y-I_3 图中，在 I_3 方向(同一 Y 不同 I_3) 看是同位旋多重态. 同一组多重态中的各个粒子质量之间略有差异. 根据同位旋理论，这种质量差异是由于电磁作用引起的. 如果能够将电磁作用去掉，这组同位旋多重态中的各个粒子质量应相同（能级退化）. 由于电磁作用（$H_{电磁}$）存在，使一组同位旋多重态中各态按 I_3 劈裂，解除了退化状态，具有不同质量. 图 6.2 给出了核子及 π 介子质量劈裂的示意图. 作为比较，图 6.2 还给出在磁场中带有不同磁矩分量的质子能级劈裂情况. 去除磁场后质子能级退化，

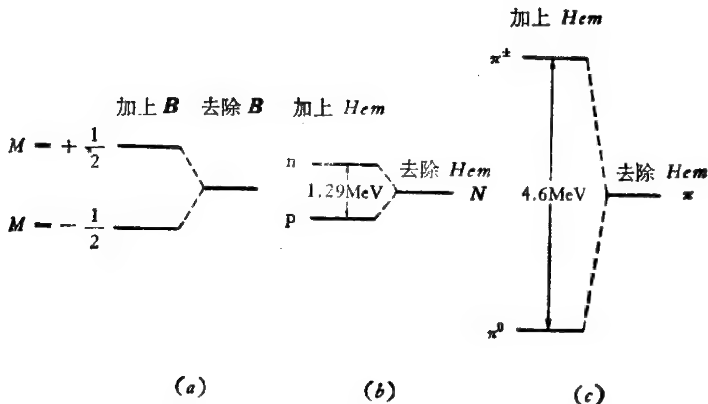


图 6.2 磁场造成不同磁矩 $\left(M = \pm\frac{1}{2}\right)$ 质子能级的劈裂

电磁作用造成中子、质子和 $\pi^{\pm}$, π^0 的质量劈裂. 去除这些作用，质量劈裂解除，能级或粒子多重态退化

我们不能再区分带有不同磁矩分量的两个质子．磁场存在才能使退化解除．

我们的目的是要找出多种强子的内在联系．看看更“基本”的强子有哪几种．根据同位旋理论，π^+, π^0, π^- 三者在强作用中原是一种粒子，其它同位旋多重态的情况也类似，这样就使“独立”强子的数目大大减少．我们现在要问：Y-I_3 图中不同 Y 量子数的各组同位旋多重态的自旋、宇称均相同，它们是否原来也是一种粒子，由于某种原因使它们产生了质量差异呢？

我们看看各组同位旋多重态内部的质量差异，在 J^P 等于 $\frac{1^+}{2}$ 的一族重子中，包含四组同位旋多重态．其量子数和质量如下：

N	$I=\frac{1}{2}$	$Y=1$	$S=0$	~939MeV
Λ	$I=0$	$Y=0$	$S=-1$	~1116MeV
Σ	$I=1$	$Y=0$	$S=-1$	~1192MeV
Ξ	$I=\frac{1}{2}$	$Y=-1$	$S=-2$	~1315MeV

各组质量差异的相对比例如下：

$$\frac{m(\Sigma)-m(N)}{m(\Sigma)+m(N)}=\frac{253}{2131}\cong 12\%, \tag{6.3}$$

$$\frac{m(\Xi)-m(N)}{m(\Xi)+m(N)}=\frac{376}{2254}\cong 17\%; \tag{6.4}$$

这种质量差异比电磁作用造成的质量劈裂相对要大．对另一族 0^- 介子(图 4.11)来说，其中也包含有四组同位旋多重态，它们的量子数和质量如下页表．各组质量差异的相对比例更大

$$\frac{m(K)-m(\pi)}{m(K)+m(\pi)}=\frac{355}{635}\cong 56\%. \tag{6.5}$$

这样大的相对质量差异，似乎不好说是“质量劈裂”．我们知道，电磁作用造成的质量劈裂只有几个 MeV．对 $\pi^\pm$ 和 π^0 介子来说，质

K	$I=\frac{1}{2}$	$Y=S=1$	~495MeV
η	$I=0$	$Y=S=0$	~549MeV
π	$I=1$	$Y=S=0$	~140MeV
$\bar{K}$	$I=\frac{1}{2}$	$Y=S=-1$	~495MeV

量相差 4.9 MeV，相对质量差异只有

$$\frac{m(\pi^{\pm})-m(\pi^{0})}{m(\pi^{\pm})+m(\pi^{0})}=\frac{4.6}{275}\simeq 1.6\%. \tag{6.6}$$

但是如果不同 S 的各组同位旋多重态之间的质量差异是由于某种强作用(总强作用中的某一部分)造成的劈裂的话，一般地说，强作用比电磁作用强一百多倍，那么产生几百 MeV 的质量差异也是可以理解的. 如果是这样，那就可以认为九个 0^- 态介子是由同一个赝标原粒子劈裂出来的(图 6.3). 这种原粒子的质量是由某一部分强相互作用产生的. 总之，按照现有理论，由于某一种强相互作用存在，造成了不同奇异数 S (或不同超荷数 Y) 的各组粒子之间的质量差异. 电磁相互作用的存在，造成同一奇异数，不同 I_3 值的粒子之间质量差异. 弱相互作用存在则造成 K^0, $\bar{K}^0$ 粒子之间的质量差异(很小). 这样看，九个 0^- 态介子可能是由同一原粒子(有人称为 U_s 粒子)派生出来的一个家族. 我们称它们为一族超多重态.

对于 $\frac{1}{2}^+$ 重子八重态，情况完全类似. 也可以认为它们属于另一族超多重态. 是由另一种原粒子派生出来的.

在 1 GeV 附近，还存在有另外两族超多重态. 有关情况，统一列于表 6.7 中.

1^- 族九个矢量介子，在 Y-I_3 坐标平面上的分布情况(图 4.30)和 0^- 赝标介子情况(图 4.11)相似. $\frac{3}{2}^+$ 族十重态重子，在 Y-I_3 坐标平面上的分布情况见图 4.23.

前面说过，1962 年提出超多重态理论时，Ω^- 粒子并未发现，

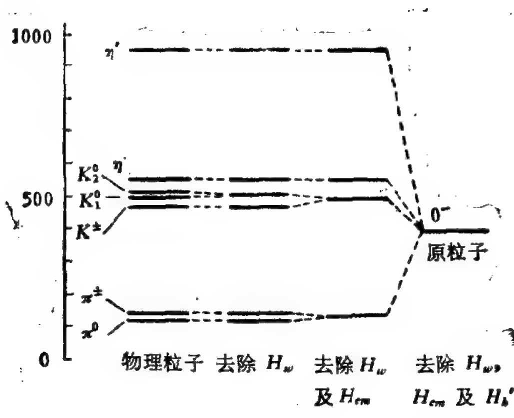


图 6.3　质量在 1GeV 以下的九个赝标量介子．最左边是自然界中存在的九种介子的质量．向右走，先去除弱作用 H_w，再去除电磁作用 H_{em}，最后去除一部分强相互作用．由于 H_w 和 H_{em} 造成的质量劈裂是被夸大了的，原粒子的质量目前还不清楚．

表 6.7　四族较低质量超多重态参数表

自旋宇称 J^P	粒子类型	超多重态成员	成员数目	原粒子静止质量(粗估GeV)
0^-	玻色子	$\pi K\bar{K}\eta\bar{\eta}$	9	0.4
1^-	玻色子	$\rho K^*\bar{K}^*\omega\varphi$	9	0.8
$\frac{1}{2}^+$	费米子	$N\Lambda\Sigma\Xi$	8	1.2
$\frac{3}{2}^+$	费米子	$\Delta\Sigma^*\Xi\Omega$	10	1.4

这个理论预言应存在 Ω^- 粒子，其量子数为 $I=0$，$Y=-2$，$S=-3$，$J^P=\frac{3^+}{2}$．而且，从前三组同位旋态的质量分布是等间距的，间距约为 146MeV 的规律性

$$m(\Omega^-)-m(\Xi^*)\cong m(\Xi^*)-m(\Sigma^*)$$
$$\cong m(\Sigma^*-\Delta)\cong 146\text{MeV}. \qquad (6.7)$$

人们估计 Ω^- 粒子的质量应为

$$m(\Omega^-)=1676\text{MeV}.$$

由于 Ω^- 的奇异数应为-3．在奇异数守恒时，最低质量的强

作用衰变方式本应为

$$\Omega^- \to \Xi^0 + K^-.$$

Ξ^0 和 K^- 的质量分别为 1315MeV 和 494MeV，两者之和大于 1676MeV，因而这种衰变方式在质量上是不能实现的. 故 Ω^- 对强作用衰变应是稳定的. 当时估计它可能是最后一个“稳定”粒子了，故用最末一个希腊字母命名. 假设 Ω^- 按 $\Delta S = -1$ 的规律衰变时，应有

$$\Omega^- \to \begin{cases} \Lambda + K^- \\ \Xi^- + \pi^0 \\ \Xi^0 + \pi^-. \end{cases}$$

因为是弱衰变，寿命应约为 10^{-10} 秒. 其径迹在泡室中应能看到.

正是在这些理论的预言下，1964 年美国 BNL 实验室巴恩斯等人发现了 Ω^- 粒子(图 4.24)，这一发现是超多重态理论的一个重大胜利.

根据这些实验事实和规律性，超多重态理论认为：在同位旋多重态的基础上，相同自旋及宇称 (J^P)，不同奇异数 (S) 的各组同位旋多重态诸粒子之间是有联系的，是能够互相转化的. 它们实际上属于同一原粒子 U_r 的不同电荷 (I_3)，超荷 (Y) 或奇异数 (S) 的超多重态. 支持这个理论的另一方面实验事实是从强子弱衰变中总结出来的几种选择定则(详细情况将在第八章中介绍，这里只引用了一些结论). 从衰变前后粒子奇异数是否变化，可以把强子弱衰变事件分成两类.

第一类强子弱衰变过程中，衰变前后粒子的总奇异数不变，$\Delta S=0$，衰变前后粒子的同位旋及其第三分量变化为 1 及 ± 1. 即存在选择定则

$$\Delta S = 0, \quad |\Delta I| = 1, \quad \Delta I_3 = \pm 1. \qquad (6.8)$$

第二类强子弱衰变过程中，衰变前后粒子的总奇异数变化为 1，而其同位旋及其第三分量的变化为 $\frac{1}{2}$ 及 $\pm\frac{1}{2}$. 即

$$|\Delta S| = 1, \quad |\Delta I| = \frac{1}{2}, \quad \Delta I_3 = \pm\frac{1}{2}. \tag{6.9}$$

从 Y-I_3 图 6.4 上可以理解这些衰变选择定则．第一类选择定则反映沿 I_3 轴方向进行的衰变过程．衰变前后粒子在同一水平方向，所以 $\Delta S = 0$．而同位旋变化为最低值：$\Delta I = 1$ 和 $\Delta I_3 = \pm 1$．例如下列衰变

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e, \tag{6.10}$$

$$\Sigma^+ \to \Lambda^0 + e^+ + \nu_e, \tag{6.11}$$

$$\Xi^- \to \Xi^0 + e^- + \bar{\nu}_e, \tag{6.12}$$

符合 (6.8) 式选择定则，都是沿 I_3 轴方向进行的．

第二类衰变定则是沿 U_3 或 V_3（图 6.4）方向进行的．在 $\Delta S = \pm 1$ 时，最低的 I_3 变化为 $\pm\frac{1}{2}$．例如

$$\Lambda^0 \to p + \pi^-, \tag{6.13}$$

$$\Lambda^0 \to n + \pi^0, \tag{6.14}$$

$$\Sigma^+ \to p + \pi^0, \tag{6.15}$$

$$\Sigma^- \to n + \pi^-, \tag{6.16}$$

$$\Xi^0 \to \Lambda^0 + \pi^0, \tag{6.17}$$

$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-. \tag{6.18}$$

上面 (6.13)—(6.18) 式属于非轻子衰变，符合 (6.9) 式选择定则，都是沿 U_3 或 V_3 轴方向进行的．

第八章将讲到，对于奇异数改变的半轻子衰变过程，其选择定则为

$$\Delta S = \Delta Q = \pm 1, \quad |\Delta I| = \frac{1}{2}, \quad \Delta I_3 = \pm\frac{1}{2}. \tag{6.19}$$

例如下列衰变属于这类过程

$$\Lambda \to p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

$$\Sigma^- \to n + e^- + \bar{\nu}_e,$$

$$K^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e,$$

它们符合 (6.19) 式选择定则．它们只能沿 V_3 轴方向进行，而不能

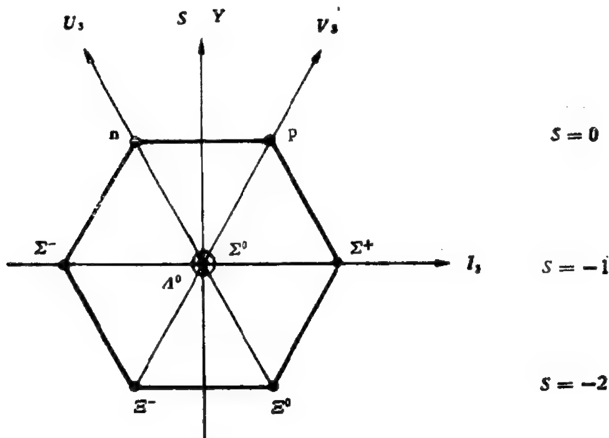


图 6.4 在 $\frac{1}{2}^+$ 重子超多重态 Y-I_3 图上看弱作用选择定则

沿 U_3 轴方向进行。

同位旋 I 及 I_3 是通过强作用的电荷无关性现象引入的概念。奇异数 S 则是通过奇异粒子协同产生现象引入的概念．这两者原是互不相关的两种不同量子数．但从弱衰变的选择定则中却看到了它们之间存在着内在联系．如同在强子的非轻子衰变中奇异数变化为 $\Delta S=\pm 1$ 时，同位旋的变化主要是 $|\Delta I|=\frac{1}{2}$．这说明 S 和 I 不是互不相关的．历史上不乏这类例子，例如原来认为时间 t 和空间 $\mathbf{r}$ 是互不相关的，但相对论却将它们联系起来了．能量 E 和动量 $\mathbf{p}$ 也是如此．这一点和从强作用强子超多重态对称性理论中，认为相同自旋、宇称、不同奇异数 S 的几组同位旋多重态的强子家族可以相互转化，说明 S 和 I 有内在联系的结论是一致的．

我们已经知道，在 Y-I_3 图中，沿 I_3 轴方向强作用存在同位旋空间旋转不变性和反映这一不变性的一个 $SU(2)$ 群．I_1，I_2，I_3（或相当的 I_+，I_-，I_3）是这种 $SU(2)$ 群的生成元．在这个方向，对应存在着弱作用第一种（$\Delta S=0$，$|\Delta I|=1$）选择定则．我们将要介绍，沿 U_3 和 V_3 方向存在着另外两个旋转不变性——U 旋和 V 旋空间旋转不变性，和反映这些不变性的另外两个 $SU(2)$ 群． V 旋对

应着弱作用第二种选择定则 $\left(|\Delta S| = 1,\ |\Delta I| = \frac{1}{2},\ \Delta I_3 = \pm\frac{1}{2}\right)$. 这些超多重态的现象和规律性的发现，促进了么正对称性，$SU(3)$ 理论的发展.

6.1.5 强子的么正对称性、V 旋、U 旋

$SU(3)$ 群的理论可以用来描写强子的超多重态现象. 或者说在强子结构中存在着一种内部对称性，它比反映电荷无关性的同位旋空间旋转不变性更高一级，需要用三维么正么模群 $SU(3)$ 来反映. 从上节讨论中看到，各类强子可以很好地填充到 $SU(3)$ 群的一维、八维和十维不可约表示中去. 不可约表示空间的转动不变性要求，属于同一不可约表示的各个粒子应该具有相同的质量. 但是实际上，同一组超多重态的粒子之间质量相差可能很大，说明这种对称性是很近似的. 但是，$SU(3)$ 群理论给出强子特征的很多预言，和实验结果仍然是符合的.

$SU(3)$ 群，除包括同位旋 $SU(2)$ 群外，还包括 V 旋 $SU(2)$ 群和 U 旋 $SU(2)$ 群.

V 旋的意思是：在 $Y\text{-}I_3$ 图（例如图 6.4）上，沿 V_3 轴方向存在着另一种旋转不变性. 和沿 I_3 轴方向存在同位旋空间旋转不变性一样，也需要用 $SU(2)$ 群表示. V旋的分量 V_1, V_2, V_3 或 V_+, V_-, V_3 是 V 旋 $SU(2)$ 群的生成元. V 旋和同位旋一样，存在着对易关系

$$[V_i, V_j] = i\varepsilon_{ijk}V_k,\ i, j, k = 1, 2, 3. \tag{6.20}$$

V_+，V_- 的定义是

$$\left.\begin{aligned} V_\pm &= V_1 \pm iV_2 \\ [V_+, V_-] &= 2V_3. \end{aligned}\right\} \tag{6.21}$$

可以证明，V 旋和 I 旋不对易

即

$$\left.\begin{aligned} V_+I_- &\neq I_-V_+ \\ [V_+, I_-] &\neq 0 \end{aligned}\right\}. \tag{6.22}$$

这就意味着 I 旋和 V 旋虽然分别能生成旋转群，但合起来不能生

成群．需要另外加上一组U旋的生成元（U_+，U_-和U_3）才行．U旋的生成元之间有同样的对易关系

$$[U_i, U_j] = i\varepsilon_{ijk}U_k, \ i, j, k = 1, 2, 3 \tag{6.23}$$

及

$$\left.\begin{aligned} U_\pm &= U_1 \pm iU_2 \\ [U_+, U_-] &= 2U_3 \end{aligned}\right\} . \tag{6.24}$$

通常用（5.196）式给出的盖尔曼矩阵定义同位旋，V旋和U旋九个生成元的算符形式

$$I_1 = \frac{1}{2}\lambda_1, \quad I_2 = \frac{1}{2}\lambda_2, \quad I_3 = \frac{1}{2}\lambda_3, \tag{6.25}$$

$$V_1 = \frac{1}{2}\lambda_4, \quad V_2 = \frac{1}{2}\lambda_5, \ V_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{4}\left(\lambda_3 + \sqrt{3}\,\lambda_8\right); \tag{6.26}$$

$$U_1 = \frac{1}{2}\lambda_6, \quad U_2 = \frac{1}{2}\lambda_7, \ U_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{4}\left(-\lambda_3 + \sqrt{3}\,\lambda_8\right). \tag{6.27}$$

在此定义下可以证明，上面给出的对易关系都得到了满足，具有关系

$$\left.\begin{aligned} I_3 &= Q - \frac{Y}{2} \\ U_3 &= -\frac{Q}{2} + Y \\ V_3 &= -\frac{1}{2}(Q + Y), \end{aligned}\right\}, \tag{6.28a}$$

由于有

$$I_3 + U_3 + V_3 = 0, \tag{6.28b}$$

所以九个生成元中只有八个是独立的，由它们构成 $SU(3)$ 群。

综上所述，同位旋上升、下降算符 I_+ 和 I_- 对应于弱作用衰变第一类选择定则 $\Delta S=0$, $|\Delta I|=1$, $\Delta I_3=\pm 1$. V旋上升下降算符 V_+ 和 V_- 对应于弱作用衰变第二类选择定则 $|\Delta S|=1$, $|\Delta I|=\frac{1}{2}$, $\Delta I_3=\pm\frac{1}{2}$. U旋的 $SU(2)$ 算符 U_+ 和 U_- 不对应实验上看到的强子半轻子型弱作用衰变选择定则。U旋空间旋转不变性实际上反映了电磁相互作用的对称性，它是根据理论完整性加进来的。这样，么正对称性的 $SU(3)$ 群，从理论上将量子数 I 和 S 联系起来了。根据这一理论，如果我们发现了一组奇异数为某特定值的同位旋多重态，我们就可以预言奇异数比它差1的另一组同位旋多重态存在，两者同位旋的差别则为 $\frac{1}{2}$. 任意的 I 及 S 组合是不允许的，在这个意义上，I 和 S 也不是独立无关的量子数。可以用么正对称性上升，下降算符从 S 为某一值的一组同位旋多重态粒子中，推出另一组（$S'=S\pm 1$）同位旋多重态的粒子。

认为所有强子都属于 $SU(3)$ 群的理论是非常强有力的。如果我们发现了一组同位旋多重态，例如质子和中子，知道它属于某一 $SU(3)$ 超多重态 $\left(J^P=\frac{1^+}{2}\right)$ 时，我们就能预言存在很多其它粒子，如 Λ, Σ^+, Σ^0, Σ^-, Ξ^0, Ξ^- 等。它们都应具有相同的自旋和宇称，而且质量相近。当然，p 和 n 可能不属于八重态，但我们已经知道，$SU(3)$ 群只可能有 1, 3, 6, 8, 10, 27 等不可约表示，没有只包括两个强子的超多重态。因此只要发现了 p, n, 总能预言另外一些粒子的存在，看 p, n 属于哪种超多重态而定。从这个意义上说，粒子是不独立的，只有超多重态才是独立的。

另外，$SU(3)$ 只能预言哪些超多重态可能存在，但不能肯定哪些超多重态一定存在。例如强子中 1, 8, 10 等超多重态是存在的，而 3, 6 等超多重态实验上并没发现。$SU(3)$ 理论对此无法说明，这需要靠 $SU(3)$ 以外的理论来说明。

$SU(3)$ 对称性是近似的，在一族超多重态中，各组同位旋多重态不是退化的. 我们已知 $\frac{1^+}{2}$ 重子八重态的 $\Delta m/m \cong 15\%$，0^- 介子八重态的 $\Delta m/m \cong 56\%$，重子十重态的 $\Delta m/m \cong 9\%$，暂不考虑 0^- 介子的突出情况，可以假定 $SU(3)$ 对称性在 15%以内是正确的. 由于这种近似性质，我们说 $SU(3)$ 对称性是被破坏了的. 破坏的原因是什么呢？我们知道同位旋守恒是被电磁作用破坏了的，奈曼 (Y. Ne'eman) 猜想存在着一种破坏 $SU(3)$ 对称的力，而且这种力可能也是造成 μ, e 质量差的原因.

我们可以方便地用将强相互作用哈密顿量分成两部分的方法表示对称性的破坏

$$H_{强} = H_{SU(3)} + \varepsilon H_{中强}; \tag{6.29}$$

其中 $H_{中强}$ 部分造成对称性的破坏，例如造成质量差，而 $H_{SU(3)}$ 部分则形成对称性，ε 是测量对称性破坏的参量. 如上所述 $\varepsilon \sim \Delta m/m \sim 15\%$. 如同以前讨论的"加上"或"去除"电磁作用一样，我们可以设想"加上"或"去除" $H_{中强}$ 部分，可以用改变参量 ε 的方法达到这一目的. 例如，在 $\varepsilon \to 0$ 时，超多重态应退化(如果电磁作用也忽略的话).

有人认为根本不能用哈密顿量描写强作用，根据这种观点，(6.29) 式只能定性地说明对称性破坏的事实，不能表示更多的情况. 总之，$SU(3)$ 对称性破坏的问题至今尚未解决.

§6.2 层子模型

强子超多重态 $SU(3)$ 理论是 1959 年由小川修三 (Ogawa) 开始提出来的. 1961 年奈曼和盖尔曼等提出了 $SU(3)$八重态方案，1964 年实验上发现 Ω^- 粒子，证实了 $SU(3)$ 理论的预言. 很多实验事实都说明 $SU(3)$ 超多重态理论能够很好地描写强子系统，它反映了强子内在的规律性. 但 $SU(3)$ 理论比较抽象，比同位旋理论还难理解. 但是在这一理论的启示下，1964 年盖尔曼和兹韦

(G. Zweig) 分别提出了很形象，很容易被人理解的强子结构模型——夸克模型. 他们认为强子是由三种更基本的粒子，盖尔曼称之为夸克（quark），兹外称之为 aces，组成的. 这一时期，中国粒子理论学家们也进行了强子结构的研究. 1966 年北京粒子理论讨论会上，中国科学家提出了“层子模型”理论. 此后，逐渐地人们愈来愈坚信强子是有结构的，“基本粒子”并不基本，人们进入了更深层次物质结构的研究. 组成强子的层子具有分数电荷，这是物质结构新层次的显著特点.

6.2.1 u, d, s 三层子

引进强子结构基元——层子的主要思想有:

1. 层子必须是费米子. 费米-杨振宁模型和坂田模型都是以费米子为基础的. 坂田模型的困难是不能很好地解释重子的组成. 用坂田子 (p, n, Λ) 解释重子组成时，由于重子数守恒，只能假设重子是由两个坂田子和一个反坂田子组成的. 因而出现了 $\mathrm{pn}\bar{\Lambda}$ ($S = +1$) 类型的粒子与实验不符. 如果假设组成重子的基元不是坂田子，而是另外三个重子数为 1/3 的层子，其中两个 $\left(S=0;\ I=\frac{1}{2},\ I_3=\pm\frac{1}{2}\right)$ 属于同位旋双重态，代替坂田子中的 p 和 n. 另一个 ($S=-1$; $I=0$, $I_3=0$) 属于同位旋单态，代替 Λ 构成奇异粒子，那么就可以克服坂田模型的困难，很好地解释介子和重子的结构. 如果盖尔曼-西岛关系式 (4.107)

$$\frac{Q}{e}=I_3+\frac{B}{2}+\frac{S}{2}$$

对层子仍然正确，则三个层子的电荷分别应为 $\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$. 我们将双重态中 $I_3=\frac{1}{2}$ 的层子称作 u 层子（向上的层子），$I_3=-\frac{1}{2}$ 的层子称作 d 层子(向下的层子)，单态 $S=-1$ 的层子称作 s 层子(奇异层子). 将这些层子的量子数列于表 6.8 中.

表 6.8　u, d, s 层子的量子数

层子名称	B	J	P	Q	I	I_3	S	Y	其它名称	估计质量 (GeV)
u	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	+1	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	p, q_1	~0.3
d	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	+1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	n, q_2	~0.3
s	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	+1	$-\frac{1}{3}$	0	0	−1	$-\frac{2}{3}$	λ, q_3	~0.5

和 u、d、s 三层子相应存在有 $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$ 三个反层子，其量子数 J, I 等与相应的层子相同，而 B, I_3, S, Y, Q, P 等则与相应的层子相反.

在 Y-I_3 平面上可以画出层子及反层子的权图，如图 6.5 和 6.6 所示.

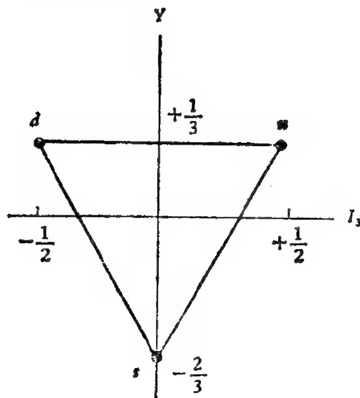


图 6.5　层子的 Y-I_3 图

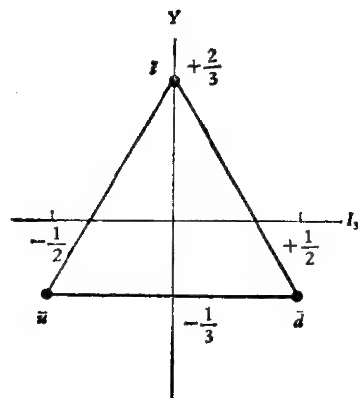


图 6.6　反层子的 Y-I_3 图

2. 层子是否会衰变? 现在还没有直接的实验证明层子是否会衰变，如何衰变. 我们知道，除质子外绝大部分强子，在自由态时，都会很快衰变. 因而估计自由态的层子也是会很快衰变的. 但最低质量的层子可能不会衰变，较重的层子可能衰变为较轻的层子. 但预料层子不会衰变成一般强子，因为那样会违背重子数

B及电荷Q的守恒定律．奇异层子s较重，估计能衰变为

$$s \to u\pi^-,\ d\pi^0,\ d\gamma,\ ue^-\bar{\nu}_e. \tag{6.30}$$

如果d比u重，估计会有以下形式的衰变：

$$d \to u\pi^-,\quad ue^-\bar{\nu}_e. \tag{6.31}$$

6.2.2 介子的层子构成

层子模型认为介子是由正、反层子组成的，如果先考虑$l=0$的基态，两个自旋为$\frac{1}{2}$的层子q_i和反层子$\bar{q}_j$，可以处于$^1S_0$或$^3S_1$两种状态。

费米子和反费米子的本征宇称相反，因而$l=0$的$q_i\bar{q}_j$体系有两种可能状态

$^1S_0\quad J^P=0^-\qquad$ 赝标量介子，

$^3S_1\quad J^P=1^-\qquad$ 矢量介子。

这种结合态的相互作用能量可能很大，结合能W_B为：

$$W_B = 2m_q - m_{介子}. \tag{6.32}$$

我们还没有发现自由状态存在的层子，并且对其质量不清楚，表6.8给出的层子估计质量是很不可靠的．有人估计层子质量很大，也有人认为u，d层子的质量很小。

u，d，s三种层子可能组成的介子态有：

$$\begin{matrix} u\bar{u} & u\bar{d} & u\bar{s} \\ d\bar{u} & d\bar{d} & d\bar{s} \\ s\bar{u} & s\bar{d} & s\bar{s}. \end{matrix}$$

我们可以用权图相加的图解法，得到层子组合的量子数．先以比较简单的$SU(2)$情况为例：如果我们需要将两个$\frac{1}{2}$同位旋相加，如图6.7 a所示，我们在I_3轴上用虚点"○"表示，$I_3=\frac{1}{2}$；用实点"●"表示$I_3=-\frac{1}{2}$．再以左右两个点为中心，分别加以$I_3=\pm\frac{1}{2}$的量，结果得到两个$I_3=0$，一个$I_3=+1$和一个$I_3=$

-1 的四个态如图 6.7b. 这四个态属于同位旋为 1 的三重态和同位旋为零的单态，这是我们知道的.

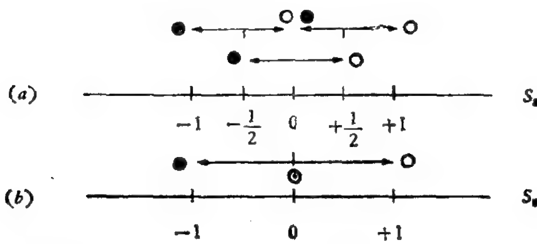


图 6.7 用权图的方法算出两个 $I=\frac{1}{2}$ 的同位旋相加，得到同位旋为 $I=1$ 的三重态和 $I=0$ 的单态

对于 $SU(3)$ 层子情况更复杂些. 将图 6.5 和 6.6 中正、反两种层子的 Y-I_3 权图相加起来. 方法是在 6.5 图中正层子 u, d, s 三顶点的位置处，相继放置反层子 Y-I_3 权图 6.6 的原点，例如先由 u 点做起，将反层子 Y-I_3 图原点放在 u 处后，在正层子的 Y-I_3 图上纪录下 $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$ 三顶点坐标，并标以 $u\bar{s}$, $u\bar{u}$, $u\bar{d}$ 等字母，其中第一个 u 来自层子三个角的中心，第二个字母来自反层子三个角的顶点. 这些坐标上的 Y 和 I_3 值，即 $u\bar{s}$, $u\bar{u}$, $u\bar{d}$ 等组合态的 Y 和 I_3 的数值. 重复这种方法，我们可以得到六角形的六个顶点 $u\bar{s}$, $u\bar{d}$, $s\bar{d}$, $s\bar{u}$, $d\bar{u}$ 和 $d\bar{s}$, 而在六角形的中心处有 $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, 我们得到 $3\times3=9$ 个波函数. 用群论的语言说，$SU(3)$ 群的两种三维基础表示(正、反层子)的直乘结果，可以约化为两个不可约表示 ($\underline{1}$ 及 $\underline{8}$)之和，即

$$\underline{3}\otimes\underline{3}^*=\underline{8}\oplus\underline{1}, \qquad (6.33)$$

$SU(3)$ 九个态被约化成为八重态和单态之和. 其中心处 $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ 三组波函数组成三个不同线性叠加态，其中一个属于强子八重态之外的 $SU(3)$ 单态，两个属于八重态之内，分别是同位旋单态和同位旋三重态中的 $I_3=0$态. 表 6.9 给出了 0^-及 1^-两族介子的层子构成，有关中性粒子线性叠加态的结果，这里不加证明了.

在 q, $\bar{q}$ 系统没有相对运动角动量 ($l=0$) 时，只能处于 $^1S_0$ 或

$^3S_1$ 态，其自旋，宇称只能为 $J^P = 0^-$ 或 1^-。在存在着相对运动角动量（$l \neq 0$）时，情况要复杂些，高角动量的共振态有的在实验上还没找到．对于 $l = 1$ 的 $^1P_1$，$^3P_0$，$^3P_1$ 和 $^3P_2$ 等状态，将实验上找到的共振态试着安排从而得到表6.10中的结果，说明 $SU(3)$ 对称性理论，对于基态和共振态介子诸态都是适用的．对于 1^- 族介子及介子共振态各族多重态，也可以画出类似于图 6.8 中的 Y-I_3 图，看出其八重态的结构来。

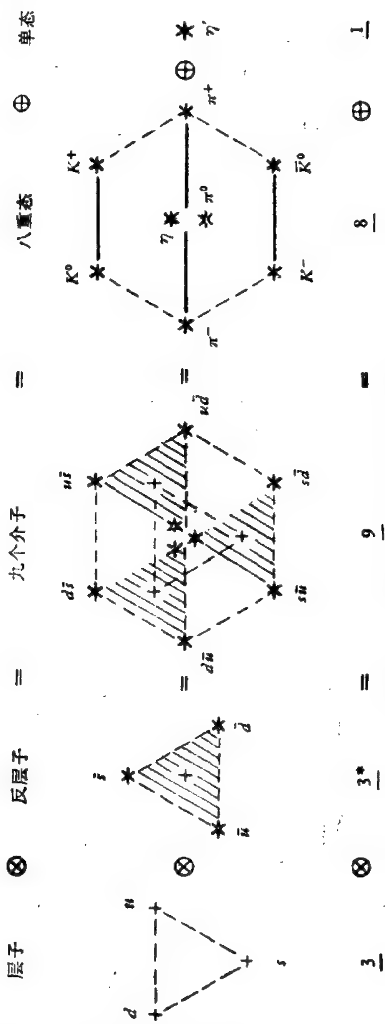


图 6.8　权图法算出层子和反层子相加得到八重态和单态．在 Y-I_3 平面上，反层子是画上阴影的，中心的三个点分别为 $d\bar{d}$，$u\bar{u}$，$s\bar{s}$ 态

6.2.3　重子的层子构成

层子模型中假定重子是由三个层子（qqq）组成的；反重子是由三个反层子（$\bar{q}\bar{q}\bar{q}$）组成的．用群论的语言说，重子相应于三个 $SU(3)$ 群基础表示的直接乘积，并约化成四个不可约表示之和，如同（5.47）式所示

$$\underline{3} \otimes \underline{3} \otimes \underline{3} = \underline{10} \oplus \underline{8} \oplus \underline{8} \oplus \underline{1}.$$

因此重子应能填充一个 $SU(3)$ 单态、两个 $SU(3)$ 八重态和一个 $SU(3)$ 十重态。

表 6.9　介子的层子组成

Y	I	层子组成	$J^P=0^-$	$J^P=1^-$	
0	1	$\bar u d,\ \frac{u\bar u-\bar d d}{\sqrt2},\ \bar d u$	π^-,π^0,π^+	ρ^-,ρ^0,ρ^+	八重态
1	$\frac12$	$\bar s d,\quad \bar s u$	K^0,K^+	K^{*0},K^{*+}	
−1	$\frac12$	$\bar u s,\quad \bar d s$	$K^-,\bar K^0$	$K^{*-},\bar K^{*0}$	
0	0	$\frac{\bar u u+\bar d d+2s\bar s}{\sqrt6}$	$\eta(549)$		
0	0	$\frac{\bar u u+d\bar d}{\sqrt2}$		$\omega(783)$	
0	0	$\frac{\bar u u+\bar d d+s\bar s}{\sqrt3}$	$\eta'(958)$		单态
0	0	$\bar s s$		$\varphi(1020)$	

表 6.10　u,d,s 三层子组成的介子谱

M(GeV)						
1.8						
1.6						f'
1.4			$Q\quad Q$	$K\quad K^-$	E	$K^*\quad K^*$
1.2			B	ε	$Q\quad DQ$	$A_2 f$
1.0		ϕ	H	δS^*	A_1	
0.8	η'	$K^*\quad K^*$				
0.6	η	$\rho\omega$				
0.4	$K\quad K^-$					
0.2						
0.1	π					
$J^{pc}_{实验}$	0^{-+}	1^{--}	1^{+-}	0^{++}	1^{++}	2^{++}
I	$\frac12\ 1\ 0\ \frac12$	$\frac12\ 1\ 0\ \frac12$	$\frac12\ 1\ 0\ \frac12$	$\frac12\ 1\ 0\ \frac12$	$\frac12\ 1\ 0\ \frac12$	$\frac12\ 1\ 0\ \frac12$
Y	1 0 0 −1	1 0 0 −1	1 0 0 −1	1 0 0 −1	1 0 0 −1	1 0 0 −1
$SU(3)$	$\underline{1}\oplus\underline{8}$	$\underline{1}\oplus\underline{8}$	$\underline{1}\oplus\underline{8}$	$\underline{1}\oplus\underline{8}$	$\underline{1}\oplus\underline{8}$	$\underline{1}\oplus\underline{8}$
S	0	1	0	1	1	1
L	0	0	1	1	1	1
$J^{pc}_{理论}$	0^{-+}	1^{--}	1^{+-}	0^{++}	1^{++}	2^{++}

$\pi=(-1)^{l+1}$　　禁戒组合　0^{--}，0^{-+}

$C=(-1)^{l+s}$　　　　　　　0^{+-}，2^{+-}

仍然用权图解法看三层子的组合情况。和两层子组合方法相似，在三层子 (qqq) 组合时，我们从一个层子的 Y-I_3 图(图 6.5) 开始，将第二个层子 Y-I_3 图的原点依次放在第一个层子 Y-I_3 图的 u、d、s 层子处，将所得到的顶点，标上两个有关层子的名称。然后再将第三个层子 Y-I_3 图的原点，依次放到标有两层子名称的各个点上，这样得到的第三个层子顶点位置上，标以这三个有关层子的名称。结果在图 6.9 中给出。

具体标记时，我们注意到 ddd, sss 及 uuu 各点，只被算过一次，udd, duu, sdd 等点被算过三次。中心点 sdu 则被算过六次。三角形上所有各点形成一个十重态。对应的粒子列在表 6.11 中

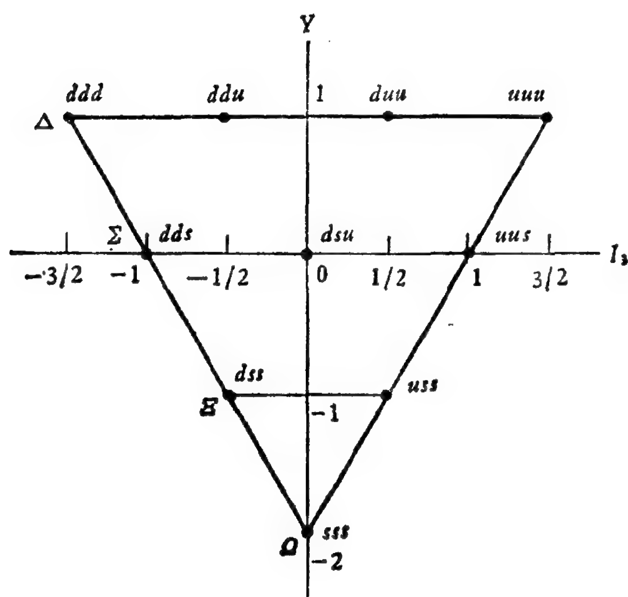


图 6.9 三个层子的叠加，给出 $10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$ 粒子态

$\left(J^P = \frac{3}{2}^+\right)$. 其余的组合给出两个八重态和一个单态。其中一个

八重态对应的粒子已经明确，为表 6.11 中的 $J^P=\frac{1}{2}^+$ 重子族。另一个八重态对应的粒子还不明确。单态对应的是 $\Lambda(1405)$ 和小量 $\Lambda(1670)$ 的混合。

三个层子组合时，自旋，宇称的情况是：当三个层子之间没有相对运动角动量，而且三者的自旋都在一个方向时，所组成的重子自旋应为 $\frac{2}{3}$，宇称应为正。我们看看各种不同层子组合态的量子数，例如 uuu 态；重子数 $B=1$，超荷数 $Y=1$，同位旋 $I_3=\frac{3}{2}$，电荷 $Q=2$，$J^P=\frac{3^+}{2}$．这正是 Δ^{++} 的量子数，是共振态 $\Delta(1236)$ 的双电荷成员最后测定 Δ 的质量为1232MeV。

表 6.11 重子的层子组成

Y	I	层子组成	$J^P=\frac{1}{2}$ (八重态)	$J^P=\frac{3}{2}$ (十重态)	质量 (MeV)
1	$\frac{1}{2}$	ddu, uud	np		939
0	0	$\frac{s(du-ud)}{\sqrt{2}}$	Λ		1116
0	1	sdd, $\frac{s(du+ud)}{\sqrt{2}}$, suu	Σ^-, Σ^0, Σ^+		1189
−1	$\frac{1}{2}$	ssd, ssu	Ξ^-, Ξ^0		1315
1	$\frac{3}{2}$	ddd, ddu, duu, uuu		Δ^-, Δ^0, Δ^+, Δ^{++}	1232
0	1	sdd, sdu, suu		Σ^{-*}, Σ^{0*}, Σ^{+*}	1385
−1	$\frac{1}{2}$	ssd, ssu		Ξ^{-*}, Ξ^{0*}	1530
−2	0	sss		Ω^-	1672

三个自旋为$\frac{1}{2}$的费米子，也可以耦合成自旋$J=\frac{1}{2}$，宇称为正

的粒子.这种$\frac{1}{2}^+$的粒子只有八个(表 6.11). 为何十重态$\left(\frac{3^+}{2}\right)$中包括三个角上的粒子 *uuu*,*ddd*, *sss* 而八重态$\left(\frac{1^+}{2}\right)$不包括它们?为何 *uds* 在组成八重态时出现两次,而在组成十重态时,只出现一次呢? 对这些问题的回答题是:

1. 由于泡利原理的限制,不可能由三个费米子组成 $l=0$ 的态. 为什么$\frac{3}{2}^+$族的重子十重态中能够存在 *uuu*, *ddd*, *sss* 粒子组合态,下面将引入层子颜色的概念加以解释. 但既使考虑到颜色的概念, *uuu*, *ddd*, *sss* 仍然不能组成为$\frac{1^+}{2}$的状态.

2. 如果用箭头表示自旋方向, $l=0$, $J=\frac{1}{2}$ 的态可按下列方式由 u, d, s 组成:

$u\uparrow d\uparrow s\downarrow$, $u\uparrow d\downarrow s\uparrow$, $u\downarrow d\uparrow s\uparrow$ 由这三个状态,可以组成三个不同的线性组合,相互正交. 其中两个组合态的总自旋 $J=\frac{1}{2}$, 一个组合态的总自旋 $J=\frac{3}{2}$. 故 $J=\frac{3}{2}$ 的一个组合态归入$\frac{3}{2}^+$的十重态中,而 $J=\frac{1}{2}$ 的两个组合态归入$\frac{1}{2}^+$八重态之中.

6.2.4 强子的质量公式

从表(6.10)和(6.11)可见,强子质量对 s 层子的依赖关系强烈. 图 6.10 中给出很多介子和重子的静质量和其中包括的 s 层子个数的关系. 分析各种态的质量后可以认为,两个非奇异层子 u, d 的质量相似,而奇异层子 s 的质量较重.

$$m(u)\cong m(d),$$
$$m(s)=m(u)+\Delta m. \tag{6.34}$$

从图 6.10 中还可看出,含有不同奇异层子 s 的粒子间,能级间隔不相等,这是由于不同介子或重子内部的结合能不一定相同所致. 图 6.10 中各能级间距只是 Δm 值的粗略反映,估计 Δm 约

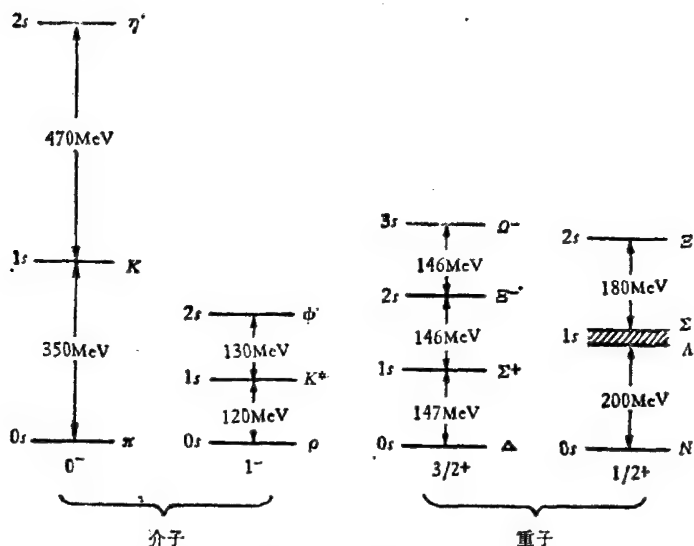


图 6.10 粒子的静质量. 能级边上标着粒子中包含的奇异层子 s 的个数

在几百 MeV 的数量级.

$SU(3)$ 超多重态理论认为，图 6.10 中不同能级间的间隔不同，是由于奇异粒子之间的作用力和非奇异粒子之间的作用力不一样(约差 15%，称次强作用)，若去除这一部分差异，则所余强作用产生的粒子质量，对同一族超多重态说来，各成员的质量将是相同的，那时，u, d, s 层子的质量也相同，$SU(3)$ 的对称性才是完全的.

在 $SU(3)$ 理论刚提出来时，1962 年盖尔曼和大久保 (Okubo) 即导出了超多重态的质量公式. 根据这一公式，一组超多重态中各粒子的质量不是杂乱无章的，而是遵守一些简单的关系式. 下面我们推导这些公式.

已经看到，超荷 Y 不同的多重态之间质量差异较大，因此如果忽略同位旋多重态之间的电磁质量差，最简单的假定是，认为质量算符包含一个 $SU(3)$ 不变的常数项，和另一个与超荷 Y (算符 F_8) 成比例的项. 这是因为 Y 算符不改变同位旋的第三分量，同时又

满足超多重态粒子在Y方向产生质量劈裂的事实．于是我们可以将质量算符写为

$$M = a + bY, \tag{6.35}$$

对于一个给定的 $SU(3)$ 多重态，a 和 b 是常数．

按照(6.35)式，重子十重态之间的质量差应为常数，即

$$M_{\Omega} - M_{\Xi^*} = M_{\Xi^*} - M_{\Sigma^*} = M_{\Sigma^*} - M_{\Delta}. \tag{6.36}$$

由于十重态粒子间的电磁质量的差异，将(6.36)式的预言直接和实验比较还有一些困难．但是如果考虑十重态中同一U旋多重态的粒子之间电磁质量差异应该最小．因此我们就可以比较属于U旋四重态的带负电粒子的质量．实验值给出

$$\begin{aligned} M_{\Omega^-} - M_{\Xi^{*-}} &= 137 \pm 2\text{MeV}, \\ M_{\Xi^{*-}} - M_{\Sigma^{*-}} &= 149 \pm 2\text{MeV}, \\ M_{\Sigma^{*-}} - M_{\Delta^-} &= 147 \pm 9\text{MeV}; \end{aligned} \tag{6.37}$$

可见理论和实验还是符合得不错的．

然而(6.35)式却不适用于重子八重态的情况，不能给出 Λ 和 Σ 粒子之间的质量劈裂（因为 Λ 和 Σ 的超荷数相等 $Y_{\Sigma} = Y_{\Lambda} = 0$），但实验上

$$M_{\Sigma^0} - M_{\Lambda} = 76.6 \pm 0.1\text{MeV}. \tag{6.38}$$

因此有必要给出第二个最简单的假设：在(6.35)式中加上两项 $SU(3)$ 生成元的二次函数项，设质量算符还与 I^2 及 Y^2 成正比例，它们都不会破坏同位旋的守恒．于是就得到

$$M = a + bY + cI(I+1) + dY^2. \tag{6.39}$$

这里 c 和 d 对确定的 $SU(3)$ 多重态而言为常数． 对十重态任意的 c 和 d，(6.39)式很可能给不出相等间隔的质量劈裂，从而违反实验事实．因此为了满足十重态质量劈裂为恒值的事实，我们要求对十重态的粒子成员有

$$cI(I+1) + dY^2 = x + yY, \tag{6.40}$$

这里 x 和 y 是常数．若把 Δ, Σ^*, Ξ^* 和 Ω^- 的 I 和 Y 值代入(6.40)式并消去 x 和 y，我们将得到两个联系 c 和 d 的方程． 两者都给出

$$d = -\frac{1}{4}c.$$

于是(6.39)式变为

$$M = a + bY + c\left[I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2\right]. \tag{6.41}$$

这就是盖尔曼-大久保(Gell Mann-Okubo)质量公式. 大久保在1962年通过要求质量算符的破缺项和一个八维矢量的第八个分量同样变换,导出了该质量公式. 对八重态,可由(6.41)式导出

$$\frac{1}{2}(M_N + M_\Xi) = \frac{3}{4}M_\Lambda + \frac{1}{4}M_\Sigma. \tag{6.42}$$

现将(6.42)式和实验作一比较,注意到,这时已不能比较同一个U旋多重态的成员了,因为在八重态中没有一个U旋四重态,只好选用其中性粒子成员,希望这样能使电磁质量劈裂效应减为最小. 利用实验值可得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}M_n + \frac{1}{2}M_{\Xi^0} &= 1127.2 \pm 0.7\,\mathrm{MeV}, \\ \frac{3}{4}M_\Lambda + \frac{1}{4}M_{\Sigma^0} &= 1134.8 \pm 0.2\,\mathrm{MeV}. \end{aligned} \tag{6.43}$$

两者之差为 7.6 ± 0.7MeV, 理论和实验之间有一定差异,但若和超多重态典型质量劈裂($\sim$100 MeV 量级)相比较, 这个差异还是很小的.

如果把(6.41)式应用于赝标介子八重态的情况, 注意到 $M_{\bar{K}} = M_K$, 得到

$$M_K = \frac{3}{4}M_\eta + \frac{1}{4}M_\pi. \tag{6.44}$$

实际上该式和赝标介子质量的实验值符合得非常不好. 我们注意到, 如果以 M^2 代替M写下盖尔曼-大久保质量公式(6.41), 于是可以得到

$$M_K^2 = \frac{3}{4}M_\eta^2 + \frac{1}{4}M_\pi^2. \tag{6.45}$$

根据粒子表中给出的赝标介子质量的实验值,读者自己经过验证,

就可以知道该公式和实验值符合得比较好.

下面讨论矢量介子的情况. 这时类似于 (6.45) 式，应有

$$M_{K^*}^2 = \frac{3}{4} M_\omega^2 + \frac{1}{4} M_\rho^2. \tag{6.46}$$

由此可定出 ω 的质量为

$$M_\omega^2 = \frac{4M_{K^*}^2 - M_\rho^2}{3} = \frac{4 \times 0.796 - 0.598}{3} = 0.862\text{GeV}^2,$$

$$M_\omega = 928\text{MeV}, \tag{6.47}$$

而实验上给出

$$M_\omega = 782.6 \pm 0.2\text{MeV}; \tag{6.48}$$

理论和实验值不符. 如果我们注意到 ω 介子和 ϕ 介子具有相同的同位旋和奇异量子数: $I = 0$, $S = 0$. ϕ 介子的质量为

$$M_\phi = 1019.6 \pm 0.1\text{MeV}. \tag{6.49}$$

可以设想有两个粒子 (ω^0 和 ϕ^0) 具有相同的 J^P 和 B，同为 $I = 0$, $S = 0$, 但质量不同. 其中 ω^0 属于 $SU(3)$ 的八重态，而 ϕ^0 属于 $SU(3)$ 的单态. 换句话说，ω^0 和 ϕ^0 除了质量和么正旋量子数不同外,所有其它量子数都是相同的. 物理上观测到的粒子 ϕ, ω 可能是 ϕ^0 和 ω^0 的混合

$$\begin{aligned} \phi &= -\omega^0 \cos\theta + \phi^0 \sin\theta, \\ \omega &= \omega^0 \sin\theta + \phi^0 \cos\theta; \end{aligned} \tag{6.50}$$

θ 称为混合角，因此 ϕ 和 ω 并不属于 $SU(3)$ 群中唯一的多重态. 已知 ρ^0, ω^0 和 ϕ^0 是具有如下形式的层子-反层子组合态

$$\left.\begin{aligned} \rho^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} - d\bar{d}) \\ \omega^0 &= \frac{1}{\sqrt{6}} (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \\ \phi^0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \end{aligned}\right\}. \tag{6.51}$$

这些显然都满足波函数的归一化要求，且 ϕ^0 和 ω^0 是正交的. 若取

$\cos\theta=\sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sin\theta=\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\theta\cong35°$ 这一特殊情况,由(6.50)和(6.51)式得到

$$\left.\begin{aligned}\phi&=s\bar{s}\\ \omega&=\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}+d\bar{d})\end{aligned}\right\},\tag{6.52}$$

即在此理想混合情况下,ϕ仅由奇异层子组成. 奇异层子比非奇异层子重,因此ϕ的质量比ω的质量重. 同时也可预料ω的质量应和ρ^0相等. 这些预言和实验事实是基本相符的. 实际情况下的θ比35°要大一些,混合是非理想化的.

对于电磁相互作用,同位旋I不守恒,但U旋却是守恒的,因而一个U旋多重态各成员的电磁性质应该是相同的. 例如,p和Σ^+, n和Ξ^0, Σ^-和Ξ^-的磁矩分别相等(表6.12),将是U旋守恒的一个实验证据.

我们也能计算一组同位旋多重态成员之间的电磁质量差. 例如,对重子十重态,其对称性首先被次强作用所破坏,然后被电磁作用所破坏. 两者间没有交叉项,则相同同位旋多重态的质量差是等间距的. 我们有

$$\begin{aligned}&\Delta^--\Delta^0=\Sigma^{*-}-\Sigma^{*0}=\Xi^{*-}-\Xi^{*0},\\&\Delta^0-\Delta^+=\Sigma^{*0}-\Sigma^{*+};\end{aligned}\tag{6.53}$$

其中用粒子符号代表它们的质量. 更复杂些的方法,是同时考虑次强相互作用和电磁作用,对八重态外围的六个粒子可以得到关系式

$$\Xi^--\Xi^0+\mathrm{n}-\mathrm{p}=\Sigma^--\Sigma^+.\tag{6.54}$$

这个式子两侧都给出7.8MeV,在实验误差约0.2MeV的范围内,符合得很好.

6.2.5 矢量介子的轻子衰变

根据(6.52)及(6.51)式,ρ, ω, ϕ介子由下列层子组成

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}),$$
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}), \tag{6.55}$$
$$\phi = s\bar{s}.$$

这一假设，可由矢量介子的轻子衰变分宽度之比得到验证．1967年范·罗因-威斯科夫 (Van Royen-Wiesskopf) 给出对于单光子交换过程,矢量介子衰变成轻子对 $V \to l^+l^-(l = e, \mu, \tau)$ 过程(图 6.11 *a*) 的分宽度 Γ 为

$$\Gamma(V \to l^+l^-) = \frac{16\pi\alpha^2 Q^2}{M_V^2}|\psi(0)|^2; \tag{6.56}$$

其中 $Q^2 = \sum_i |a_i Q_i|^2$ 为介子内层子电荷的平方和.

$\psi(0)$ 为 $q\bar{q}$ 波函数在原点处的振幅，其平方为正反层子和光子在时空点原点上的作用几率.

M_V 为矢量介子质量.

由于 ρ, ω, ϕ 的质量相近，可以预期这三种矢量介子的 $|\psi(0)|^2/M_V^2$ 相差不大,因此得到 $\Gamma_{l^+l^-} \propto Q^2$. 由 (6.55) 式可以算出 ρ, ω, ϕ 介子的电荷因子 Q^2 项分别为

$$\rho:\ \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right)\right\}\right]^2 = \frac{1}{2},$$
$$\omega:\ \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)\right] = \frac{1}{18},$$
$$\phi:\ \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

所以预期 ρ, ω, ϕ 衰变成轻子对的宽度比为

$$\Gamma(\rho):\Gamma(\omega):\Gamma(\phi) = 9:1:2;$$

而实验上测到的比值为

$$(8.8 \pm 2.6):1:(1.70 \pm 0.41).$$

这一结果说明我们假设的矢量介子的层子结构和层子的电荷假定,都是正确的.

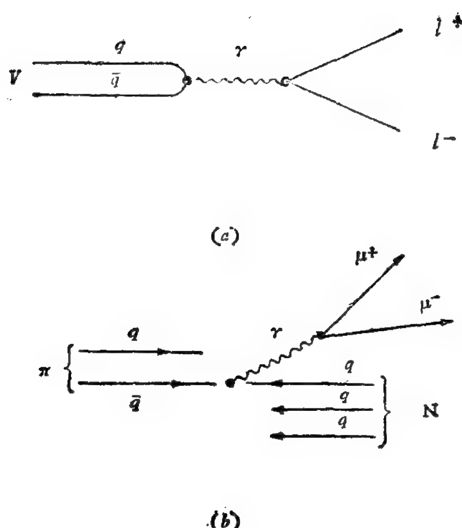


图 6.11 正反层子湮灭后产生轻子对费曼图

(a) 矢量介子的正反轻子对衰变过程 (b) 坠尔-颜 (Drell-Yan) 过程

6.2.6 π 介子打击同位旋标量靶的坠尔-颜过程

一种检验层子电荷的方法是利用 π 介子打击核子，产生轻子对的过程，如图 6.11(b)。假设这一过程是 π 介子中的反层子和核子中的一个层子湮灭，形成一个虚光子后，转换成为 $\mu^+\mu^-$ 对。这一过程被称为坠尔-颜 (Drell-Yan) 过程。按量子电动力学计算，其截面应正比于有关层子电荷平方。

利用 π^- 介子($=\bar{u}d$) 打击同位旋标量靶 C^{12} 核($=18u+18d$) 时，我们预期 $u\bar{u}$ 湮灭过程应发生

$$\sigma(\pi^- C \to \mu^+\mu^- + \cdots) \propto 18Q_u^2 = 18\left(\frac{4}{9}\right).$$

利用 π^+ 介子 ($=u\bar{d}$) 打击 C^{12} 靶时，应有 $d\bar{d}$ 湮灭过程发生

$$\sigma(\pi^+ C \to \mu^+\mu^- + \cdots) \propto 18Q_d^2 = 18\left(\frac{1}{9}\right).$$

实验测得，在远离重介子共振(例如：$\psi \to \mu^+\mu^-$) 的能区中，这两

个过程的截面比，的确有 $\sigma(\pi^-C):\sigma(\pi^+C)\simeq 4:1$. 这一结果，支持了 u, d 层子电荷分别为 $\left(\frac{2}{3}\right)$ 和 $\left(-\frac{1}{3}\right)$ 的假设.

6.2.7 层子模型对作用截面的解释

层子模型对解释高能强子-强子相互作用截面比，也获得一定的成功. 基本思想很简单，假设强子-强子作用截面是强子中层子间散射振幅相加效应的结果. 在各对层子间相互作用基本上互不相关时，弹性散射朝前方向振幅 $f(0)$，应是每对层子相互作用振幅之和. 根据玻密兰秋克（И. Я. Померанчук）定理，在高能时有：$\sigma(qq)=\sigma(q\bar{q})$. 根据同位旋守恒定理有：$\sigma(du)=\sigma(uu)=\sigma(dd)$ 及 $\sigma(ds)=\sigma(us)$. 从层子观点看，πp 散射时，层子对有 $2\times 3=6$ 种组合；pp 散射中，层子对有 $3\times 3=9$ 种组合. 因此朝前方向散射振幅和之比为 6/9. 光学定理给出 $\sigma_{全}\propto I_m f(0)$. 高能时散射振幅的实数部分是很小的，可以忽略，这时全截面之比也应有 $\frac{\sigma(\pi \mathrm{p})}{\sigma(\mathrm{pp})}=\frac{2}{3}$. 在附图中可见，实验得到的 $\sigma(\pi^+\mathrm{p})$ 和 $\sigma(\pi^-\mathrm{p})$，在 60GeV 时均为 24mb，而相应能区 $\sigma(\mathrm{pp})\simeq\sigma(\mathrm{pn})\simeq$ 38mb，两者之比的确约为 $\frac{2}{3}$. 同样方法可以解释以下截面关系

$$\sigma(\Lambda\mathrm{p})=\sigma(\mathrm{pp})+\sigma(K^-\mathrm{n})-\sigma(\pi^+\mathrm{p}),$$
$$\sigma(\Sigma^-p)=\sigma(\mathrm{pp})+\sigma(K^-\mathrm{p})-\sigma(\pi^-\mathrm{p})+2[\sigma(K^+\mathrm{n})-\sigma(K^+\mathrm{p})].$$

6.2.8 $SU(6)$ 对称性和核子磁矩

（一）$SU(6)$ 超多重态

层子的自旋为 $\frac{1}{2}$，考虑到自旋向上（↑）和向下（↓）两种状态后，$SU(3)$ 的 u, d, s 三层子扩充到六个独立的层子态

$$q=u\uparrow,\ u\downarrow,\ d\uparrow,\ d\downarrow,\ s\uparrow,\ s\downarrow. \tag{6.57}$$

因此 $SU(3)$ 么正对称群可以和自旋 $SU(2)$ 结合起来形成 $SU(6)$ 群，

即将 $SU(3)\otimes SU(2)_{自旋}$ 扩充为 $SU(6)$. 实际上早在1964年就已提出了这种"超多重态"模型. 人们发现了 $SU(6)$ 对称性能够把 J^P 不同的强子态性质之间的关系表达出来. 几乎所有的已知强子态都能在 $SU(6)$ 超多重态上找到其位置.

$SU(6)$ 表示中, 所有六个层子变量 (6.57) 是完全对称的. 对于由三个层子组成的重子, 利用附录IV中的杨图直乘约化法则, 可以证明 $SU(6)$ 有如下的不可约表示, 也即有如下的多重态:

$$\underset{\sim}{6}\otimes\underset{\sim}{6}\otimes\underset{\sim}{6}=\underset{\sim}{20}\oplus\underset{\sim}{70}\oplus\underset{\sim}{70}\oplus\underset{\sim}{56}; \tag{6.58}$$

其中56重态中包括了 $SU(3)$ 的重子八重态和十重态.

$$\underset{\sim}{56}=(2,\ \underset{\sim}{8})\oplus(4,\ \underset{\sim}{10}) \tag{6.59}$$

$$\frac{1}{2}^{+},\ \text{八重态}\quad \frac{3}{2}^{+},\ \text{十重态}.$$

括号中第一个数字为自旋的多重数 $(2J+1)$, 第二个数为 $SU(3)$ 多重态数. 对于介子, 因为它们是由一对正、反层子组成的, 因此应有

$$\underset{\sim}{6}\otimes\underset{\sim}{6}^{*}=\underset{\sim}{35}\oplus\underset{\sim}{1}; \tag{6.60}$$

其中包括了所有赝标量介子和矢量介子.

$$\underset{\sim}{35}\oplus\underset{\sim}{1}=(3,\ \underset{\sim}{8})\oplus(3,\ \underset{\sim}{1})\oplus(1,\ \underset{\sim}{8})\oplus(1,\ \underset{\sim}{1})$$

$$1^{-},\ \text{八重态}\ 1^{-},\ \text{单态}\quad 0^{-},\ \text{八重态}\ 0^{-},\ \text{单态}, \tag{6.61}$$

(6.61)式中数字的意思和(6.59)式相同.

通过上面的讨论我们看到, $SU(6)$ 群的不可约表示很自然地给出考虑了自旋的 $SU(3)$ 诸多重态.

(二) 重子磁矩

根据重子八重态中三个层子波函数的对称性, 假定重子磁矩为其所包含的各层子磁矩 (μ_i) 的矢量和, 我们可以算出重子八重态各成员的磁矩. 如果层子为自旋等于 $\frac{1}{2}$ 的点粒子, 根据狄拉克理论, 其磁矩应为

$$\mu_i=\frac{Q_i\hbar}{2m_ic}\sigma_i\propto\frac{Q_i}{2m_i}. \tag{6.62}$$

对于质子 (uud)，我们知道其中两个 u 层子的自旋，必然处于对称(三重)态,其自旋波函数应为 $\chi(J=1, m=0, \pm 1)$. 而 d 层子的自旋波函数可以用 $\Phi\left(J=\frac{1}{2}, m=\pm\frac{1}{2}\right)$表示. 一个自旋向上的质子，其总角动量波函数应为 $\phi\left(J=\frac{1}{2}, m=\frac{1}{2}\right)$. 根据克列布希-高登系数表(附录I)，可以得到

$$\phi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)=\sqrt{\frac{2}{3}}\chi(1,1)\phi\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$
$$-\sqrt{\frac{1}{3}}\chi(1,0)\phi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right); \qquad (6.63)$$

式中右侧第一项磁矩应为: $\mu_u+\mu_u-\mu_d$, 第二项磁矩应为: μ_d, 因此我们得到质子磁矩应为:

$$\mu_p=\frac{2}{3}(2\mu_u-\mu_d)+\frac{1}{3}\mu_d=\frac{4}{3}\mu_u-\frac{1}{3}\mu_d. \qquad (6.64)$$

对中子(udd)磁矩计算结果相似,只是将质子磁矩中的 μ_u, μ_d 的位置互换，为 $\frac{4}{3}\mu_d-\frac{1}{3}\mu_u$. 对 Σ^-超子(sdd)和 Σ^+ 超子(suu)则分别将中子或磁矩中的 μ_u 或 μ_d 替换成 μ_s. 对于 Λ 超子(uds), 其同位旋 $I=0$, 其中的 u 和 d 层子必定处于 $I=0$ 的单态. 故其自旋态也必然处于反对称态 ($J=0$). 因而 u 和 d 层子在 Λ 超子中对其磁矩应无贡献，$\mu_\Lambda=\mu_s$. 类似方法亦可求得 Σ^0, Ξ^0, Ξ^- 的磁矩值.

(6.12)式中Q_i为层子电荷，分别代入 u 层子电荷$\left(\frac{2}{3}e\right)$和 d 层子及 s 层子电荷$\left(-\frac{1}{3}e\right)$，并将层子质量代入估计值 ($m_u=m_d=363\text{MeV}$, $m_s=538\text{MeV}$) 可以算出八个重子的磁矩,表 6.12 给出了用这种方法算出的磁矩和实验数据的比较. 表中磁矩的单位都是核磁子 $\left(\mu_0=\frac{e\hbar}{2M_pc}\right)$.

由表 6.12 可见，质子、中子和 Λ 超子等的磁矩计算值和实验

表 6.12 $\frac{1}{2}^+$ "稳定"重子八重态的磁矩

重子	层子模型磁矩	算出的磁矩值(μ_0)	磁矩实验值(μ_0)
p	$\frac{4}{3}\mu_u-\frac{1}{3}\mu_d$	2.79	2.793
n	$\frac{4}{3}\mu_d-\frac{1}{3}\mu_u$	−1.86	−1.913
Λ	μ_s	−0.58	−0.613±0.004
Σ^+	$\frac{4}{3}\mu_u-\frac{1}{3}\mu_s$	2.68	2.379±0.020
Σ^0	$\frac{2}{3}(\mu_u+\mu_d)-\frac{1}{3}\mu_s$	0.82	—
Σ^-	$\frac{4}{3}\mu_d-\frac{1}{3}\mu_s$	−1.05	−1.10±0.05
Ξ^0	$\frac{4}{3}\mu_s-\frac{1}{3}\mu_u$	−1.40	−1.250±0.14
Ξ^-	$\frac{4}{3}\mu_s-\frac{1}{3}\mu_d$	−0.47	−1.85±0.75

符合得很好，特别是

$$\mu_n/\mu_p=-\frac{2}{3}=-0.667, \tag{6.65}$$

和实验值 −0.685 很符合. 但在 Σ 超子及 Ξ 超子方面则符合得较差. 这说明了非相对论(静态)层子模型的局限性. 进一步考虑强子结构中的胶子场，及其导致的正、反层子对 $(q,\bar{q})$ 等"海层子"(虽然不多)，将会产生额外电流，重子磁矩亦受到影响.

§ 6.3 J/ψ 粒子的发现和 $SU(4)$ 对称性

6.3.1 J/ψ 粒子的发现

1964 年提出 u, d, s 三层子强子结构模型以后的十年间，理论预示的粒子都已经被找到了，很多强子和共振态现象也得到解释，就象元素周期表的所有空格都已被实验发现的元素所填满，门捷列夫理论已经完满地得到证实一样，粒子物理学已被某些人认为

发展得差不多了，高能物理在那段时间内曾出现停滞状态．但事物总是发展的，1974 年 12 月，美国《物理评论快报》第 23 期，同时刊登了三篇通讯．第一篇是美国麻省理工院丁肇中教授的实验组于当年 11 月 12 日宣布的，在布鲁克海汶实验室（BNL）30 GeV 交变梯度同步加速器（AGS）上，利用大型精密双臂谱仪，通过测量高能质子打击铍靶产生的 e^+e^- 对有效质量谱，发现了一个质量为 3.1GeV，寿命相当长的粒子，他们称之为 J 粒子．第二篇是美国斯坦福大学里克特（B. Richter）教授的实验组于 11 月 13 日宣布的，在斯坦福直线加速器中心（SLAC）的 SPEAR 电子-正电子对撞机上，利用磁探测器（MARK-1）测量 e^+e^- 电子湮灭产物，发现了同一个重粒子，但他们称之为 ψ 粒子．第三篇则是意大利弗拉斯卡蒂（FLASCATI）实验室，在知道布鲁克海汶实验室发现 J 粒子的消息后，立即提高了其安东尼（ADONE）加速器工作能量（2×1.5GeV）测量了 J 粒子性质，在 11 月 18 日寄出初步实验结果，赶上在同一期快报上发表．这样从产生（测量 e^+e^- 湮灭共振峰）和衰变（测量衰变产物 e^+e^- 对的有效质量谱）两种过程，同时发现一种新粒子，而且又迅速得到证实，结果又十分肯定，这在粒子发现史上是罕见的．这一出乎意料的实验发现和其在粒子物理学上的重要意义立即轰动了物理界，打破了粒子物理学十年来的沉寂，使高能物理实验和理论各个领域又呈现一片朝气蓬勃的景象．由于这一工作，丁肇中教授和里克特教授获得了 1976 年诺贝尔物理学奖金．

（一） J 粒子实验

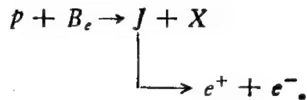
丁肇中教授早期在研究矢量介子 ρ,ω,φ 方面作过多年工作，这些都是介子共振态，寿命都很短，约为 10^{-23}—10^{-24} 秒，共振宽度分别为

$$\Gamma_\rho\cong100\text{MeV},\ \Gamma_\omega\cong10\text{MeV},\ \Gamma_\varphi\cong5\text{MeV}.$$

它们的量子数和光子相同，均为 $J^{pc}=1^{--}$，只是质量较重，均在 1GeV 附近，所以也称之为重光子．丁肇中教授当时认为很难想象只存在三种重光子．他想通过 e^+e^- 对的探测，在有效质量直到

5GeV 范围内，普查可能存在的重光子. 结果发现了在层子模型中有重要意义的 J 粒子.

他采取的实验方法是：将 AGS 加速器的 30 GeV 质子束引出来打击铍靶，对所产生的次级粒子利用偏转磁场进行电荷和动量分析. 带正电和负电的粒子通过磁偏转，分别进入双臂磁谱仪的两个臂，两臂符合事件说明质子束打靶时产生了正负粒子对. 是不是 e^+e^- 对呢？可以用每个臂中的计数器进行判断. 在动量确定的粒子束中，用气体契伦科夫计数器测出粒子的速度 $\mathbf{v}$，根据 $\mathbf{p}=m\mathbf{v}$，即可确定粒子的质量 m，这样就可以辨认是不是电子. 如果再用簇射计数器测出粒子的能量 E，则根据 $E^2=p^2+m^2$，可以进一步判断是不是电子. 在肯定了记录的是 e^+e^- 对之后，如果这一正负电子对来自



$$p+B_e\to J+X,\quad J\to e^++e^-.$$

则根据测得的 e^+，e^- 能量 E_1，E_2，动量 $\mathbf{p}_1$，$\mathbf{p}_2$ 和夹角 θ_{12}，即可按相对论公式

$$m_{e^+e^-}^2=2m_e^2+2[E_1E_2-p_1\cdot p_2\cos\theta_{12}].$$

算出有效质量 $m_{e^+e^-}$. 从多次测到的 e^+e^- 有效质量作出分布曲线，可以看出有没有前所未知的新粒子，并具体算出其质量和寿命.

这个实验用高能质子束来做的好处是，初级束强度大，强作用截面大，产生新粒子的机会多. 但另一方面，高能质子、核子相互作用的反应方式很多，会产生大量的 π 介子对、核子对、奇异粒子和共振态等. 这些粒子又会衰变成多种强子和轻子. 这样各种带电粒子很多，要在极短的时间（$\sim10^{-9}$ 秒）内，在极端复杂的各种相互作用事例中，挑选出所设想的 e^+e^- 对是困难的，因此在研制实验设备时他们考虑

1. $J\to e^+e^-$ 衰变是电磁作用，其产额比强作用小约 10^6 倍，即所需测量的 e^+e^- 对事件比强子对产额少很多，约需在 100 万个本底中挑选出一个所需的事件. 因此要求仪器提供强子对排除比

大于 10^8，即在一亿个强子对通过仪器时，只允许错记上一对.

2. 需要在质子束流强度为 10^{11}—10^{12} 质子/秒的条件下工作，才能取得足够的数据，因此要求探测器应当适应高强度工作条件.

3. 根据过去在西德 DESY 时的工作经验，他们认为在大束流下工作，并要求质量分辨率好，质量接收度大，最好是设计大型精密双臂谱仪. 他们研制成功了大型双臂谱仪，其质量分辨率高 ($\Delta m < 5$MeV)，质量接收度大(～2GeV). 图 6.12 给出丁肇中小组用过的大型精密双臂谱仪，其中 M_0, M_1, M_2 是偶极偏转磁铁，对次级粒子进行动量分析. C_B, C_0, C_e 是气体契伦科夫计数器，选择粒子速度，鉴别正、负电子. 气体阈式契伦科夫计数器 C_B 可以 100%地记录 10MeV/c 以上的所有正负电子，而排除 217GeV/c 以下的所有 $\pi^{\pm}$ 介子. 簇射计数器 S 进一步测定粒子能量，以鉴别电子与 π 介子. 契伦科夫计数器 C_0, C_e 和簇射计数器 S 提供强子

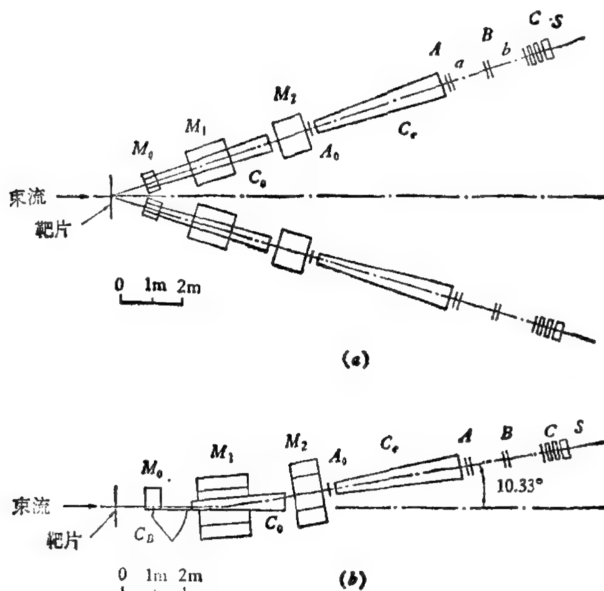


图 6.12 大型精密双臂谱仪

(a) 平面图 (b) 侧面图

对排除比大于 1×10^8. 多丝正比室 A_0, A, B, C 则用来确定事件中的粒子数目和飞行方向. 由于整个系统在强束流下工作，需要很好的防护屏蔽. 本实验专用的防护材料即有一万吨水泥，一百吨铅，五吨铀和五十吨含氢物质.

双臂谱仪的磁场在垂直方向偏转粒子束，以测量其动量 **p**. 而用双臂在水平方向测量产物的夹角 θ_{12}. 这种"$p\theta$"独立的概念，使谱仪设计简单，并有较好的质量分辨率.

1974 年 8 月，丁肇中小组得到的 e^+e^- 不变质量谱的峰宽度小于 5MeV，如图 6.13 所示.

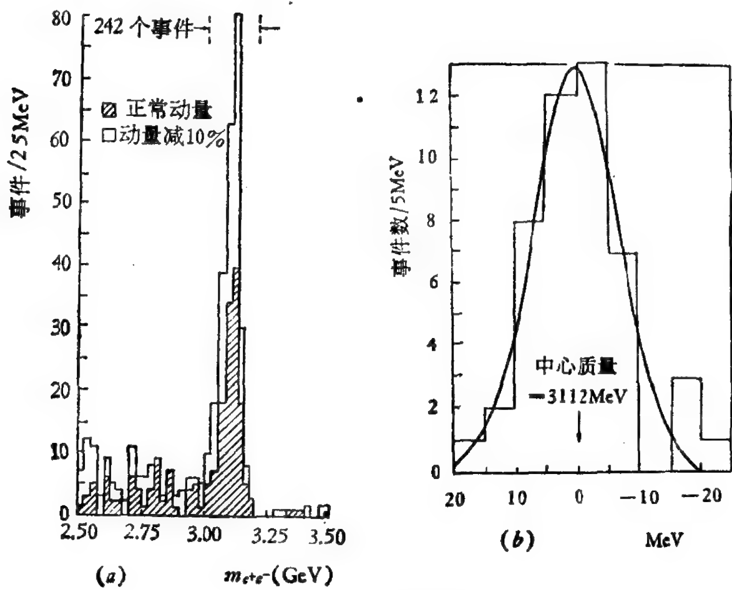


图 6.13　J 粒子的实验结果

(a) 在 $2.5<m_{ee}<3.5$GeV 区间，e^+，e^- 电子对的不变质量谱，阴影部分对应于正常磁铁电流下测得的事件，非阴影部分对应于比正常磁铁电流小 10% 时测得的结果. (b) J 粒子不变质量谱宽度测量，所测宽度小于 5MeV.

（二）ψ 粒子实验

里克特等人在 SLAC 的 SPEAR，e^+e^- 对撞机上发现 ψ 粒

子的实验是：在 e^+e^- 质心系能量 3.095GeV 处，各种反应道截面均有尖锐的峰值，$\psi(3095)$，如图 6.14．另外发现在 3.685 GeV 处截面也有峰值 $\psi'(3685)$．在 4.1GeV 处截面有较宽阔的增高．这些共振态一般都能衰变为 e^+e^-，$\mu^+\mu^-$ 和强子 (π, K) 等．约有一半 $\psi'(3685)$ 衰变为 ψ 及两个 π 介子．

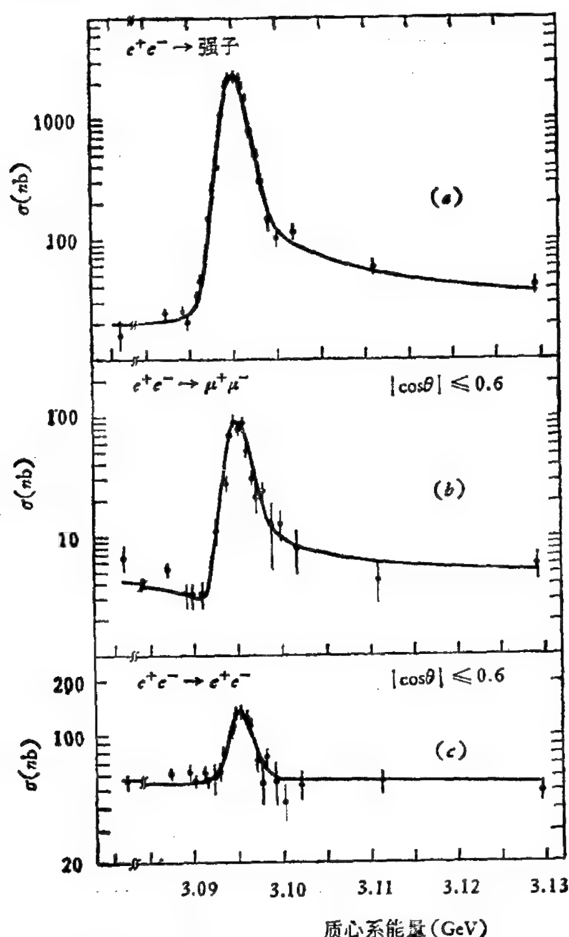


图 6.14　e^+e^- 碰撞产生截面和质心系能量关系
(a) 强子产生，(b) $\mu^+\mu^-$ 产生，(c) e^+e^- 产生．
图中 $|\cos\theta| \leqslant 0.6$ 是指实验截止角

上述共振态的显著特征是宽度太窄，不能直接测量．对撞束的能量分辨率约为 1.5 MeV，而 J/ψ (3.1 GeV) 的全宽度 Γ，最后经过测量和分析定出来的大约只有 70 KeV．表 6.13 给出了实验得到的 J/ψ (3.1GeV) 和 ψ' (3.7GeV) 的能级宽度和衰变分支比.

由于 J/ψ 共振态寿命较长($\sim 10^{-20}$ 秒)，相应的宽度过窄，这就提出了衰变机制的问题．一个纯弱衰变过程给不出可观察的宽度．衰变产物中强子很多，γ 射线不多，又不象是纯电磁衰变，而很象是一个高度禁戒的强作用衰变.

现在来考虑 J/ψ 的性质．J/ψ 在 e^+e^- 对撞反应中产生，不象是轻子．如果 J/ψ 是在单光子交换过程中产生的，则其量子数应为 $J^{pc}=1^{--}$，和光子的量子数相同．根据 e^+e^- 反应中直接产生的电子对，μ 子对，与 J/ψ 衰变产生的电子对，μ 子对的干涉效应，可以直接证明上述量子数规定是正确的．当 J/ψ (3.1 GeV) 只衰变成 π 介子时，π 介子数目为单数，说明 J/ψ 的 G 宇称为负．J/ψ 能衰变成 $\Lambda\bar{\Lambda}$ 等方式，说明 J/ψ 的同位旋为零．为什么存在这样一个粒子？这在 u, d, s 三层子理论中是未曾预料到，也是难以解释的.

J/ψ 粒子发现以后，有人怀疑是否它就是人们一直在寻找的传递弱作用的中间玻色子．但 J/ψ 粒子可以通过 20GeVγ 光子产生，而且截面和一般光生强子截面相似．还有另一些原因，人们否定了它是中间玻色子的可能性.

表 6.13 J/ψ (3.1 GeV) 和 ψ' (3.7 GeV) 的性质

粒子	J/ψ (3.1 GeV)	ψ' (3.7GeV)
m	3096.9±0.1MeV	3686.0±0.1MeV
J^{pc}	1^{--}	1^{--}
$\Gamma_e=\Gamma_\mu$	4.8±0.6KeV	2.1±0.31KeV
Γ_h	59±14KeV	224±56KeV
Γ	63±9KeV	215±40KeV
Γ_e/Γ	0.069±0.009	0.0093±0.0016
Γ_h/Γ	0.86±0.02	0.981±0.003
$\Gamma_{\gamma h}/\Gamma$	0.17±0.03	0.029±0.004

所有上述论点，说明 J/ψ 粒子属于强子．它的层子组成情况等问题在 1975 年前后曾被广泛地讨论过．后来根据其衰变等特性，明确它不属于 $SU(3)$ 对称群，而是由一种新层子组成的新粒子，是粲层子 c 和反粲层子 $\bar{c}$ 组成的隐含粲数的粲素 $c\bar{c}$（charmonium)，这一点下面将作更仔细的说明．

6.3.2 J/ψ 粒子谱

在 SLAC 电子对撞机上发现了 ψ 粒子后，人们系统地研究了它的衰变过程，特别是利用称为晶体球的一种探测设备，研究了 ψ，ψ' 等态衰变过程中发射的 γ 能谱，发现了一系列衰变中间态（χ 态）．这些中间态粒子继续衰变，放出 γ 光子或强子．这些中间态，不能在 e^+e^- 对撞中直接形成，因为它们的量子数 J^P 不是 1^-．通过对实验结果的综合分析，认为这些中间态是处于 $^3P_{0,1,2}$ 态的粲素，其量子数分别为 $J^{PC}=0^{++}$，1^{++}，2^{++}．而 J/ψ(3.1GeV）是处于 1^3S_1 态的粲素．ψ'(3.7GeV)是处于 2^3S_1 态的粲素，它们的量子数都为 $J^{PC}=1^{--}$．这种能级结构（图 6.15）和由正负电子组成的电子偶素（e^+e^-）的能级结构非常相似．为了得到图 6.15 中各个观测到的质量数值的 χ 态，就需要假设正、反粲层子之间，在很小的距离时，作用着库仑位势．而在距离较大时，位势与距离（r）成线性依赖关系．这种位势会自然产生“层子禁闭”的结果．

6.3.3 粲层子的引入

J/ψ 粒子的质量是如此重（3.1 GeV），而其寿命却如此长，比一般的强子共振态约长 10^3 倍．这就使人们对它产生了极大的兴趣．通过对其衰变规律，质量谱和其它性质的研究，证明它不是轻子，不是传递弱作用的中间玻色子，也不是重子，而是由正、反粲层子组成的粲子偶素（$c\bar{c}$），是一种介子共振态．

为了解释 J/ψ 粒子的长寿命特征，人们认为粲层子 c 是一种新的层子，表 6.17 中给出了它的量子数．在强作用和电磁作用中粲数守恒．粲层子可以通过弱作用衰变成非粲层子，而一般不能

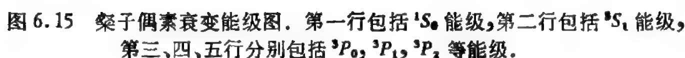


图 6.15 粲子偶素衰变能级图．第一行包括 $^1S_0$ 能级，第二行包括 $^3S_1$ 能级，第三、四、五行分别包括 $^3P_0$，$^3P_1$，$^3P_2$ 等能级．

通过强作用衰变成非粲层子．但是为什么粲子偶素虽然由粲层子组成，具有粲数 $c=0$，但却能够通过强衰变成非粲层子（如 $\psi\to\omega\pi^+\pi^-$ 或 $\psi\to\phi\pi^+\pi^-$等）呢？这里有一个 OZI 规则（是由 S. Okubo, G. Zweig 和 J.Iizuba 等人提出的，所以也叫作兹韦规则）．该规则说明，在正常情况下粲子偶素 $(c\bar{c})$ 的强衰变应为

$$(c\bar{c})\to(\bar{c}q)+(c\bar{q})+\cdots\cdots; \tag{6.66}$$

其中 q 指 $SU(3)$ 层子 (u,d,s)．这就是说 J/ψ 粒子通过强作用衰变出来的粒子应为带粲层子的各种介子，完全改变初态层子性质的衰变一般是被禁戒的．例如，已知 $\phi(1020)$ 介子为奇异层子偶素 $(s\bar{s})$，实验上知道它可以衰变成 3π 的宽度 $\Gamma_{3\pi}=670$KeV，但更多的是衰变成 $2K$，宽度为 $\Gamma_{2K}=3$MeV．从相空间分析看，应该更多地衰变成 3π，$2K$ 衰变则应少些．为什么实验结果正好相反呢？从图 6.16 可见，在 ϕ 衰变成 3π 时，层子要改变种类（s 变成 u），衰变几率应变少；而 ϕ 衰变成 $2K$ 时，层子不需要改变种类，因而几率大．对于 ω 介子，其层子组成为，$\frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u+\bar{d}d)$，衰变为

π 介子的几率应较大，因为它不受 OZI 规则的限制.

我们可以用层子图形不连续的概念来理解 OZI 经验规则，即如果可以在层子图（如图 6.16）上作一条线，不通过任何层子线，而能将一个或几个粒子孤立出来的话，这种图形称作不连续的. OZI 规则说，不连续图比连续图的禁戒程度高.

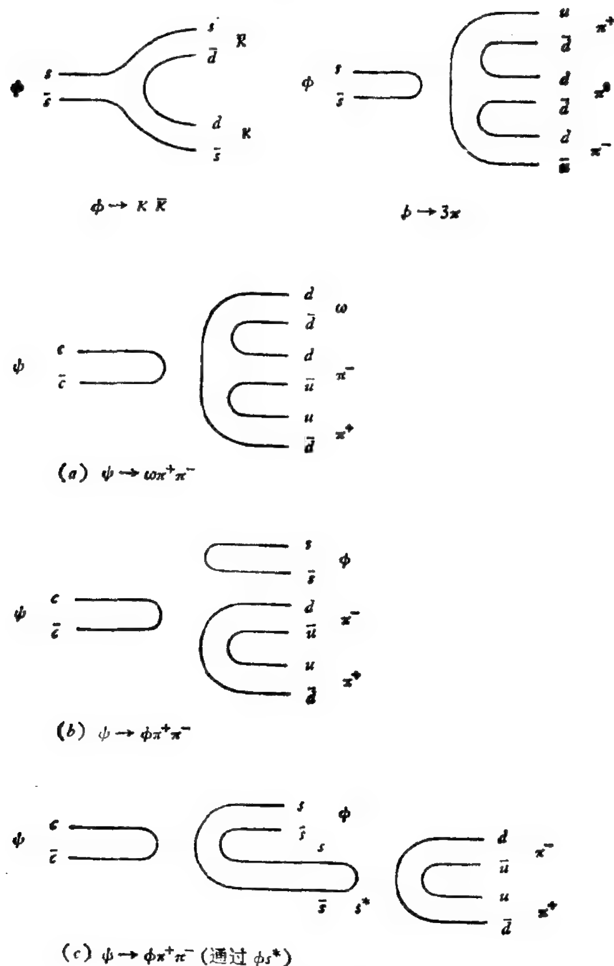


图 6.16 ϕ、ψ 等粒子衰变的层子图

如果 J/ψ 粒子是$(c\bar{c})$结合态，按 OZI 规则 J/ψ 粒子应优先衰变成粲粒子($c\bar{q}$,$q\bar{c}$ 等)．但是由于粲层子的质量较大(c 层子质量大于 s, u, d 等层子的质量)，每个粲介子质量接近 2GeV，因而这种衰变在能量上是不可能的．为此 J/ψ 粒子将在违反 OZI 禁戒条件下，向非粲粒子衰变，这样就解释了 J/ψ 粒子寿命特别长的问题．

由此可见，引入粲层子概念，可以很好的解释 J/ψ 粒子的衰变和其层子结构．事实上，早在 1970 年格拉肖、伊略普洛斯和梅安尼 (S. L. Glashow; J. Iliopoulos and L. Maiani) 等人就提出过存在第四种层子——粲层子的设想．当时他们利用存在粲层子来解释奇异数改变 ($\Delta S = 1$) 的中性流不存在的问题（参看第八章）．J/ψ 等粒子的发现，证实了存在第四种层子的设想，引出一种新的可加性量子数——粲数．粲数 C 和奇异量子数 S 一样，在强作用中是守恒的．粲数的引入使盖尔曼-西岛公式也扩充成

$$\frac{Q}{e} = I_3 + \frac{1}{2}(\mathrm{B} + \mathrm{S} + \mathrm{C}); \qquad (6.67)$$

其中 C 为粲数，对正反粲层子，C 分别为 +1 和 −1，对其它种类的层子 C 为 0．粲层子的 $\mathrm{B} = \frac{1}{3}$, $Q = \frac{2}{3}e$，同位旋 I 及 I_3 均为 0，奇异量子数 S 也为 0．

6.3.4 粲介子和粲重子

u, d, s 三层子理论解释了 J/ψ 粒子发现以前所有已知的强子及其共振态的组成．J/ψ 粒子的发现突破了这种三层子强子结构模型．已知 J/ψ 粒子是粲层子素 $(c\bar{c})$ 以后，人们很自然地会想，粲层子应该能够和 u, d, s 三种"老"层子结合形成各种带粲层子的介子和重子．这样就应将强子结构 $SU(3)$ 对称性扩大为 $SU(4)$ 对称性，应该存在和 $SU(4)$ 群的不可约表示对应的带粲数的粒子——粲介子和粲重子族．

在 u, d, s, c 四层子理论中，由正、反层子 $(q\bar{q})$ 组成的介子共

有十六种，其中九种层子属于原来的 $SU(3)$ 理论中的"老"介子，单态和八重态，表 6.14 和 6.15 中分别给出了由四种层子及其反层子组成的 $J^p=0^-$ 和 1^- 介子多重态. 其中最末一行和最末一列粒子中包括粲层子，所标名称是目前习惯使用的. 其中 D^0, D^{*0}, $D^\pm, D^{*\pm}$ 和 η_c 等粒子已被实验发现；$F^\pm, F^{*\pm}$ 等粒子，在实验上看到一些事例，定出其质量为 $m_{F^\pm}=1971\pm6\text{MeV}$. 这些粒子的性质和相互作用，仍需要仔细研究. e^+e^- 对撞机对于发现和研究 1^- 态的粒子特别优越，这是因为 e^+e^- 本身的量子数为 $J^p=1^-$.

表 6.14 $SU(4)$ 中 0^- 介子

$\bar{q}$ \ q	u	d	s	c
$\bar{u}$	$\frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\frac{\eta}{\sqrt{6}}+\frac{\eta'}{\sqrt{3}}$	π^-	K^-	D^0
$\bar{d}$	π^+	$-\frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\frac{\eta}{\sqrt{6}}+\frac{\eta'}{\sqrt{3}}$	$\bar{K}^0$	D^+
$\bar{s}$	K^+	K^0	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\eta+\frac{\eta'}{\sqrt{3}}$	F^+
$\bar{c}$	$\bar{D}^0$	D^-	F^-	η_c

表 6.15 $SU(4)$ 中 1^- 介子

$\bar{q}$ \ q	u	d	s	c
$\bar{u}$	$\frac{\omega+\rho^0}{\sqrt{2}}$	ρ^-	K^{*-}	D^{*0}
$\bar{d}$	ρ^+	$\frac{\omega-\rho^0}{\sqrt{2}}$	$\bar{K}^{*0}$	D^{*+}
$\bar{s}$	K^{*+}	K^{*0}	φ	F^{*+}
$\bar{c}$	$\bar{D}^{*0}$	D^{*-}	F^{*-}	J/ψ

用图形表示四种层子组成的强子超多重态，比 u, d, s 三层子理论中超多重态图要复杂得多，需要在三维空间中进行. 在原来 Y-I_3 图上加上另一维粲数轴，成为立体图. $SU(4)$ 介子超多重态(图 6.17) 中间一层就是原来的介子 $SU(3)$ 八重态，粲数为零. 上

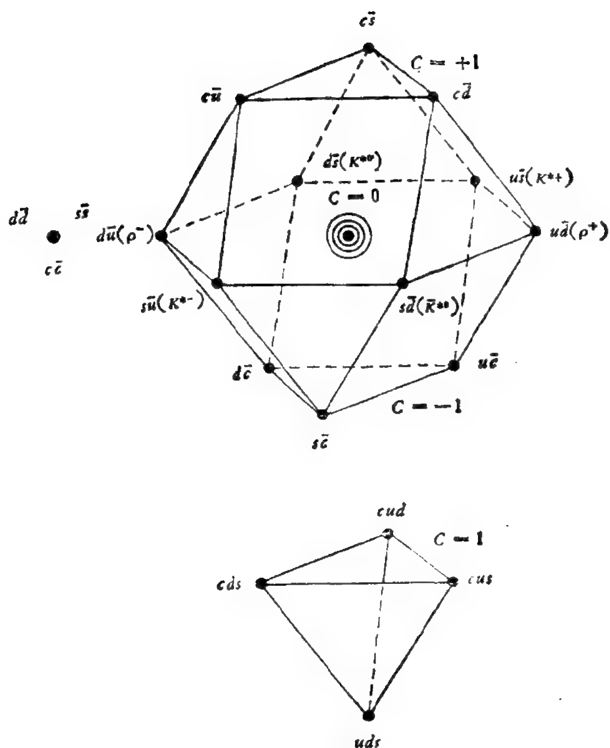


图 6.17 $SU(4)$ 介子超多重态图示

面的一层中，每个介子都含有一个粲层子 c，粲数为 1. 下面的一层中，每个介子都含有一个反粲层子 $\bar{c}$，粲数为-1.

u,d,s 三层子组成的重子十重态，在 Y-I_3 平面上为三角形. 加上 C 轴后扩充成四面体（图 6.18）. 最下面一层是原来的十重态，粲数为零. 依次往上是粲数为 1 的层(包含一个 c 层子)，粲数为 2 的层(包括两个 c 层子）和粲数为 3 的顶点（由三个 c 层子组成）.

包括 c 层子后，自旋为 $\frac{1}{2}$ 的重子八重态扩充为砍掉四个角的四面体(图 6.19). 最低层是原来的八重态，粲数为零. 往上有粲数为 1 和粲数为 2 等两层.

根据上面包括粲层子的立体粒子图，应该存在一系列粲介子

和粲重子．寻找这些粲粒子可以验证 $SU(4)$ 理论和四层子强子结构模型．1974 年以来，世界各个高能实验室，进行了很多寻找粲粒子的实验工作，在寻找粲介子，粲重子和研究它们的性质等方面都已取得了不少成绩．很多成果是在 e^+e^- 对撞机上取得的．在质子加速器上，通过强作用中粲粒子协同产生过程，也可以研究粲粒子．和奇异量子数一样，在强作用中粲数也是守恒的．在弱作用中粲数不守恒，存在着类似的选择定则 $|\Delta C|=1$．在质子加速器上，利用强作用产生方法寻找粲重子的实验始终未获成功，主要是因为其产生截面小（$\sim 10^2\mu b$），而本底太大．近几年在高能中微子及光子实验中，找到了一些粲重子（Λ_c, Σ_c）事例．

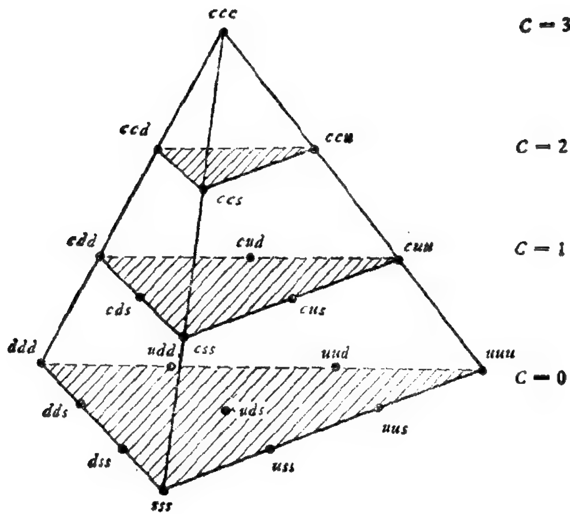


图 6.18 自旋为 $\frac{3}{2}$ 的 $SU(4)$ 重子超多重态图示

根据粲粒子衰变，可以估计粲层子的衰变方式．例如，根据

$$D^0 \to K^- + \pi^+ + (\pi^+ + \pi^-) \tag{6.68}$$

衰变过程，可以估计粲层子的衰变方式有

$$c \to s + u + \bar{d}. \tag{6.69}$$

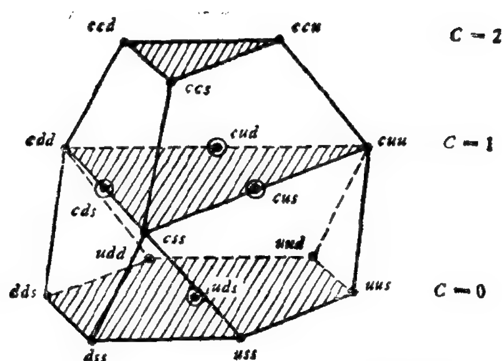


图 6.19 自旋为 $\frac{1}{2}$ 的 $SU(4)$ 重子超多重态图示

如果是这样，则(6.68)式的实际过程是

$$(c\bar{u}) \to (s\bar{u}) + (u\bar{d}) + \cdots. \tag{6.70}$$

根据粲粒子的半轻子衰变过程，也可以估计粲层子可能的衰变过程还有

$$c \to s + w^+. \tag{6.71}$$

费米实验室（FNAL）在进行高能光子光生粲粒子的实验时，发现在 2.26GeV 处有一个窄共振，其衰变方式总是 $\bar{\Lambda}$, π^-, π^-, π^+；未见到有 $\bar{\Lambda}$, π^+, π^+, π^- 的衰变事件，人们认为这是 $\bar{\Lambda}_c^+$ 反超子产生的. 因为 $\bar{\Lambda}_c^+$ 反超子由 $\bar{c}$, $\bar{u}$, $\bar{d}$ 三个反层子组成. 如果其中的反粲层子 $\bar{c}$ 衰变成 $\bar{s}$, $\bar{u}$, d 三个层子，它总共有 $\bar{s}$, $\bar{u}$, d, $\bar{u}$, $\bar{d}$ 五个层子. 在 $\bar{\Lambda}_c^+$ 反超子衰变时，可能由其中 $\bar{s}$, $\bar{u}$, $\bar{d}$ 三个反层子组成 $\bar{\Lambda}$；$\bar{u}$ 和 d 两者组成 π^-；因为衰变能量大，还可以多衰变出几个 π^+, π^-对. 因此实验上看到的 $\bar{\Lambda}$, $\pi^-(\pi^+, \pi^-)$ 衰变事例，可能是由 $\bar{\Lambda}_c^+$ 衰变出来的. 从层子组成看，$\bar{\Lambda}_c^+$ 反超子也不会衰变成实验上没有发现的 $\bar{\Lambda}$, π^+, π^+, π^- 粒子态.

根据目前实验结果，人们深信 $SU(4)$ 对称性和四层子组成的重子超多重态所对应的不可约表示，可以由 $SU(4)$ 的三个基础表示的直乘约化算出(附录 IV)

$$4 \otimes 4 \otimes 4 = \underline{20} \oplus \underline{20} \oplus \underline{20} \oplus 4. \tag{6.72}$$

已知其中一个二十重态是 $\frac{1}{2}^+$ 重子超多重态，另一个二十重态是 $\frac{3}{2}^+$ 重子超多重态。

$\frac{1}{2}^+$ 重子二十重态中包括：$c=0$ 的八个态，它们就是 u，d，s 三层子理论中的八重态；$c=1$ 的九个态，它们是 cdd，cuu，css 三个态；cud，cds，cus 等三种层子组合，但各有两种不同的具体组合方式(对称或反对称)的六个态；和 $c=2$ 的三个态，ccd，ccu 及 ccs。除了大家已经熟悉的 $c=0$ 的八重态重子外，现将其它十二个粲重子的名称和量子数列于表 6.16 中。

表 6.16　$\frac{1}{2}^+$ 粲重子态

名　称	含层子	同位旋 I	I_3	奇异数 S	粲数 C
C_1^{++} 或 Σ_c^{++}	cuu	1	1	0	1
C_1^{+} 或 Σ_c^{+}	$c(ud)$ 对称	1	0	0	1
C_1^{0} 或 Σ_c^{0}	cdd	1	-1	0	1
S^+	$c(us)$ 对称	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	1
S^0	$c(ds)$ 对称	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	1
T^0	css	0	0	-2	1
C_0^{+} 或 Λ_c^{+}	$c(ud)$反对称	0	0	0	1
A^+	$c(us)$反对称	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	1
A^0	$c(ds)$反对称	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	1
X_u^{++}	ccu	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	2
X_d^{+}	ccd	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	2
X_s^{+}	ccs	0	0	-1	2

$\frac{3}{2}^+$ 重子二十重态中包括 $C=0$ 的十个态，即 u，d，s 三层子理论中的十重态，$C=1$ 的六个态：cdd，cud，cuu，cds，css，csu；

C = 2 的三个态：ccd, ccu, ccs; C = 3 的一个态 ccc. 这个二十重态中包括的粲重子共有十种，各自另有名称.

由此可见，$SU(4)$ 理论给出的基态粲重子共应有二十二种. 其中含有一个粲层子 ($c = 1$) 的粲重子共有十五种，其质量估计都约在 2.2～4 GeV 之间. 目前找到有少数事例的只有两、三种 (Σ_c, Λ_c). 从实验中寻找这些粲重子的工作，仍在积极进行之中.

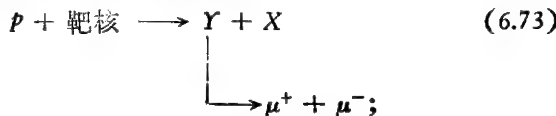
§ 6.4 层子和轻子

6.4.1 层子的味道

通过实验和理论分析，明确 J/ψ 粒子是隐含粲数的粲层子素 ($c\bar{c}$) 之后，人们知道了宇宙中存在有 u, d, s, c 等四种层子. 但是否还能找到第五种，或更多种层子，宇宙中到底一共有多少种层子呢? 人们为此进行了而且还在积极地进行着很多实验和理论工作. 1977 年在美国费米实验室 (FNAL) 500 GeV 质子同步加速器上的实验中，雷德曼 (L. M. Lederman) 教授实验组又发现了一族新粒子，称为宇普西隆 (Υ) 粒子. 实验和理论分析知道，Υ 粒子是由第五种层子 b 和其反层子 $\bar{b}$ 组成的 b 层子素 ($b\bar{b}$). b 是 beauty (或 bottom) 的简写. b 层子和 B 量子数译为美层子和美数(或底层子和底数).

(一) Υ 粒子的发现

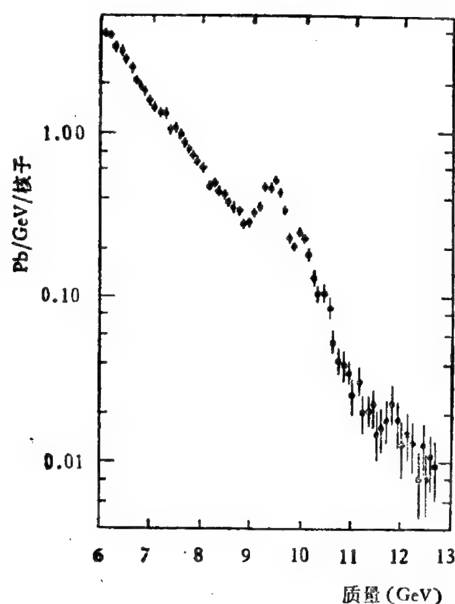
雷德曼实验组发现 Υ 粒子时用的实验设备和 J 粒子发现时所用的设备相似，也是双臂谱仪. 但他们测量的是 $\mu^+\mu^-$ 粒子，故也称为双 μ 谱仪. 他们实验所观察的过程是：利用 500 GeV 质子同步加速器提供的质子束打击靶原子核



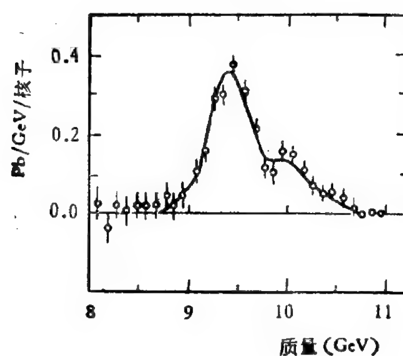
$$p + \text{靶核} \longrightarrow \Upsilon + X, \quad \Upsilon \longrightarrow \mu^+ + \mu^-; \tag{6.73}$$

其中 X 代表这一过程中产生的所有其它粒子. 利用此过程中两个 μ 介子能量，动量测量值算出的不变质量谱作成曲线，发现在

8.8—10.6GeV 区间，在 e^{-M} 背景（M 是粒子的质量）上有两个峰[实际上看不清楚这两个峰，但从曲线形式分析看，它近似于两个



(a)



(b)

图 6.20 发现 Υ 粒子的实验曲线

(a) 双 μ 子产生截面，迭加在连续本底上，(b) 去除本底后的双 μ 子产生截面.

凸峰的迭加(图 6.20). 估计是仪器能量分辨率的限制，不能精确地将它们分开],因而被认为是两个新粒子.

近几年来美国费米实验室，康乃尔大学 2×8 GeV、苏联 VEPP-4, 2×7GeV 正负电子对撞机及德国 DESY 实验室都在继续进行 Υ 粒子族及含美层子的介子和重子方面的实验研究工作. 测定了 Υ 粒子的量子数为 $J^{PC}=1^{--}$. 测出的 Υ 粒子族的质量谱和 J/ψ 粒子族质量谱相似(图 6.21). 说明 Υ 粒子是由另一种新层子 b 和其反层子 $\bar{b}$ 组成的 b 层子素 $(b\bar{b})$.

(二) 美粒子谱

和电子偶素 (e^+e^-) 能谱相似，正反层子组成的结合态 $(q\bar{q})$ 质量谱，可以通过假设正反层子间的相互作用势能的具体形式计算出来. 层子的质量较重，可以不采用相对论方程，而利用薛定谔量子力学方程直接计算

$$H\psi=E\psi,$$

$$H=\frac{p^2}{2M_q}+V(r). \tag{6.74}$$

经验表明，假设两层子间相互作用势能的具体形式为

$$V(r)=\frac{K}{r}+\frac{r}{a^2}, \tag{6.75}$$

则可以较好地符合实验测出的 Υ 粒子族质量谱. 其中 M_q 为层子质量，K 和 a^2 为参数. 在精确地计算层子偶素质量谱时，还要考虑自旋-轨道耦合和自旋-自旋耦合项的势能. 这时的势能形式要比 (6.75) 式复杂得多.

在 $\Upsilon_3\to\gamma\chi_b'$ 及 $\Upsilon_1\to\gamma\chi_b$ 衰变中已经发现质量约为 10253.7 ± 3.4 MeV 等的 χ_b', 及质量为 9872.9 ± 5.8, 9894.5 ± 3.5, 9914.6 ± 2.4 MeV 的 χ_b 等 p 波 $(b\bar{b})$ 态，理论上，这些 p 波态包含着 $J=0$, 1, 2 的三个态. 晶体球组观察了两个 χ_b 态的分裂，给出质量为 9913 ± 6 MeV 及 9894 ± 6 MeV. 这些结果将为了解层子间与自旋有关的势提供实验依据.

近年来康乃尔大学 CLEO 组的实验中发现了 $B^{\pm}$, B^0, $\bar{B}^0$ 介

子 ($b\bar{u}$, $b\bar{d}$, $\bar{b}u$, $\bar{b}d$)，他们测得 $m_{B^0} = 5274.2 \pm 2.8\,\text{MeV}$，$m_{B^\pm} = 5270.8 \pm 3\,\text{MeV}$. $B^\pm$ 及 B^0 的寿命都相当长，$\tau_B \simeq 1 \times 10^{-12}$ 秒.

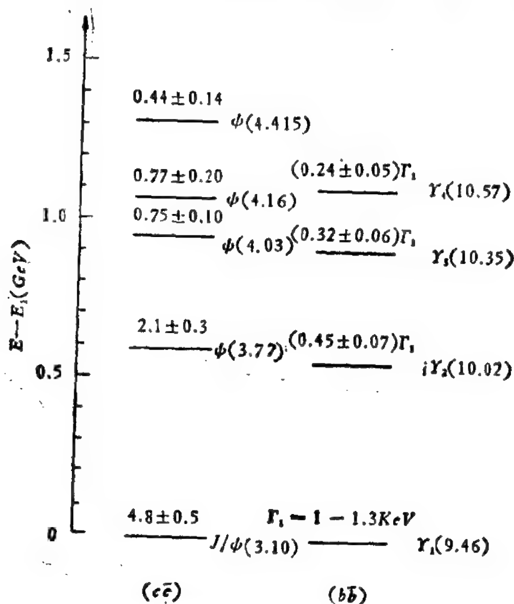


图 6.21 粲素和美素粒子族质量谱的比较

Υ_4(10.57) 态衰变分支比测量中，知 $B_r(\Upsilon_4 \to B^+B^-) = 0.60 \pm 0.02$，$B_r(\Upsilon_4 \to B^0\bar{B}^0) = 0.40 \pm 0.02$. 这表明 Υ_4 态(即 Υ''' 态)几乎全部衰变到 $B\bar{B}$，很像一个产生 B 介子的工厂，对于研究 B 粒子很有利. B 介子衰变分支比的测量表明，B 介子主要衰变成 D 介子，这表明 b 层子主要衰变成 c 层子.

总之，J/ψ 粒子，Υ 粒子及一系列粲粒子和美粒子的发现，使我们相信存在有五种层子，u，d，s，c 和 b. 根据理论推测，例如，根据下一节中将介绍的层子——轻子对称性等的预言，人们认为在宇宙中至少还存在有第六种层子，并称之为 t 层子 (top 或 truth)，并预言了它的量子数，统一地列于表 6.17 中. 但直到 2 × 21GeV 能区，在正、负电子对撞机上进行了一系列的实验，都没找到 t 层子存在的证据. 1984 年西欧中心宣布，在 2 × 270GeV $p\bar{p}$

对撞实验中，发现了 t 层子.

表 6.17　c、b、t 层子的量子数

名　称	符号	B	I	I_3	S	C	B	T	J	P	Q	估计质量 (GeV)
粲层子	c	$\frac{1}{3}$	0	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	+1	$\frac{2}{3}$	~1.6
美层子（或底层子）	b	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	+1	$-\frac{1}{3}$	~5.0
顶层子（或真层子）	t	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	+1	$\frac{2}{3}$	~40

六种不同的层子被形象地称为具有六种不同"味道"的层子，以便于和下节将要介绍的，每种味道的层子还能区分为三种不同"颜色"的层子相区别. 是否还有第七种或更多种味道的层子存在呢?目前理论上有探讨.量子色动力学认为层子的味道最多不超过16种，否则将要破坏"渐近自由"的性质. 宇宙学中则认为中微子不超过三到四种，根据轻子和层子的对称性，层子的味道也不会超过六到八种. 但到底存在几种层子，这个问题，最终要靠实验结果来判断.

6.4.2　层子的颜色

前面提到过，在 $\frac{3}{2}^{+}$ 重子十重态中，有由三个相同味道层子组成的重子: $\Omega^{-}(s,s,s)$，$\Delta^{++}(u,u,u)$ 和 $\Delta^{-}(d,d,d)$. 这些层子都处于 $l=0$ 的基态上，而且它们的自旋方向都相同. 这种在同一能级上存在有三个全同粒子的现象是违反泡利原理的. 是不是在重子内部泡利原理被破坏了呢? 这问题曾经是层子模型的困难. 1964 年格林伯格 (D. W. Greenberg) 引入层子具有另外一种自由度——"颜色"的概念. 他认为上述各重子中三个相同味道的层子，具有不同的颜色，不是全同粒子，因而不受泡利原理的限制，它们可以处于同一个能级之中. 这种假定层子具有颜色量子数的理论，得到不少实验事实的支持，目前发展成为强作用中的重要理

论——量子色动力学 (QCD). 这里将概要地介绍支持层子有颜色量子数的几个实验事实.

1. 在 $\pi^0 \to \gamma + \gamma$ 衰变几率的理论计算中，如果不考虑层子有三种不同的颜色，则所算出的衰变几率和实验值相差九倍. 而考虑到颜色假定时，可以证明，衰变几率和颜色种类数目平方成正比. 这时算出的 π^0 衰变几率值和实验结果相符合.

2. 高能正、负电子碰撞时，可以产生 $\mu^+\mu^-$ 对和各种强子. 定义产生各种强子截面的总和与产生 $\mu^+\mu^-$ 对截面之比为 R 值

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{所有强子})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}. \tag{6.76}$$

e^+e^- 碰撞产生强子的过程实际上是，先通过电磁相互作用产生正、反层子对. 然后正、反层子对通过强相互作用迅速碎裂(fragmentation)成强子(图 6.22(*a*)). 在这两种过程中，图6.22(*a*)中前两个顶点和图 6.22(*b*)中两个顶点的形式是一样的. 层子和轻子都是类点粒子，只是电荷不同. 正反层子的电荷为 $\mp\frac{1}{3}$ 或 $\pm\frac{2}{3}$，$\mu^\pm$ 子的电荷为 ± 1. 量子电动力学计算表明，(6.76) 式定义的 R 值一般与作用能量不直接有关，只和所产生的次级粒子对电荷平方值有关. 对于类似图 6.22 所示的单光子过程，R 值应等于

$$R = \sum_i Q_i^2;$$

其中 Q_i 为 i 类层子的电荷值(以 e 为单位). 因此测量 R 值可以

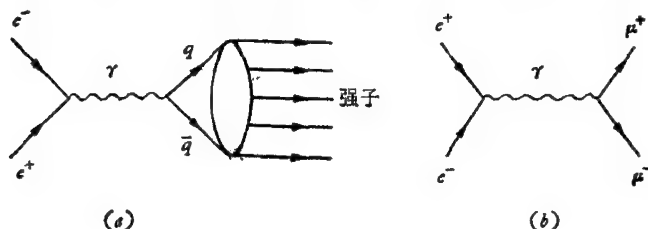


图 6.22 (*a*) $e^+e^- \to$ 强子， (*b*) $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ 过程的费曼图. 两个反应费曼图中前两个顶点相似，图 (*a*) 中强子形成部分的几率为1.

反映层子有多少种. 在 $SU(3)$ 理论中，

$$\sum_{j} Q_j^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3},$$

$SU(4)$ 理论给出

$$\sum_{j} Q_j^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{9} = 1.11.$$

但图 6.23 给出的实验 R 值较大，表明层子的种类应更多.

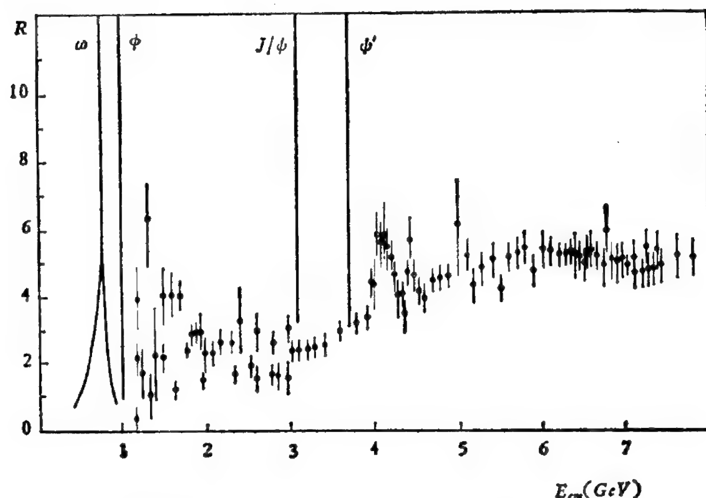


图 6.23 实验测量的 $R = \dfrac{\sigma(e^+e^- \to \text{强子})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}$ 值与能量关系. 峰值处对应某种粒子产生. 在 4GeV 以上，由于粲粒子产生，R 值上升到 5 左右.

考虑到每种味道的层子还有三种颜色，则 $SU(3)$ 理论的 R 值应增加三倍为 2，$SU(4)$ 理论的 R 值应增加三倍为 3.33. 从图 6.23 上可见，实验 R 值在低能时为 2，说明那时还不能产生粲层子. 在 4GeV 以上时 R 值约为 5，说明这一能区不仅有粲层子产生，而且还可能存在其它因素，例如重轻子产生截面混入 R 值的分子等，因而实验 R 值大于 3.33.

3. 弱作用的可重整化规范理论要求轻子的总电荷与层子的总电荷相互抵销. 四个轻子 (e^-, ν_e, μ^-, ν_μ) 的总电荷为 -2，四个

层子 (u, d, s, c) 的总电荷 [表 6.8 和 6.17] 为 $\frac{2}{3}$. 在考虑层子具有三种颜色以后，两方面的电荷正好抵销. 由于实验上发现有带电重轻子 τ^- 存在，根据这一理论，则至少还应有两种层子 (b, t) 和另一种中性轻子 ν_τ 存在，以便使它们的电荷相互抵销. 这也是支持层子有三种颜色的论点.

表 6.18　量子电动力学和量子色动力学的比较

理　论	相互作用	传递作用的粒子	规范群	群元素的对易性特点
量子电动力学 QED	电磁相互作用	光子，不带电荷	$U(1)$	可对易
量子色动力学 QCD	强相互作用	胶子，带不同的色荷	$SU(3)$ (色)	不可对易

层子的颜色理论，要求由几个带颜色的层子组成的重子或介子都是无色(或说是白色)的. 重子由三个层子组成，各有不同的颜色(红、黄、蓝)，从总体看重子是"白色"的，属于色单态. 介子由正、反层子组成. 正、反层子的颜色是互补的，因此介子也是白色的(也有人认为，正、反层子的颜色经常在变化，因而在一段时间看，介子的颜色平均为白色的). 和层子可能有较多种味道不同，一种味道的层子只可能有三种颜色.

带色的层子如何结合成强子的呢? 近年发展起来的量子色动力学认为，带色的层子是通过胶子场结合在一起的. 胶子也带颜色(色荷)，共有八种不同颜色的胶子. 层子在交换胶子时本身改变颜色，但不改变味道. 和传递电磁相互作用的光子不同，光子本身是不带电荷的，它们只是在带电粒子之间传递电磁相互作用. 胶子除了能在带电荷的层子之间交换色荷传递强相互作用外，胶子之间也具有直接的相互作用. 一个层子和一个胶子之间也可以有直接的相互作用. 第十一章中将对量子色动力学问题作一些进一步的介绍，量子色动力学是量子电动力学在考虑粒子有电荷外还有色荷的推广. 表 6.18 给出了两种理论的比较.

6.4.3 层子和轻子的对称性

在研究强子结构中，人们提出了层子模型，目前理论和实验上都认为 u, d, s, c, b, t 六种味道的层子是存在的. 考虑到每种味道的层子还有三种颜色和各自相应的反层子，则总共有36种层子. 这些层子是最基本的吗？层子是否还有内部结构，是否还有更基本的物质基元？这是当前粒子物理学所提出来的新问题. 我们还是从研究层子间的内在规律性入手. 对层子质量的推测方法不同，得到的估计数值也不同. 大体上说，u 层子最轻，d，s，c，b，t 等层子一个比一个重，形成一个层子谱. 层子具有强作用，电磁作用和弱作用.

另一方面，第三章中我们介绍了已经发现的五种轻子 e^-, ν_e, μ^-, ν_μ, τ^- 和可能存在的 ν_τ，共计六种轻子. 各种中微子的质量为零，或接近于零. 电子，μ 子和 τ 子的质量比约为 1:206:3500. 轻子具有弱作用，带电轻子则还具有电磁作用，但都没有强作用.

轻子和层子都是自旋为 $\frac{1}{2}$ 的费米子. 在目前加速器能量范围内还显示不出其内部结构（实验测量电子的直径应小于 2×10^{-16} cm)，还都被认为是点粒子. 层子具有重子数为 $\frac{1}{3}$，轻子数为零. 轻子具有相应的轻子数 L_e, L_μ, L_τ，而重子数均为零. 层子和轻子的强作用性质不同，但它们的电磁作用和弱作用性质很相似. 目前，在实验和理论(例如第九章将介绍的弱电统一理论)上发现，轻子和层子之间存在着一些对称性. 有人认为层子和轻子是物质微观结构同一层次中的实体.

按照质量和性质，包括层子和轻子之间存在的对称性质，有人将它们分成三代

第一代：ν_e, $e^-(0.51)$, $u(\sim300)$, $d(\sim300)$;

第二代：ν_μ, $\mu^-(105)$, $c(\sim1500)$, $s(\sim500)$;

第三代：ν_τ, $\tau(1784)$, $t(\sim40000)$, $b(\sim4400)$.

括号中是质量，对层子是估计值，以 MeV 为单位. 每一代中

都有一个中微子，一个带电轻子，一个电荷为 $\frac{2}{3}e$ 的层子，和一个电荷为 $\frac{1}{3}e$ 的层子.

第一代轻子和层子是通常世界物质的组分. 目前认为它们是物质的基本构成单位. 第二代和第三代轻子和层子是在加速器或宇宙线等高能条件下出现的物质形态. 每一代轻子和层子都重复着前一代的主要物理性质. 将三代粒子画在电荷-重子数坐标上，可以看到每一代层子及轻子的相对位置(图 6.24).

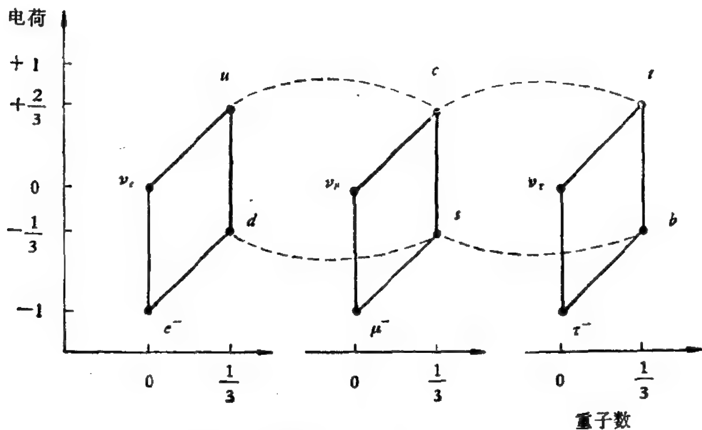


图 6.24　三代轻子、层子的电荷和重子数关系

由图 6.24 可见，在质量、电荷、自旋、轻、重粒子数等粒子的基本性质上，层子和轻子存在着“代”的规律性. “三代”的重复性，似乎反映了轻子、层子间的内在联系，这可能是层子和轻子还具有内部结构的有意义的暗示.

6.4.4　自由层子的寻找

层子是强子的组成部分，层子能不能以自由形式独立存在呢? 我们估计，至少有一种层子是稳定的. 那么在天体形成过程中，在极高温度下首批形成的这种层子，是否仍会在地球上，陨石中，月岩中或者其它天体上以独立的形式积存着呢?有不少人在千

方百计地设法寻找自由层子．1977 年 5 月，美国物理评论快报上报道，斯坦福大学费尔班克(W. M. Fairbank)等一组人宣布，他们通过让铌球 (9×10^{-5} 克) 悬浮在两个金属板之间的磁场中，外加交变电场，使铌球受迫振动，得到了分数电荷存在的证据．1978 到 1981 年间他们又改进了实验，结果引起了重视，但至今还不能肯定自由层子的存在．

利用加速器或宇宙射线高能量粒子的碰撞，似乎也能产生自由层子，例如，可以设想有

$$\mathrm{p}N \to NNq\bar{q} + \text{玻色子},$$

$$\mathrm{p}N \to Nqqq + \text{玻色子}.$$

在这些反应中，如有自由层子产生，实验上应能发现．因为我们知道，带电粒子通过物质时的电离能量损失和粒子电荷平方成正比．电荷为 $-\frac{1}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$ 的粒子，能量损失为单位电荷粒子的 $\frac{1}{9}$ 或 $\frac{4}{9}$ 倍．这种电离损失无论用径迹室或 $\frac{dE}{dx}$ 探测器都能分辨出来．但很多强作用实验得到的结果是在质量 10GeV 以内，层子和 π 介子之比的极限 $<10^{-11}$．轻子-强子碰撞实验中，动量转移大，更易于“打出”层子，但在每次作用中，层子产生率 $<10^{-4}$．e^+e^- 实验结果是，在质量 15GeV 以内，$\frac{\sigma(e^+e^-\to\text{层子}+\text{任何粒子})}{\sigma(e^+e^-\to\mu^+\mu^-)}<10^{-2}$．

另一方面，象第七章所要介绍的，电子-核子深度非弹性散射等实验却清楚地表明，强子内部确实有象点状的东西(部分子)，而且实验测到的部分子量子数(如分数电荷，自旋为 $\frac{1}{2}$ 等) 又和层子的量子数假设完全一致．这又支持了强子结构的层子模型．

十多年来，一方面大量的间接证据说明强子内部有层子，另一方面，经过种种顽强的努力，总是找不到自由层子存在的直接证据．为了解释这一矛盾，理论学家提出所谓“层子囚禁”的概念．一种说法是“暂时囚禁”，认为自由层子的质量很大，在形成强子时曾放出巨大的结合能，要把层子从强子中分离出来，也需要极大能

量，目前的加速器能量还不够．另一种说法是“永久囚禁”，认为层子永远不能从强子中单个地分离出来．随着加速器能量的不断提高，按照估计，已经可能将夸克从强子中打出来了，但一直到现在仍未能找到自由层子，使得人们逐渐更相信“永久囚禁”的说法．有人更具体的提出强子结构的弦模型和口袋模型，解释囚禁机制．在这些模型中，层子之间是通过胶子场起作用的．层子离不开它产生的胶子场．强子或者被认为是一条弦，层子永远粘在强的末端．弦的能量正比于弦的长度．外加能量可将弦拉长，但能量还没高到将弦上层子拉到强子之外时，已有层子对产生．原来的弦被拉断，产生出来一个新介子．层子仍然不处于自由状态，被囚禁于新介子或原来的强子之中，见图 6.25.

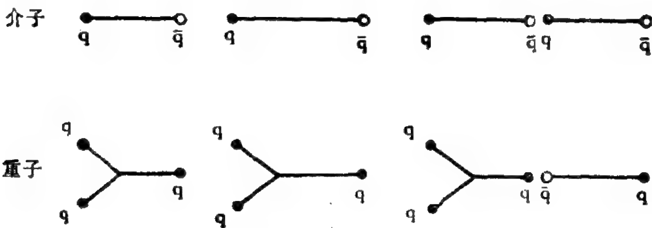


图 6.25　外加能量使介子或重子的弦拉长或拉断

强子的口袋模型是 1974 年美国麻省理工学院（MIT）一些科学家提出来的，他们承认强子的层子模型是对的，他们认为层子和反层子在强子内部差不多可以自由地运动，相互之间只有微弱的作用，但它们好象是被装在强子的口袋之中，运动时如果碰到口袋，即被折回来，不能穿出去．利用这种简单模型算出的质量较轻的强子性质，如质量、磁矩、电荷半径等，和实验符合得很好．对于较重的强子，属于强子激发态，其口袋的形状，或其包含的层子数目可能不同． 这些口袋是层子-反层子和周围空间相互作用形成的，和胶子场有关，目前仍在研究之中．我们在这里只介绍了这些模型的基本物理图象．并未涉及严格的理论推导．当然，这些理论模型是否正确，还得靠将来的实验来检验．

6.4.5 亚层子模型

层子和轻子之间存在着对称性，它使人们进一步想到层子和轻子本身可能还是有结构的．从 1970 年前后到目前，一直有人提出各式各样的亚层子模型，认为层子还有某种亚结构，是由更基本的单元构成的，但其实验资料总还不够多，各种模型也都还不成熟．尽管如此，层子和轻子的性质及其结构的问题，已经成为当前粒子物理学中重要的研究课题．物质微观结构的研究又深入了一个层次，因而人们认为一个新的学科——“层子和轻子物理学”，已经在粒子物理学中发展出来了．

还有些人认为层子和轻子不是同一层次中的物质结构单元．1968 年，日本一些物理学家提出广岛亚层子模型，认为轻子是层子的组成成分．

1974 年萨拉姆 (A. Salam) 等人提出一个大统一模型：$SU(4)_{(味)} \times SU(4)_{(色)}$．他认为存在所谓味基本场 (u, d, s, c) 和色基本场 (a, b, c, d)．层子-轻子场 ψ 是十六重态，是由基本场复合而成的

$$\psi = \begin{bmatrix} u_a & u_b & u_c & u_d = \nu \\ d_a & d_b & d_c & d_d = e^- \\ s_a & s_b & s_c & s_d = \mu^- \\ c_a & c_b & c_c & c_d = \nu' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ d \\ s \\ c \end{bmatrix} (abcd). \quad (6.77)$$

在这种模型中，轻子也具有颜色，并且是色单态．1976 年日本一批物理学家提出的所谓三体旋量亚层子模型，也认为轻子具有第四色．

1979 年有人提出了另一亚层子模型，其中的亚层子数目只有两个：一个称为 T，是带电的，其电荷为 $\frac{1}{3}$；另一个称为 V，是中性的．相应的存在反亚层子 $\bar{T}$ 和 $\bar{V}$．他们认为所有的层子及轻子都是它们的复合体．例如

$$e^+ = (TTT), \ u = (TTV),$$

$$e^- = (\bar{T}\bar{T}\bar{T}),\ \bar{u} = (\bar{V}\bar{T}\bar{T}),$$
$$d = (TVV),\ \ \nu_e = (VVV),$$
$$\bar{d} = (\bar{T}\bar{V}\bar{V}),\ \ \bar{\nu}_e = (\bar{V}\bar{V}\bar{V});$$

中间玻色子则是六体复合态

$$W^+ = (TTTVVV),$$
$$W^- = (\bar{T}\bar{T}\bar{T}\bar{V}\bar{V}\bar{V}).$$

他们认为第二、三代层子和轻子，是第一代的激发态．他们于1981年在此模型的基础上还提出了模型的动力学机制“量子超色动力学”，认为这些亚层子既有颜色，还有超色．在极短的距离（$\ll 10^{-13}$cm）内，超色作用远远超过色相互作用．超色规范群 $SU(3)_{超色}$ 与色规范群 $SU(3)_{色}$ 类似，对称性是完全的；并有规范介子——超胶子（hypergluon）传递超色作用，且其作用范围约为 10^{-16}厘米．轻子和层子都是超色单态．在此理论中，预言有质量约为 100GeV 的新粒子——超轻子和超层子．这种理论可以成功地解释亚层子是怎样结合在一起的，是怎样构成质量很轻的轻子和层子，为什么没有自旋为 $\frac{2}{3}$ 的轻子和层子，以及为什么不存在 $TV\bar{V}$ 或 $TT\bar{V}$ 等态的一些问题．

总之，近年来人们不断地提出轻子、层子结构的设想．名称不同，有的叫亚层子（sub-straton）模型，有的叫亚夸克（sub-quark）模型，有的叫前子（preon）模型等等，都是设想存在有物质微观结构更深层次的基元．层子的味道、颜色等特性，轻子、层子对称性及其“代”的周期性规律等是考虑这些模型时的主要实验根据．也有人认为存在四种颜色子(红、黄、蓝、白)，决定层子和轻子的颜色；存在三或四种味道子(e 味、μ 味、τ 味…)，反映它们的“代”数；还有决定同一代中上、下两种层子的弱旋子，弱旋子参与弱相互作用，不参与强相互作用．

亚层子模型的多样性，一方面可以活跃人们的思想，设计不同的实验检验模型的正确性．例如寻找有没有一些模型预言的自旋为 $\frac{3}{2}$ 的层子和轻子的问题；存不存在电荷为 $\frac{3}{2}$ 的反常轻子、存

不存在色六重态，八重态或十重态等反常带色层子等；以及有没有轻子数不守恒或味不守恒现象等等. 另一方面模型多，则说明它们都不成熟，距离一个严格的科学理论还很远，都是在实验和理论工作不够充分的条件下的一些探索和尝试.

亚层子理论虽然还很不成熟，但愈来愈多的实验事实暗示层子是有结构的，当然这一结构的尺度是很小的，可能是在 $\sim 10^{-16}$ cm 以下，有理论估计要小到 10^{-24}—10^{-34} cm. 研究这样深入的问题需要更高的超高能能量. 我们相信随着加速器等技术的发展，人们会对这一物质微观结构新层次逐步加深认识. 而且与此同时，我们也会对各种相互作用的本质及其统一性加深理解. 历史经验表明，对于微观世界的认识每深入一层次，人们对物质相互作用的理解也会深入一步. 这就便于在千变万化的物质运动中抓住变化原因的本质，进一步揭示相互作用的统一性. 也许超统一理论的真正建立，需要在我们对亚层子物理有了进一步掌握之后.

§6.5 雷吉 (T. Regge) 理论

本章前述内容主要从粒子多重态和层子模型角度分类粒子. 同一组多重态中的粒子，具有相同的自旋和宇称，质量相近，但一些内部量子数 (I, Y, Q 等)不同. 现在介绍另一种分类粒子的方法，这种分类中，同一组粒子具有相同的内部量子数 (I, Y, Q, B 等)，但自旋和质量不相同. 这是 1959 年意大利数学家雷吉提出的雷吉极点理论.

详细地讲解雷吉极点理论，需要进行复角动量分析，数学推导很复杂，这里只介绍其基本物理思想.

6.5.1 雷吉轨迹

我们先考虑一组 $I=\frac{3}{2}$ 的核子激发态，表 6.19 给出其质量

和自旋数值.

表 6.19　$I=\frac{3}{2}$，偶宇称，核子激发态

激 发 态 (MeV)	自　旋
Δ(1232)	$\frac{3}{2}$
Δ(1950)	$\frac{7}{2}$
Δ(2420)	$\frac{11}{2}$
Δ(2850)	$\frac{15}{2}$
Δ(3230)	$\frac{19}{2}$

如果以这些激发态质量平方和其自旋值的关系作曲线，我们得到平滑的接近直线的线(如图 6.26)，这种线称为雷吉轨迹. 雷吉是由研究非相对论位散射振幅和复角动量函数关系性质时，得

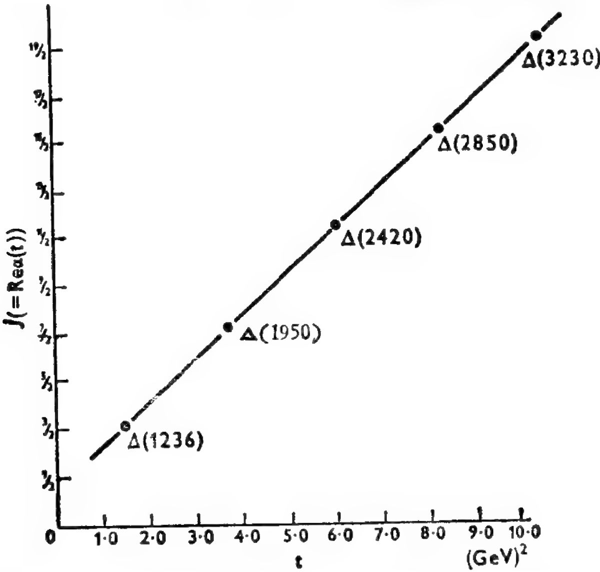


图 6.26　Δ共振态自旋与质量平方 (t) 关系曲线，即雷吉轨迹

到的这种曲线关系．1962 年邱（G. Chew）将雷吉理论应用于高能粒子物理．

粒子交换模型把强子之间的相互作用看成是通过交换强子实现的．被交换的粒子 C 具有自旋量子数 J．对真实粒子 J 只能取整数或半整数．被交换粒子质量为 m_c 时，四动量交换 $t=m_c^2$．雷吉理论把 t 看成是连续的复变量，J 是 t 的函数．相应地，J 也可以取连续值 $J=\alpha(t)$．雷吉极点具有复角动量 J，J 随 t 变化的函数关系就是雷吉轨迹．只有当 t 等于束缚态或共振态的质量平方，即 $t=m_c^2$ 时，$J=\alpha(t)$ 的实部分 $[J=\mathrm{Re}\alpha(m_c^2)]$ 才为整数或半整数．图 6.27—6.29 中给出部分重子和介子的雷吉轨迹．在图中可以看到，同一 $SU(3)$ 多重态的各成员，由于质量劈裂，不具有相同的雷吉轨迹，但其雷吉轨迹的斜率相似(图 6.27 及图6.28)．在

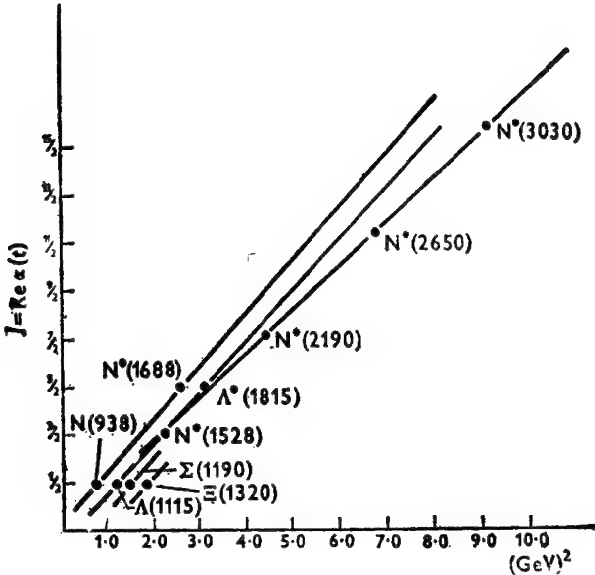


图 6.27　$SU(3)$ 八重态中一些重子自旋与质量平方 (t) 关系曲线，即雷吉轨迹

同一雷吉轨迹上的各粒子，除角动量不同外，具有相同的重子数、同位旋、奇异数及 G-宇称．同一轨迹上粒子自旋相差为 $2(\Delta J=$

$\Delta L = 2$）时，可保持宇称相同。

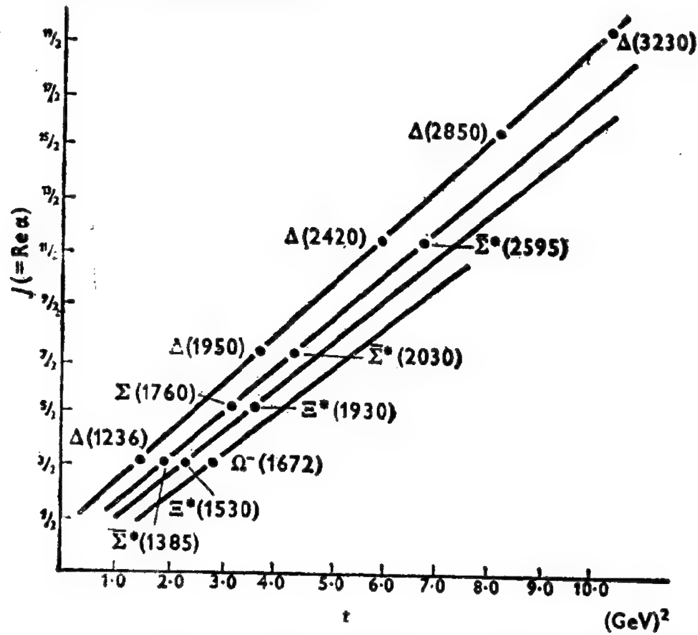


图 6.28 *SU*(3) 十重态中一些重子自旋与质量平方 (t) 关系曲线，即雷吉轨迹

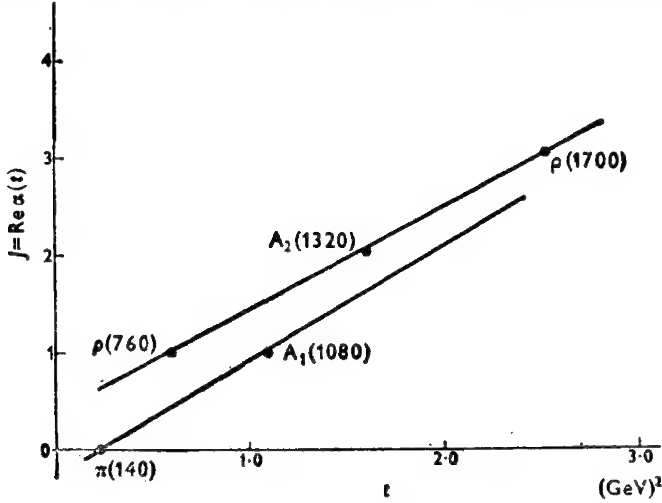


图 6.29 一些介子态的雷吉轨迹

6.5.2 雷吉轨迹的弦模型

雷吉理论是一种唯象理论，本身并不能解释雷吉轨迹直线性的原因．多年来人们也不很理解其含意．近年来量子色动力学（QCD）给出了初步解释，至少在定性上是正确的．

量子色动力学认为层子之间作用着颜色场，胶子是传递这种强作用场的媒介子．胶子是矢量玻色子，具有很强的自相互作用．和两电荷之间有电力线存在(图 6.30 a）相似，胶子之间也存在着色力线(图 6.30 b)，但胶子-胶子相互作用迫使这些色力线形成管或弦．

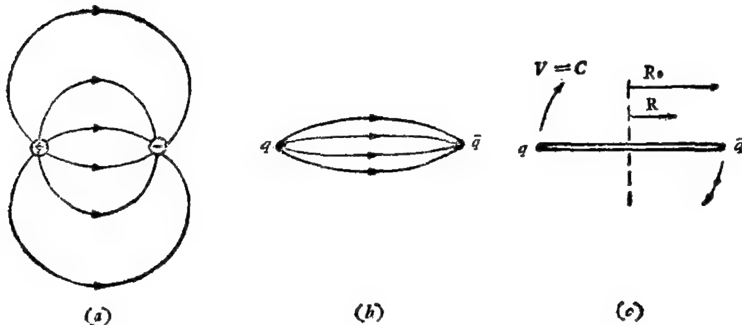


图 6.30 (a) 两电荷之间的电力线 (b) 层子之间的色力线，彼此相斥形成管或弦．这是因为颜色场的携带者——胶子——之间具有很强的自相互作用． (c) 在计算强子质量和角动量的关系时，使用的弦模型．

设 k 为单位弦的能量密度，弦的两端联接无质量的层子（图 6.30 c)．层子对的角动量将等于胶子弦的总角动量．如果假定弦转动时其末端 k_0 处速度为 $v = C$，则各点 k 处的速度将为

$$\frac{v}{C} = \frac{k}{k_0}; \tag{6.78}$$

其中 k_0 为弦的半长度．在相对论情况下，总能量应为

$$E = Mc^2 = 2\int_0^{R_0} \frac{k dR}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = kR_0\pi; \tag{6.79}$$

而其轨道角动量应为

$$J = \frac{2}{\hbar}\int_0^{R_0} \frac{krvdR}{\sqrt{1-v_2/c^2}} = \frac{kR_0^2\pi}{2\hbar c}. \tag{6.80}$$

从以上两式中消去 R_0，给出强子态的角动量和其能量的关系

$$J = \alpha' E^2 + 常数; \tag{6.81}$$

在我们模型中

$$\alpha' = \frac{1}{2\pi k\hbar c^3}. \tag{6.82}$$

对于 ρ-轨迹，我们有

$$\alpha' = 0.9\mathrm{GeV}^{-2}, \tag{6.83}$$

或

$$k = 0.2\mathrm{GeV}^2(\hbar = c = 1). \tag{6.84}$$

这样就初步解释了粒子自旋 J 和质量平方关系的雷吉轨迹，k 的数值在讨论层子间作用势时是很重要的．雷吉极点理论还能应用于高能反应，例如，可以解释高能作用截面的渐近行为等，这里就不作介绍了．

本章扼要地介绍了对强子内部结构的探讨．近三十年来，在大量实验事实的基础上，科学工作者提出过很多模型来解释强子的内部结构．在所有这些模型中，么正对称性理论是最简单和最成功的．自从 1964 年盖尔曼和兹韦提出了 $SU(3)$ 模型后，解释了很多实验事实，促进了粒子物理学的发展．J/ψ 粒子和 γ 粒子的发现，进一步丰富了人们对强子内部结构的认识，这是具有重要意义的事件．

按照我们现在的认识，介子由一对正反层子组成，重子由三个层子组成．层子间除了通过交换胶子传递强子相互作用之外，第八章中将讲到，层子和轻子具有相同的弱相互作用性质，可以统一地描写．层子和轻子可能是属于同一个层次的物质结构基本单元，但是轻子不参与强相互作用．

当然么正对称性理论并不是一个完全成功的理论，并不能解释所有的实验现象，还存在着不少尚未解决的问题：

1. 层子真正存在吗？它们的性质和相互作用如何？为何找不

到自由状态的层子？层子囚禁的理论对不对？这些问题还需要实验来回答.

2. 层子在强子内部运动的动力学机制是什么？能否找到一个严格的动力学方程来描写层子在强子内部的行为？

3. 层子模型认为玻色子 $=(q\bar{q})$，费米子 $=(qqq)$，只考虑 $l=0$ 的角动量状态就解释了大批强子. $l\neq 0$的态理论和实验符合的如何？有没有诸如 $(q\bar{q}q\bar{q})$ 类型的玻色子和 $(qqqq\bar{q})$ 类型的费米子？目前实验上正在寻找这类被称为范外(exotic)的粒子，如果有，或没有，理论上将如何解释？

4. 层子味道的数目到底有多少？层子和部分子的关系如何？层子和轻子间的关系也还没有完全搞清楚.

5. 有没有其它理论可以代替层子模型，能更简单、更好地解释实验现象？

所有这些问题都有待于进一步进行研究.

至于对层子内部亚层子结构的进一步探讨，虽然有不少人提出了一些理论模型，但都还是初步的，现在并没有一个被大家所普遍接受的成功理论，还需要在实验和理论方面进行更深入的探索.

习　题

1. 在层子模型中，强子的性质是由组成它的层子决定的. 试写出下列强子

$$\bar{K}^0(s\bar{d}),\ \phi(s\bar{s}),\ \Delta^{++}(uuu),\ \Xi^-(ssd),\ \bar{\Omega}^-(\bar{s}\bar{s}\bar{s})$$

的电荷 Q，同位旋 I, I_3，奇异数 S 和重子数 B.

2. 在实验中，哪些事实表明层子是有"颜色"自由度的.

3. 根据层子模型，计算中子磁矩：

$$\mu_n=\frac{4}{3}\mu_d-\frac{1}{3}\mu_u=-1.86\ 核磁子.$$

4. 讨论在符合有关守恒定律条件下，Ω^- 超子可能的衰变方式，并说明为何它只能通过弱作用衰变.

5. 利用层子模型，证明以下截面关系：

$$\sigma(\Lambda p) = \sigma(pp) + \sigma(K^- n) - \sigma(\pi^+ p),$$
$$\sigma(\Sigma^- n) = \sigma(pp) + \sigma(K^- p) - \sigma(\pi^- p) + 2[\sigma(K^+ n) - \sigma(K^+ p)].$$

6. 说明：

$$D^+ \longrightarrow K^- \pi^+ \pi^+$$

衰变过程是允许的，

$$D^+ \longrightarrow K^+ \pi^0$$
$$\longrightarrow K^+ \pi^+ \pi^-$$

衰变过程则是强烈禁戒的。

7. 试用杨图证明：

$$\underline{3} \otimes \underline{3}^* = \underline{1} \oplus \underline{8},$$
$$\underline{4} \otimes \underline{4}^* = \underline{1} \oplus \underline{15},$$
$$(\underline{4} \otimes \underline{4}) \otimes \underline{4} = (\underline{20} \oplus \underline{20}) \oplus (\underline{20} + \underline{4}).$$

参 考 文 献

[1] P. T. Matthews, Unitary Symmetry, *Pure and Applied Physics*, **25**, 1 (1967).

[2] Gell-Mann, The Eightfold Way, Benjamin, (1964).

[3] O. W. Greenberg, Quarks. *Ann. Rev. Nucl. Science*, **28**, 327 (1978).

[4] N. P. Samios, Hadrons and SU(3), *Rev. Mod. Phys.*, 46, 49 (1974).

[5] G. Morpurgo, A Short Guide to the Quark Model, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, 20, 105 (1970).

[6] L. M. Lederman et. al., Observation of a Dimuon Resonance at 9.5GeV in 400GeV Proton-Nucleus Collisions, *Phys. Rev. Lett.*, 39, 252 (1977); Observation of Structure in the Υ region, *Phys. Rev. Lett.* 39, 1240 (1977).

[7] L. M. Lederman, The Upsilon Particle, *Sci. Am.* 239, 60 (Oct. 1978).

[8] G. J. Feldman, Recent results in e^+e^- annihilation above 2GeV, *Phys. Rep.* 33, 285 (1977).

[9] L. W. Jones, A Review of Quark Search Experiments, *Rev. Mod. Phys.* 49, 717 (1977).

[10] Y. Nambu, Confinement of Quarks, *Sci. Am.* 235, 48 (Nov. 1976).

[11] 带色和味的夸克，现代物理学参考资料，第5集，科学出版社，36页.

[12] 带粲数的基本粒子，现代物理学参考资料，第5集，科学出版社，70页.

[13] 章乃森，*J* 粒子是怎样发现的，高能物理，**3**, 6(1978).

[14] 薛生田，Υ 粒子，高能物理，**2**, 13(1981).

[15] 勾亮、郝青，层子学说与强子结构，高能物理，**3**, 2(1980); **4**, 14(1980).

(一) 附　　录

I. 克列布希-高登 (Clebsch-Gordan) 系数及附表

根据角动量(或同位旋)相加规则,计算粒子体系总角动量时,假设有两个粒子，其角动量分别为 $\mathbf{j}_1$ 和 $\mathbf{j}_2$，Z 方向分量为 m_1 和 m_2，Z 方向分量的总和是

$$m = m_1 + m_2.$$

总角动量是

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2.$$

总角动量数值处于 j_1 和 j_2 两值的和与差之间

$$|j_1 - j_2| \leqslant j \leqslant |j_1 + j_2|.$$

我们希望找到不同的 $\mathbf{j}$ 允许值对两粒子状态的贡献. 即寻找不同的 $\mathbf{j}$ 允许值的权重 C_j

$$\phi_1(j_1, m_1)\phi_2(j_2, m_2) = \sum_j C_j \phi(j, m), \qquad (I.1)$$

其中

$$m = m_1 + m_2.$$

C_j 称为克列布希-高登系数(或维格纳系数，矢量相加系数). 反过来也可以用 j_1, j_2 的组合来表示$\phi(j, m)$. 我们可以用角动量(或同位旋)移动算符(或称“升”，“降”算符)进行计算.

首先回忆一下角动量 x, y, z 方向分量算符的定义,写成直角坐标时,有

$$\begin{aligned} j_x &= -\frac{i\hbar}{2\pi}\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right), \\ j_y &= -\frac{i\hbar}{2\pi}\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right), \\ j_z &= -\frac{i\hbar}{2\pi}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right); \end{aligned} \qquad (I.2)$$

可以证明,算符

$$j_x,\ j_y,\ j_z \text{ 和 } j^2 = j_x^2 + j_y^2 + j_z^2, \qquad (I.3)$$

遵守交换律

$$j^2 j_z - j_z j^2 = 0 \text{ 等等;}$$

并且有

$$j_x j_y - j_y j_x = i j_z,$$
$$j_y j_z - j_z j_y = i j_x,$$
$$j_z j_x - j_x j_z = i j_y.$$

这里为了简明起见,取 $\hbar = c = 1$ 的自然单位. 在(I.5)中将给出 j_z 和 j^2 算符的本征值. 移动算符的定义为

$$\left.\begin{array}{l} j_+ = j_x + i j_y \\ j_- = j_x - i j_y \end{array}\right\} \text{因此有} \left\{\begin{array}{l} j_z j_+ - j_+ j_z = j_+ \\ j_z j_- - j_- j_z = -j_-; \end{array}\right. \qquad (I.4)$$

故有

$$j_z(j_-\phi) = j_z j_-\phi = j_-(j_z - 1)\phi = (m-1)j_-\phi.$$

相似地

$$j_z(j_+\phi) = (m+1)j_+\phi.$$

这后一式指出,波函数 $(j_+\phi)$ 是 j_z 的本征态,其本征值为 $(m+1)$. 我们可以写成

$$j_+\phi(j,m) = C_+\phi(j,m+1);$$

其中 C_+ 是未知(一般为复的)常数,如果在两边都乘以 $\phi^*(j,m+1)$,并对整个体积积分,得到

$$\int \phi^*(j,m+1) j_+\phi(j,m)dV$$
$$= C_+\int \phi^*(j,m+1)\phi(j,m+1)dV,$$

其中 * 号表示复数共轭.

我们选归一化的 ϕ 函数,使后面的积分为1,因此所有的允许值具有单位权重,故

$$C_+ = \int \phi^*(j,m+1)\, j_+\phi(j,m)\, dV.$$

相似地,由方程式(I.4),有

$$C_- = \int \phi^*(j,m)\, j_-\phi(j,m+1)dV$$
$$= \int \phi^*(j,m)\, j_+^*\phi(j,m+1)dV = C_+^*.$$

如果我们忽略任意的不定相角，将有

$$C_+ = C_- = C \quad (\text{为实数}).$$

同样，由方程式 (I.4) 还可以得到

$$j_+j_- = j_x^2 + j_y^2 - i(j_xj_y - j_yj_x)$$
$$= j_x^2 + j_y^2 + j_z = j^2 - j_z^2 - j_z,$$

则

$$j_+j_-\phi(j,m) = [j(j+1) - m^2 - m]\phi(j,m)$$
$$= C^2\phi(j,m);$$

故

$$C = \sqrt{j(j+1) - m(m+1)},$$

是联系 $(j, m) \longleftrightarrow (j, m+1)$ 的系数.

总结一下，角动量算符有下列性质

$$j_z\phi(j,m) = m\phi(j,m), \tag{I.5a}$$

$$j^2\phi(j,m) = j(j+1)\phi(j,m), \tag{I.5b}$$

$$j_+\phi(j,m) = \sqrt{j(j+1) - m(m+1)}\,\phi(j,m+1), \tag{I.5c}$$

$$j_-\phi(j,m) = \sqrt{j(j+1) - m(m-1)}\,\phi(j,m-1). \tag{I.5d}$$

例题 1. 考虑两个粒子 j_1, m_1 和 j_2, m_2，形成组合态 $\phi(j,m)$. 讨论 $j_1 = 1$, $j_2 = \frac{1}{2}$ 和 $j = \frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$ 的情况.

明显地，状态 $m = \pm\frac{3}{2}$ 只有一个可能的形成方法，即

$$\phi\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) = \phi(1,1)\phi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \tag{I.6}$$

$$\phi\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) = \phi(1,-1)\phi\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right). \tag{I.7}$$

我们使用算符 $j_\pm$ 形成关系式

$$j_-\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)=\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right),\ j_-\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)=0,$$

$$j_-\phi(1,1)=\sqrt{2}\,\phi(1,0),\ j_-\phi(1,0)=\sqrt{2}\,\phi(1,-1),$$

$$j_-\phi(1,-1)=0.$$

将 j_- 作用到(I.6)式的两侧，有

$$\begin{aligned}j_-\phi\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{2}\right)=\sqrt{3}\,\phi\left(\frac{3}{2},\ \frac{1}{2}\right)\\ &=j_-\left[\phi(1,1)\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)\right]\\ &=\sqrt{2}\,\phi(1,0)\phi\left(\frac{1}{2},\ \cdot\frac{1}{2}\right)\\ &\quad+\phi(1.1)\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right);\end{aligned}$$

故

$$\phi\left(\frac{3}{2},\ \frac{1}{2}\right)=\sqrt{\frac{2}{3}}\phi(1,0)\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)+\sqrt{\frac{1}{3}}\phi(1,1)\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right).\qquad(\text{I}.8)$$

相似地，将 j_+ 作用到(I.7)式可得

$$\phi\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\frac{2}{3}}\phi(1,0)\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)+\sqrt{\frac{1}{3}}\phi(1,-1)\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right).\qquad(\text{I}.9)$$

$j=\frac{1}{2}$ 态可以表示为一个线性组合，即

$$\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)=a\phi(1,1)\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)+b\phi(1,0)\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right),$$

其中 $a^2+b^2=1$；

则

$$j_+\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)=0=a\phi(1,1)\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$$

$$+b\sqrt{2}\,\phi(1,1)\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right);$$

应有

$$a=\sqrt{\frac{2}{3}},\quad b=-\frac{1}{\sqrt{3}},\text{ 即得}$$

$$\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)=\sqrt{\frac{2}{3}}\,\phi(1,1)\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$$

$$-\sqrt{\frac{1}{3}}\,\phi(1,0)\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right).\qquad(\text{I}.10)$$

相似地，有

$$\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\frac{1}{3}}\,\phi(1,0)\phi\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$$

$$-\sqrt{\frac{2}{3}}\,\phi(1,-1)\phi\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right).\quad(\text{I}.11)$$

公式(I.6)到(I.11)给出 $J=1$ 及 $J=\frac{1}{2}$ 态合成时的系数(见附表).

例题 2. 设我们想计算 Σ^0 超子和 π^0 介子的同位旋组合态，换句话说，就是求两个 $I=1$, $I_3=0$ 的状态能够组成哪些可能的总同位旋态，我们写出振幅

$$\phi(\Sigma^0)\chi(\pi^0)=A\phi(2,0)+B\phi(1,0)$$

$$+C\phi(0,0).\qquad(\text{I}.12)$$

A, B, C 是需要确定的，且有

$$A^2+B^2+C^2=1.$$

$\phi(I,I_3)$ 是总同位旋状态，ϕ 和 χ 是 Σ^0 和 π^0 的同位旋波函数，我们利用上升算符

$$I_+\phi(I,I_3)=\sqrt{I(I+1)-I_3(I_3+1)}\,\phi(I,I_3+1),$$

作用 (I.12) 式左侧时，给出

$$
\begin{aligned}
I_+[\phi(1,0)\chi(1,0)] &= [I^+\phi(1,0)]\chi(1,0) \\
&\quad + [I^+\chi(1,0)]\phi(1,0) \\
&= \sqrt{2}[\phi(1,1)\chi(1,0) + \chi(1,1)\phi(1,0)]. \qquad (I.13)
\end{aligned}
$$

I_+ 作用到 (I.12) 右侧时，给出

$$
\begin{aligned}
&I_+[A\phi(2,0) + B\phi(1,0) + C\phi(0,0)] \\
&= A\sqrt{6}\phi(2,1) + B\sqrt{2}\phi(1,1) + 0. \qquad (I.14)
\end{aligned}
$$

每一侧都以其复共轭态相乘，并注意到 $\phi(1,1)\phi^*(1,1) = 1$ 及 $\phi(1,0)\phi^*(1,1) = 0$（正交），我们可得到

$$6A^2 + 2B^2 = 2(\sqrt{2})^2 = 4. \qquad (I.15)$$

再用 I_+ 对 (I.13) 和 (I.14) 作用一次，我们有

$$A\sqrt{6}\sqrt{4}\phi(2.2) + 0 = 4\phi(1,1)\chi(1,1);$$

或

$$A^2 = \frac{2}{3}.$$

由 (I.15) 和(I.12)我们可得，$B = 0$ 及 $C^2 = \frac{1}{3}$. 因此有

$$\phi(\Sigma^0)\chi(\pi^0) = \sqrt{\frac{2}{3}}\phi(2,0) \pm \sqrt{\frac{1}{3}}\phi(0,0),$$

这就是所需要的关系式. $I = 1$ 态不存在的问题也可以由简单的矢量模型理解.

这种表的用法是：例如，如果要找角动量为 $j_1 = 1$, $m_1 = 1$ 及 $j_2 = 1$, $m_2 = -1$ 的两种粒子的组合态. 我们看 1×1 的表中第四行，给出的有关系数

$$
\begin{aligned}
\phi_1(1,1)\phi_2(1,-1) &= \sqrt{\frac{1}{6}}\phi(2,0) + \sqrt{\frac{1}{2}}\phi(1,0) \\
&\quad + \sqrt{\frac{1}{3}}\phi(0,0).
\end{aligned}
$$

这个例子说明，两个自旋(或同位旋)为 1 的粒子如何组成角动量 $j = 0, 1, 2$ 的状态. 反过来说，一个 (j, m) 态，也可以分解

附表　克列布希-高登系数表

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

m_1	m_2	J=1, M=+1	J=1, M=0	J=0, M=0	J=1, M=−1
$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	1			
$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	
$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$				1

$1\times\frac{1}{2}$

m_1	m_2	J=$\frac{3}{2}$, M=$+\frac{3}{2}$	J=$\frac{3}{2}$, M=$+\frac{1}{2}$	J=$\frac{1}{2}$, M=$+\frac{1}{2}$	J=$\frac{3}{2}$, M=$-\frac{1}{2}$	J=$\frac{1}{2}$, M=$-\frac{1}{2}$	J=$\frac{3}{2}$, M=$-\frac{3}{2}$
+1	$+\frac{1}{2}$	1					
+1	$-\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$			
0	$+\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$			
0	$-\frac{1}{2}$				$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	
−1	$+\frac{1}{2}$				$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	
−1	$-\frac{1}{2}$						1

$\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}$

m_1	m_2 \ J / M	2 / $+2$	2 / $+1$	1 / $+1$	2 / 0	1 / 0	2 / -1	1 / -1	2 / -2
$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	1							
$+\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$					
$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$-\sqrt{\frac{1}{4}}$					
$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$				$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$			
$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$				$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$			
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$						$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	
$-\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$						$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$	
$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$								1

$2\times\frac{1}{2}$

m_1	m_2 \ J / M	$\frac{5}{2}$ / $+\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $+\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$ / $+\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $+\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$ / $+\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$ / $-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$ / $-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $-\frac{5}{2}$
$+2$	$+\frac{1}{2}$	1									
$+2$	$-\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{1}{5}}$	$\sqrt{\frac{4}{5}}$							
$+1$	$+\frac{1}{2}$		$\sqrt{\frac{4}{5}}$	$-\sqrt{\frac{1}{5}}$							
$+1$	$-\frac{1}{2}$				$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$					

$2\times\frac{1}{2}$ 续 表

m_1	m_2 \ J	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
	M	$+\frac{5}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$
0	$+\frac{1}{2}$				$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\sqrt{\frac{2}{5}}$					
0	$-\frac{1}{2}$						$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$			
−1	$+\frac{1}{2}$						$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$			
−1	$-\frac{1}{2}$								$\sqrt{\frac{4}{5}}$	$\sqrt{\frac{1}{5}}$	
−2	$+\frac{1}{2}$								$\sqrt{\frac{1}{5}}$	$-\sqrt{\frac{4}{5}}$	
−2	$-\frac{1}{2}$										1

1×1

m_1	m_2 \ J	2	2	1	2	1	0	2	1	2
	M	+2	+1	+1	0	0	0	−1	−1	−2
+1	+1	1								
+1	0		$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$						
0	+1		$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$						
+1	−1				$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$			
0	0				$\sqrt{\frac{2}{3}}$	0	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$			
−1	+1				$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$			
0	−1							$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	
−1	0							$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	
−1	−1									1

$\frac{3}{2}\times 1$

续 表

m_1	m_2 \ J / M	$\frac{5}{2}$ / $+\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $+\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$ / $+\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $+\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$ / $+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ / $+\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$ / $-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ / $-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$ / $-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$ / $-\frac{5}{2}$
$+\frac{3}{2}$	$+1$	1											
$+\frac{3}{2}$	0		$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$									
$+\frac{1}{2}$	$+1$		$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\sqrt{\frac{2}{5}}$									
$+\frac{3}{2}$	-1				$\sqrt{\frac{1}{10}}$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$						
$+\frac{1}{2}$	0				$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\sqrt{\frac{1}{15}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$						
$-\frac{1}{2}$	$+1$				$\sqrt{\frac{3}{10}}$	$-\sqrt{\frac{8}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$						

$\frac{3}{2}\times 1$

续 表

m_1	m_2 \ J, M	$\frac{5}{2}$, $+\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$, $+\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$, $+\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$, $+\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$, $+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$, $+\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$, $-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$, $-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2}$
$+\frac{1}{2}$	-1							$\sqrt{\frac{3}{10}}$	$\sqrt{\frac{8}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$			
$-\frac{1}{2}$	0							$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\sqrt{\frac{1}{15}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$			
$-\frac{3}{2}$	$+1$							$\sqrt{\frac{1}{10}}$	$-\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$			
$-\frac{1}{2}$	-1										$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$	
$-\frac{3}{2}$	0										$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	
$-\frac{3}{2}$	-1												1

2 × 1 续表

m_1	m_2 \ J / M	3 / +3	3 / +2	2 / +2	3 / +1	2 / +1	1 / +1	3 / 0	2 / 0	1 / 0	3 / −1	2 / −1	1 / −1	3 / −2	2 / −2	3 / −3
+2	+1	1														
+2	0		$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$												
+1	+1		$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$												
+2	−1				$\sqrt{\frac{1}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$									
+1	0				$\sqrt{\frac{8}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{3}{10}}$									
0	+1				$\sqrt{\frac{6}{15}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{10}}$									

2×1 续 表

m_1	m_2 \ J	3	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2	3
	M	+3	+2	+2	+1	+1	+1	0	0	0	−1	−1	−1	−2	−2	−3
+1	−1							$\sqrt{\frac{1}{5}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{10}}$						
0	0							$\sqrt{\frac{3}{5}}$	0	$-\sqrt{\frac{2}{5}}$						
−1	+1							$\sqrt{\frac{1}{5}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{10}}$						
0	−1										$\sqrt{\frac{6}{15}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{10}}$			
−1	0										$\sqrt{\frac{8}{15}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{3}{10}}$			
−2	+1										$\sqrt{\frac{1}{15}}$	$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$			
−1	−1													$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	
−2	0													$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	
−2	−1															1

为几个状态的组合. 例如: j = 2, m = 0 态可以分解为几个 j = 1 的态, 其 Z 分量量子数应有 $m_1 + m_2 = 0$. 由附表中 1×1 表第四列,可以查到有关系数

$$\begin{aligned}\phi(2,0) = &\sqrt{\frac{1}{6}}\phi_1(1,1)\phi_2(1,-1)\\ &+\sqrt{\frac{2}{3}}\phi_1(1,0)\phi_2(1,0)\\ &+\sqrt{\frac{1}{6}}\phi_1(1,-1)\phi_2(1,1).\end{aligned}$$

这些表中的符号是根据康登 (Condon) 及绍特莱 (Shortley) 1951 年规定写的.

II. 狄拉克方程

在量子力学中, 用德布罗意 (de Broglie) 平面波描写自由粒子(用 $\hbar = c = 1$ 单位)

$$\phi = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}; \qquad \text{(II.1)}$$

其中 $\mathbf{k}$ 是波矢量, ω 是圆频率. 在自然单位制中,有

$$\mathbf{p} = \mathbf{k},\ E = \omega.$$

平面波波函数 (II.1) 是克莱因-高登方程的解

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} - m^2\phi = (\nabla^2 - m^2)\phi. \qquad \text{(II.2)}$$

克莱因-高登方程可以描写没有自旋的自由相对论粒子, 将 (II.1) 代入 (II.2) 式,得到我们熟悉的关系式

$$E^2 = p^2 + m^2. \qquad \text{(II.3)}$$

在非相对论情况下,可用 $\frac{p}{m}$ 展开 (II.3) 式, 得到一级近似下: $E = m + \frac{p^2}{2m}$, 此时 (II.1) 式除以 e^{-imt} 后近似变为

$$\phi = e^{i\left(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}-\frac{p^2}{2m}t\right)};$$

ϕ 满足描写非相对论粒子的薛定谔方程

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}-\frac{i}{2m}\nabla^2\phi=0. \tag{II.4}$$

狄拉克在假定方程式中对时间和空间都应是一次导数的基础上，提出了一个相对论波动方程，用以描写自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子. 先介绍两个惠勒(Weyl)方程式，它们是所能写出的最简单的形式：

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}=\pm\left(\sigma_x\frac{\partial\psi}{\partial x}+\sigma_y\frac{\partial\psi}{\partial y}+\sigma_z\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)=\pm\boldsymbol{\sigma}\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}\psi, \tag{II.5}$$

这里 $\boldsymbol{\sigma}$ 的各个分量都是常数. 将(II.5)式平方，并将其系数和(II.2)比较，有

$$\begin{aligned}&\sigma_x^2=\sigma_y^2=\sigma_z^2=1,\\&\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_x=0\ \text{及其循环};\end{aligned} \tag{II.6}$$

则 $m=0$. 因此惠勒方程是描写质量为零的费米子(例如中微子)的方程式. 其中各 $\boldsymbol{\sigma}$ 分量不是数字，因为它们是不对易的. 可以选用 2×2 的泡利矩阵表示它们

$$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ \sigma_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\ \sigma_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}; \tag{II.7}$$

它们满足

$$\sigma_x^2=\sigma_y^2=\sigma_z^2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

的要求. 因为作用到波函数 ψ 上的是 2×2 矩阵，故波函数 ψ 必须有两个分量

$$\psi=\begin{pmatrix}\psi_1\\\psi_2\end{pmatrix}.$$

在惠勒方程(II.5)式中，加入质量项后，即推广为狄拉克方程式

$$\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu}+m\right)\psi=0; \tag{II.8}$$

γ 为 4×4 矩阵，则 ψ 必须是具有四个分量的旋量. 先看时-空四矢量 X 的四个分量 x_μ，其中 $\mu=1, 2, 3, 4$,

$$x_1 = x \quad x_2 = y \quad x_3 = z \quad x_4 = it.$$

重复的下指标表示求和，如 $x_\mu x_\mu$ 即表示两个四矢的标量积.

通过让狄拉克方程（II.8）符合克莱因-高登方程（II.2）的方法，可以确定 4×4 γ 矩阵的具体形式. 为此先将克莱因-高登方程写成不变形式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_\nu \partial x_\mu} - m^2\right)\psi = 0. \tag{II.9}$$

将（II.8）式乘以$\left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} - m\right)$，我们得到

$$\left(\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} - m\right)\left(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m\right)\psi =$$

$$= \left(\gamma_\nu \gamma_\mu \frac{\partial^2}{\partial x_\nu \partial x_\mu} - m^2\right)\psi = 0.$$

同样，未写出对 μ, ν 的求和. 此式能够写成

$$\left(\frac{\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - m^2\right)\psi = 0. \tag{II.10}$$

比较（II.9）和（II.10）式，给出对 γ 的要求条件

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \tag{II.11}$$

其中

$$\delta_{\mu\nu} = 1, \quad 当 \quad \mu = \nu$$

$$\delta_{\mu\nu} = 0. \quad 当 \quad \mu \neq \nu$$

符合这种对易关系的 γ 矩阵通常表示为

$$\gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_k \\ i\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, 3 \tag{II.12}$$

$$\gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

σ_k 是（II.7）式定义的 2×2 泡利矩阵，其它项也是 2×2 矩阵，明显地写出 γ 矩阵为

$$\gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +i \\ +i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

定义经常用到的 γ_5 矩阵为

$$\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \text{(II.13)}$$

并有关系式

$$\gamma_5^2 = 1, \quad \gamma_5\gamma_\mu + \gamma_\mu\gamma_5 = 0. \quad (\mu = 1, 2, 3, 4)$$

为了弄清楚狄拉克方程的含意，先写出各个 ψ 分量的全部狄拉克方程式，记

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix},$$

我们有四个联立的方程式

$$-i\frac{\partial\psi_4}{\partial x_1} - \frac{\partial\psi_4}{\partial x_2} - i\frac{\partial\psi_3}{\partial x_3} + \frac{\partial\psi_1}{\partial x_4} + m\psi_1 = 0,$$

$$-i\frac{\partial\psi_3}{\partial x_1} + \frac{\partial\psi_3}{\partial x_2} + i\frac{\partial\psi_4}{\partial x_3} + \frac{\partial\psi_2}{\partial x_4} + m\psi_2 = 0,$$

$$+i\frac{\partial\psi_2}{\partial x_1} + \frac{\partial\psi_2}{\partial x_2} + i\frac{\partial\psi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial\psi_3}{\partial x_4} + m\psi_3 = 0,$$

$$+i\frac{\partial\phi_1}{\partial x_1}-\frac{\partial\phi_1}{\partial x_2}-i\frac{\partial\phi_2}{\partial x_4}-\frac{\partial\phi_4}{\partial x_4}+m\phi_4=0; \quad \text{(II.14)}$$

将其平面波解写为

$$\phi(\mathbf{r}, t)=u_j e^{ip_\mu x_\mu};\ j=1, 2, 3, 4 \quad \text{(II.15)}$$

这里 u_i 为四分量的旋量. 取最简单的情况 $\mathbf{p}=p_3$, 由(II.14)式可以得到下面四个联立方程式:

$$(-E+m)u_1+pu_3=0, \quad \text{(II.16a)}$$

$$(-E+m)u_2-pu_4=0, \quad \text{(II.16b)}$$

$$(E+m)u_3-pu_1=0, \quad \text{(II.16c)}$$

$$(E+m)u_4+pu_2=0. \quad \text{(II.16d)}$$

利用关系式 $p^2=E^2-m^2$ 和归一化条件 $\Sigma u_j^2=1$,由(II.16a)可得: $\frac{u_3}{u_1}=\frac{p}{E+m}$. 令 $u_1=1$,得到 $u_3=\frac{p}{E+m}$, $u_2=u_4=0$. 同样利用 (II.16b), 我们可以得到 $u_1=u_3=0$ 和 $u_2=1$, $u_4=-\frac{p}{E+m}$. 这样我们就得到了四组解中的两组

$$u_{++}=\begin{pmatrix}1\\0\\p/(E+m)\\0\end{pmatrix},\ u_{+-}=\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-p/(E+m)\end{pmatrix}. \quad \text{(II.17a)}$$

方程 (II.16c, d) 给出同样的结果, 只是标号 $1\longleftrightarrow4$ 及 $3\longleftrightarrow2$ 互换,能量 E 变号. 然而我们可以用和(II.15)式同样好的另一平面波

$$\phi=u_j e^{-ip_\mu x_\mu},$$

即具有动量 $-\mathbf{p}$ 和能量 $-E$ 的平面波. 这是完全允许的,因为关系式 $E^2=p^2+m^2$ 并不能确定 E 的符号. 因而另外两个解实际上是负能级的解

$$u_{-+}=\begin{pmatrix}-\frac{p}{|E|+m}\\0\\1\\0\end{pmatrix} \text{ 和 } u_{--}=\begin{pmatrix}0\\\frac{p}{|E|+m}\\0\\1\end{pmatrix}. \quad \text{(II.17b)}$$

任何这些解的组合也是允许的．为了了解这些解的意义，先看粒子静止时的，即 $p=0$ 的系统．这时每一组 u 可以写成二分量旋量形式，例如

$$u_{++}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\quad u_{+-}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix};$$

即和非相对论两分量泡利旋量相同．我们认为这是正能量电子的两个自旋状态．因为电子自旋为 $\frac{1}{2}$，可以朝上，也可以朝下．u_{-+} 和 u_{--} 为两个负能量电子的自旋状态．狄拉克假定负能量海洋中的所有能级都是被填满了的．电子负能量海洋中如果有一个空穴，那即是正电子．在负能量电子接受到 $\geq 2mc^2$ 的能量时，就跳到正能级之中，同时出现了正电子，这就是正负电子对产生的过程．见图 II.1 和图 3.9(d)．

狄拉克波函数有其复数共轭波函数 ψ^*，我们定义粒子密度为

$$\rho=\psi^*\psi.$$

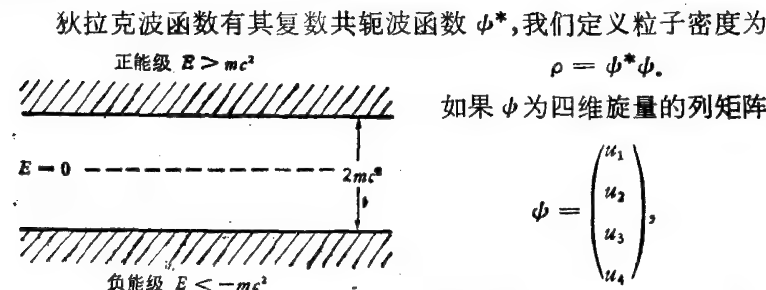


图 II.1 电子的正负能级图

如果 ψ 为四维旋量的列矩阵

$$\psi=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\end{pmatrix},$$

则 ψ^* 必须为四维旋量的行矩阵

$$\psi^*=(u_1^*,u_2^*,u_3^*,u_4^*),$$

则

$$\rho=\psi^*\psi=\sum_{i=1}^{4}u_i^*u_i.$$

定义下列旋量是有用的

$$\bar{\psi}=\psi^*\gamma_4,$$

则

$$\bar{\psi}\gamma_4=\psi^*;$$

因而

$$\rho = \bar{\psi}\gamma_4\psi. \tag{II.18}$$

根据上述关系，容易证明 $\bar{\psi}$ 满足下面的狄拉克方程

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu}\bar{\psi}\gamma_\mu - m\bar{\psi} = 0.$$

正反费米子的宇称

设波函数 $\psi(\mathbf{r}, t)$ 满足狄拉克方程 (II.8). 该态的空间反演，即以 $-\mathbf{r}$ 代替 $\mathbf{r}$，并不满足狄拉克方程，因为它是空间坐标的一次函数. $\psi(-\mathbf{r}, t) = \psi(-x_k, x_4)$ 满足

$$\left(\gamma_4\frac{\partial}{\partial x_4} - \gamma_k\frac{\partial}{\partial x_k} + m\right)\psi(-\mathbf{r}, t) = 0. \quad k = 1, 2, 3$$

将方程式两边都从左侧乘以 γ_4，并利用 $\gamma_4\gamma_k + \gamma_k\gamma_4 = 0$ 的关系，可以得到

$$\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu} + m\right)\gamma_4\psi(-\mathbf{r}, t) = 0.$$

因此 $\gamma_4\psi(-\mathbf{r}, t)$ 是原来波函数 $\psi(\mathbf{r}, t)$ 的空间反演态，γ_4 称为狄拉克波函数的宇称算符. 考虑自旋向上的正能状态（在粒子静止系统中，$p = 0$），方程式 (II.17a)

$$u_{++} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \quad \gamma_4 u_{++} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix};$$

对自旋向上的负能级 (II.17 b)

$$u_{-+} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \quad \gamma_4 u_{-+} = -\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix};$$

即如果正能级的本征宇称规定为偶值，则负能级，或者说反粒子的本征宇称必定为奇值.

III. 极化束流$\left(\text{自旋为}\ \frac{1}{2}\right)$的描述

自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子的极化束可以表示为，分别具有自旋波函数 $\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ 和 $\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ 的两束波，带有相应的相角的迭加

$$\psi = a_1 \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \tag{III.1}$$

其中 a_i 可以包含除自旋外的各种坐标，可以是复数．对于动量为 $\mathbf{k}$ 的自由粒子束流，可以写出

$$a_1 = \frac{A_1}{v^{\frac{1}{2}}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \qquad a_2 = \frac{A_2}{v^{\frac{1}{2}}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}};$$

束流的强度为

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = I. \tag{III.2}$$

我们定义 z 方向的极化度是，粒子自旋平行或反平行于 z 轴的几率之差．即

$$P_z = \frac{|a_1|^2 - |a_2|^2}{|a_1|^2 + |a_2|^2} = \frac{|a_1|^2 - |a_2|^2}{I}. \tag{III.3}$$

(III.1) 式表示的束流，在适当的方向，极化度为 1，即具有最大可能的极化度．

为了处理部分极化束，我们引入一个密度矩阵，对于(III.1)式描写的系统，矩阵形式为

$$\rho = \begin{vmatrix} a_1 a_1^* & a_1 a_2^* \\ a_2 a_1^* & a_2 a_2^* \end{vmatrix}, \tag{III.4}$$

或

$$\rho_{ij} = a_i a_j^*, \tag{III.4a}$$

或，更一般的可写为

$$\rho_{ij} = \psi_i \psi_j^+. \tag{III.4b}$$

密度矩阵适用于处理不极化，或部分极化束流．矩阵对角项之和称为矩阵的迹．(III.2) 式的另一写法为

$$T_r(\rho) = 1. \tag{III.5}$$

极化度 P_z，(III.3) 式，也可以用密度矩阵表示：

已知

$$\sigma_z = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix},$$

我们有

$$\frac{T_r(\rho\sigma_z)}{T_r(\rho)} = P_z. \tag{III.6}$$

至此，密度矩阵只是书写公式的一个简洁方法。但是如果我们迭加几个不相干束流，我们可以为此系统定义一个密度矩阵。假定密度矩阵的组元为 $\rho(\alpha)$：

$$\bar{\rho}_{ij} = \sum_{\alpha=1}^{N} \rho_{ij}(\alpha) W(\alpha), \tag{III.7}$$

其中 $W(\alpha)$ 为每一项的权重，它正比于特定情况下束流的强度。请注意，描写两相干束流的密度矩阵是 (III.4) 式，而不是 (III.7) 式。

总束流强度也为

$$I = T_r(\bar{\rho}) = \sum_{\alpha} \sum_{i} W(\alpha)_{\rho_{ii}}(\alpha). \tag{III.8}$$

一个算符 θ 的期待值为

$$\langle\theta\rangle = \frac{T_r(\theta\bar{\rho})}{T_r(\bar{\rho})}. \tag{III.8a}$$

2×2 矩阵 $\bar{\rho}$ 常可以写成

$$\bar{\rho} = a\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + b_x\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + b_y\begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix} + b_z\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}. \tag{III.9}$$

选择适当的 a，b_x，b_y，b_z 时，例如

$$\bar{\rho}_{11} = a + b_z,\quad \bar{\rho}_{12} = b_x - ib_y \text{ 等}, \tag{III.10}$$

我们可以将 (III.9) 式写成更简洁的形式

$$\bar{\rho} = a\mathbf{1} + \mathbf{b}\cdot\boldsymbol{\sigma}. \tag{III.11}$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}$ 是泡利矩阵矢量，其分量为 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$. 这样写法具有特别简单的物理解释.

我们有

$$T_r(\bar{\rho}) = 2a = I. \tag{III.12}$$

在这里我们给出了 (III.11) 式中的 a 值的物理意义.

根据 (III.8 a) 式可直接算出 $\langle\sigma_x\rangle$, $\langle\sigma_y\rangle$, $\langle\sigma_z\rangle$:

$$\langle\sigma_x\rangle = \frac{b_x}{a},\ \langle\sigma_y\rangle = \frac{b_y}{a},\ \langle\sigma_z\rangle = \frac{b_z}{a}. \tag{III.13}$$

向量 $\mathbf{b}$ 的方向平行于自旋的期待值，极化度 $\mathbf{P}$ 简化为

$$\mathbf{b}/a = \mathbf{P}. \tag{III.14}$$

因此，根据 (III.9) (III.11) (III.14) 等式，密度矩阵和束流的强度及极化度等直接可观察量的关系为

$$\bar{\rho} = \frac{1}{2}\mathbf{I}(1 + \mathbf{P}\cdot\boldsymbol{\sigma}). \tag{III.15}$$

请注意，一个不极化束的密度矩阵是单位矩阵的倍数.

如何描写散射对极化的影响呢? 假定原始束流为纯 ψ_i 态，用 (III.1) 式描述，假定在没有自旋的靶上散射，末态 ψ_f，仍为二行函数. 我们定义一个 2×2 维的 S 矩阵，并有

$$S\psi^{(i)} = \psi^{(f)} \text{ 和 } \psi^{(f)} = \psi^{(i)+}S^{+}. \tag{III.16}$$

S 矩阵是一个散射矩阵的特殊情况. +号代表转置和共轭. 利用散射矩阵可以由初态密度矩阵 $\rho^{(i)}$，算出末态密度矩阵 $\rho^{(f)}$. 根据 (III.4) 和 (III.16) 式，得

$$\rho_{lm}^{(i)} = \psi_l^{(i)}\psi_m^{(i)+}, \tag{III.17}$$

和

$$\rho_{lm}^{(f)} = \psi_l^{(f)}\psi_m^{(f)+}, \tag{III.18}$$

$$S\psi_l^{(i)}\psi_m^{(i)+}S^{+} = S\rho_{lm}^{(i)}S^{+}. \tag{III.19}$$

如果我们归一化 $\psi^{(i)}$，使它表示一个单位强度的束流，则其微分散射截面 $d\sigma/d\Omega$ 是

$$\frac{T_r(\rho^{(f)})}{T_r(\rho^{(i)})} = \frac{d\sigma}{d\Omega}. \tag{III.20}$$

对于一个非极化靶,或无自旋的靶,S 矩阵将依赖于散射角及入射束流的能量. 和任何 2×2 矩阵一样,S 可以写成

$$S = g\mathbf{1} + \mathbf{h} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \qquad \text{(III.21)}$$

这种写法非常方便. 矢量 $\mathbf{h}$ 是始末态粒子动量 $\mathbf{k}^{(i)}$, $\mathbf{k}^{(f)}$ 的函数,它一定是一个赝矢量. 以便和赝矢量 $\boldsymbol{\sigma}$ 相乘,得到标量. 故 $\mathbf{h}$ 可表示为

$$\mathbf{h} = \frac{\mathbf{K}^{(i)} \times \mathbf{K}^{(f)}}{|\mathbf{K}^{(i)} \times \mathbf{K}^{(f)}|} h(\theta, E) = \mathbf{n} h(\theta); \qquad \text{(III.22)}$$

其中 θ 为散射角. 单位矢量 $\mathbf{n}$ 垂直于散射平面, 沿着 z 轴的方向. 我们有

$$S = \begin{vmatrix} g+h & 0 \\ 0 & g-h \end{vmatrix} = g\boldsymbol{I} + h\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \qquad \text{(III.23)}$$

$g+h$ 和 $g-h$ 分别为自旋平行或反平行于 z 轴的完全极化束的散射振幅.

函数 $g(\theta, E)$ 和 $h(\theta, E)$ 依赖于能量和散射角. 可以利用推广了的相移分析方法计算它们, 计算结果为

$$g(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} [(l+1)A_{l^+} + A_{l^-}] P_l(\cos\theta), \qquad \text{(III.23a)}$$

$$h(\theta) = -i \sum_{l=0}^{\infty} (A_{l^+} - A_{l^-}) \sin\theta \frac{dP_l(\cos\theta)}{d(\cos\theta)}; \qquad \text{(III.23b)}$$

其中 $A_{l^\pm} = [\eta_{l^\pm} \exp(2i\delta_{l^\pm}) - 1]/2ik$, 对应于同一 l, 来自 $j + \frac{1}{2}$ 及 $i - \frac{1}{2}$ 的分波振幅, 它们是 E 的函数. 例如, 只考虑 S 和 P 波, A_{0^+} 对应于 $S_{\frac{1}{2}}$ 波, A_{1^+} 对应于 $P_{\frac{3}{2}}$ 波. A_{1^-} 对应于 $P_{\frac{1}{2}}$ 波.

不极化束的密度矩阵为

$$\rho_0 = \frac{1}{2} I \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \qquad \text{(III.24)}$$

散射一次后变成的极化矩阵为

$$\rho_1 = \mathbf{s}\rho_0\mathbf{s}^+ = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} |g+h|^2 & 0 \\ 0 & |g-h|^2 \end{vmatrix}. \qquad \text{(III.25)}$$

其极化度，由（III.6）式，应为

$$P = \frac{1}{2}\frac{|g+h|^2 - |g-h|^2}{|g|^2 + |h|^2}$$
$$= \frac{gh^* + g^*h}{|g|^2 + |h|^2} = \frac{2R_e(gh^*)}{|g|^2 + |h|^2}. \qquad (III.26)$$

如果初始束流为垂直于散射平面的全极化束，有

$$\rho_0 = I\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}. \qquad (III.27)$$

散射角为 θ 时，我们有

$$\sigma(\theta) = \frac{T_r(\rho_1)}{T_r(\rho_0)}. \qquad (III.28)$$

其中 $\rho_1 = S\rho_0 S^+$ [S 由（III.23）式给出]．如果散射角为 $-\theta$ 时，按照（III.22）式，对应的 S 为

$$\begin{vmatrix} g-h & 0 \\ 0 & g+h \end{vmatrix} = S. \qquad (III.29)$$

结果其截面为

$$\sigma(\pm\theta) = (|g|^2 + |h|^2)[1 \pm P(\theta)]. \qquad (III.30)$$

其中 P 由（III.26）式给出．由此截面可以算出不对称性．

IV. 群论简介

可以用群论的数学工具，很好地描写物理学中的对称性，这里我们扼要地介绍有关的群论知识．

（一）群的定义

群指一个元素的集合：

$$G = \{g_0, g_1, g_2, \cdots, g_i, \cdots\}. \qquad (IV.1)$$

其中规定了元素之间某种确定的组合法则，称为群的“乘法”，并且满足如下条件：

（1）封闭性．如果 g_i 和 g_j 是 G 的元素，那么其乘积 $g_i g_j$ 也是 G 的元素．

（2）结合律．如果 g_i、g_j 和 g_k 是 G 的元素，那么有 g_i ·

$(g_i \cdot g_k) = (g_i \cdot g_j) \cdot g_k$. 注意这里元素的次序没有改变.

(3) G中存在一个单位元素 g_0，对G中任何元素 g_i 都有

$$g_0 \cdot g_i = g_i \cdot g_0 = g_i.$$

(4) 对于G中任一元素 g_i，总存在着它的逆元素 g_i^{-1}，g_i^{-1} 也是G的元素(可以写作 $g_i^{-1} \in G$，记号 $\in$ 读作属于).

例如空间的各向同性要求物理规律在三维空间转动下具有不变性. 若用记号:

$$R(n, \theta) \quad 0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi \qquad \text{(IV.2)}$$

表示绕通过对称中心的任一轴 n，转动角为 θ 的三维空间的转动，定义两个转动的乘积是相继进行这样两个转动的结果. 那么所有这些转动，(IV.3) 式的全体，构成三维空间的转动群 $SO(3)$.

一般地说，群元素之间乘法的次序是不满足交换律的. 但是也有一些群的元素之间满足乘法交换律. 这种群通常称为可对易群或阿贝尔群. 例如，对于绕 z 轴方向转动的空间转动群，其群元记为 $R(\hat{z}, \theta_i)$，则

$$R(\hat{z}, \theta_1) R(\hat{z}, \theta_2) = R(\hat{z}, \theta_2) R(\hat{z}, \theta_1) = R(\hat{z}, \theta_1 + \theta_2). \qquad \text{(IV.3)}$$

因此该群是一个阿贝尔群.

一个群所包含的群元素的个数叫做群的"阶". 阶数有限的群称之为有限群. 阶数无限的群称为无限群.

如果一个群的元素可以用分立的元素 g_0, g_1, g_2, $\cdots$ 来标记，(不管是有限的还是无限的)，那么就称为分立群. 如果一个群的元素不能用分立的符号来标记，而必须用一组连续的参数

$$\alpha \equiv (\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_r) \qquad \text{(IV.4)}$$

标记其群元素，那么就称之为连续群. 特别地，若 (IV.4) 式中的 r 个参数 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_r$ 都是实的，这样的连续群通常称为李群. 实参数 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_r$ 变化范围有界的李群称为紧致李群. 例如 $SO(3)$ 群需要用三个实参数描写: n 的方向 (Θ, ϕ) 和转动角 θ，其变化范围为

$$0 \leqslant \Theta \leqslant \pi, \ 0 \leqslant \phi \leqslant 2\pi, \ 0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi.$$

或者用三个欧拉角(α, β, γ)来标记,也有其相应的变化范围. 因此 $SO(3)$ 群是一个紧致李群.

设 g_i, g_k 是群G的某两个元素,元素 $g_j=g_ig_kg_i^{-1}$ 称为 g_k 的共轭元素,同样 g_k 称为 g_j 的共轭元素. 可以证明,如果 g_i 和 g_j 共轭,g_j 和 g_k 共轭,则 g_i 和 g_k 也共轭. 所以相互共轭的元素组成群的共轭类. 一个群G的元素可以分成一些共轭类. 显然单位元素 g_0 自成一类.

如果群G的一个子集合按照G的乘法规则也构成群,那么这个子集合构成群G的一个子群. 例如空间定轴转动——譬如说绕z轴的转动群,是整个三维空间转动群$SO(3)$的一个子群. 可以证明,H为G的子群的充要条件是

若
$$g_i\in H, g_k\in H;$$
则
$$g_ig_k^{-1}\in H.$$

显然子群H一定包括原群G的单位元素 g_0,若记子群H的元素为 h_α,对G的某一固定元素 g_1 作乘积

$$g_1\, h_\alpha\, g_1^{-1},$$

这里 h_α 取遍H的所有元素. 不难看出 $g_1\, h_\alpha\, g_1^{-1}$ 也组成一个子群. 一般地该子群和H不同. 倘若对于G的任意元素 g_i,子群 $g_ih_\alpha g_i^{-1}$ 都和H重合(相同). 那么就称H为原群G的正规子群或不变子群. 如果群G没有不变子群,则称之为单纯群. 如果群G没有不变阿贝尔子群,则称之为半单纯群.

下面再介绍两个很重要的概念:群的同态和同构. 考虑两个群

$$G\equiv\{g_0, g_1, g_2\cdots g_i\cdots\},$$
$$F\equiv\{f_0, f_1, f_2\cdots f_i\cdots\};$$

如果对于群G中任一个元素 g_i 都可以在群F中找到一个或n个元素 f_i 和它对应,称为 f_i 到 g_i 的映象,即

$$f_i\rightarrow g_i,$$

特别应有

$$f_0 \to g_0,$$

并且具有性质

$$f_i f_j \to g_i g_j,$$

那么就称群 G 是群 F 的同态映象．如果群 G 和 F 的映象关系是一一对应的，即对于 G 中任一元素 g_i，有且仅有 F 中唯一的一个元素 f_i 和它对应，那么就称这两个群是同构的．

（二）群的表示

先介绍一下线性算子的概念，设 D 为一线性空间，x 是 D 中的一个矢量．对于 D 中任意一个矢量 x，D 中有一个相应的矢量 $y = T(x)$，则函数 T 称为 D 空间中的一个算子．

若对于 D 中的任意两个矢量 x，y 和任意复数 α，有 $T(x+y) = T(x) + T(y)$ 和 $T(\alpha x) = \alpha T(x)$，则 T 被称为线性算子．在空间 D 中，两算子 A 和 B 的加法被定义为：对于 D 中的一切矢量 x，有 $(A+B)x = Ax + Bx$．同样，在空间 D 中，数 α 与算子 A 的数乘被定义为：$(\alpha A)x = \alpha(Ax)$，算子 A 与 B 的乘积被定义为：$(AB)x = A(Bx)$．其次，若 A 及 B 是 D 空间中的两个线性算子，则 $A+B$，αA 及 AB 也是 D 空间中的线性算子．

在有限维空间 D 中引进一组基 e_1，e_2，$\cdots e_n$，则此空间中的线性算子可以用矩阵表示．若 A 为空间 D 中的一个线性算子，则 A_{ek} 可以写成 $e_1, \cdots, e_n$ 的一个线性组合，即 $A_{ek} = \sum_{j=1}^{n} A_{jk} e_j$，$k = 1, \cdots n$，$A_{jk}$ 是算子 A 对于基 $e_1, \cdots e_n$ 的矩阵的矩阵元．可以证明算子 A 完全由它的矩阵 A_{ij} 所决定．而且加法运算，数乘，以及算子与算子相乘均对应于这些算子对于一个固定基的矩阵的相应运算．

现在介绍群的表示．如果群 G 和 n 维空间的一个变换群同态，那么该变换群就称为群 G 的一个表示．如果该变换群是 n 维空间的一个线性变换群，它就给出群 G 的一个线性表示，记为 $D(G)$．以数学式子写出来就是

若 $$g_i \in G,\quad g_j \in G,$$

并且

$$g_i g_j = g_k \in G,$$

那么相应地存在着

$$D(g_i) \in D(G), \quad D(g_j) \in D(G); \tag{IV.5 a}$$

且

$$D(g_i) D(g_j) = D(g_k) \in D(G), \tag{IV.5 b}$$

特别有

$$D(g_i^{-1}) = D^{-1}(g_i), \quad D(g_0) = I. \tag{IV.5 c}$$

n 维空间的线性变换群可以写成 $n \times n$ 矩阵.

我们在此给出群表示理论的一些基本概念和定理，在群论参考书中可找到有关证明.

(1) 等价表示.

如果群 G 在 n 维空间的两个线性表示仅仅相差一个相似变换

$$D_1(G) = SD_2(G)S^{-1}, \tag{IV.6 a}$$

也就是说对任意的 $g_i \in G$，存在同一个矩阵 S，使得

$$D_1(g_i) = SD_2(g_i)S^{-1}, \tag{IV.6 b}$$

那么 $D_1(G)$ 和 $D_2(G)$ 就称为群 G 的两个等价表示. 实际上等价表示只是在同一表示空间中选取了不同的基底而已.

(2) 表示的直和.

如果 $D_1(G)$ 是 G 的一个 n 维线性表示，$D_2(G)$ 是 G 的一个 m 维线性表示，则

$$D(G) = \begin{pmatrix} D_1(G) & 0 \\ 0 & D_2(G) \end{pmatrix}, \tag{IV.7}$$

称为表示 $D_1(G)$ 和 $D_2(G)$ 的直和. 它也是群 G 的一个线性表示.

(3) 可约表示和不可约表示.

如果一个 $(n+m) \times (n+m)$ 的线性变换 $D(G)$，对任意的 $g_i \in G$，$(n+m) \times (n+m)$ 矩阵可写成，或通过相似变换后可化成如下的形式:

$$D(g_i) = \left[\begin{array}{c:c} T(g_i) & S(g_i) \\ \hdashline 0 & Q(g_i) \end{array}\right] n, \qquad \text{(IV.8)}$$

其中 $T(g_i)$ 是 $n \times n$ 矩阵，$Q(g_i)$ 是 $m \times m$ 矩阵，则称表示 $D(G)$ 是可约的. 如果在 (IV.8) 式中 $S(g_i) = 0$，则表示 $D(G)$ 是完全可约的. 如果找不到一个演化矩阵 R,使得 $RD(G)R^{-1}$ 可以写成 (IV.8) 式的形式,则称表示 $D(G)$ 是不可约的.

(4) 舒尔引理.

(i) 设 $D(G)$ 是群 G 的一个不可约表示，若有某一矩阵 T，满足

$$TD(g_i) = D(g_i)T,$$

则 T 必为单位矩阵乘以某一个常数 λ，即

$$T = \lambda I.$$

(ii) 设 $D_1(G)$, $D_2(G)$ 是群 G 的两个不等价不可约表示,若有某一个矩阵 T，满足

$$TD_1(g_i) = D_2(g_i)T,$$

则

$$T = 0.$$

(5) 定理：有限群不等价不可约表示的个数等于其共轭类的个数.

下面我们重点讨论一下李群的表示. 前面已经说过李群

$$G = \{\cdots g_\alpha \cdots\} \qquad \text{(IV.9)}$$

的元素 g_α 依赖于 r 个实参数

$$\alpha \equiv (\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_r). \qquad \text{(IV.10)}$$

它在线性空间 L_n 中的表示是

$$D(G) = \{\cdots D(\alpha) \cdots\}, \qquad \text{(IV.11)}$$

其中 $D(\alpha)$ 与群元素 g_α 相应，是个 $n\times n$ 矩阵．它的每一个矩阵元 $D_\rho^\sigma(\alpha)$ 都是参数组 α 的连续函数．

若用 ψ 表示 L_n 空间的矢量

$$\psi=\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \vdots\\ \psi_n\end{pmatrix}, \tag{IV.12}$$

对于群 G 的每一个元素 g_α，在 L_n 空间中对应着一个线性变换 $D(\alpha)$：

$$\psi\to\psi'=D(\alpha)\psi; \tag{IV.13 a}$$

或用分量写出

$$\psi_\rho\to\psi'_\rho=D_\rho^\sigma(\alpha)\,\psi_\sigma. \tag{IV.13 b}$$

因为矩阵元 $D_\rho^\sigma(\alpha)$ 是 α 的连续函数，可将其对参数 α 作泰勒展开

$$\psi_\rho\to\psi'_\rho=\left[\delta_\rho^\sigma+\left(\frac{\partial D_\rho^\sigma(\alpha)}{\partial\alpha_1}\right)_{\alpha=0}\alpha_1+\cdots+\left(\frac{\partial D_\rho^\sigma(\alpha)}{\partial\alpha_r}\right)_{\alpha=0}\alpha_r+O(\alpha^2)\right]\psi_\sigma. \tag{IV.14}$$

这里 $\delta_\rho^\sigma=D_\rho^\sigma(0)$ 是 L_n 空间的一个 $n\times n$ 单位矩阵，因为我们已经规定参数 $\alpha=0$ 标志群的单位元素 g_0． r 个矩阵：

$$I_S\equiv\left(\frac{\partial D(\alpha)}{\partial\alpha_S}\right)_{\alpha=0},\ S=1,\ 2\cdots r \tag{IV.15}$$

叫做李群 G 在表示 L_n 中的无穷小算符，或生成元．可对易的无穷小算符的个数，叫做该群的秩．请注意，和表示矩阵 $D(\alpha)$ 不同，I_S 虽也是 $n\times n$ 矩阵，但它与参数 α 无关．

L_n 中矢量 ψ 的无穷小变换为

$$\psi\to\psi'=(I+\alpha_S I_S)\psi, \tag{IV.16 a}$$

或以分量形式写成

$$\psi_\rho\to\psi'_\rho=(I_\rho^\sigma+\alpha_S I_{S\rho}^\sigma)\psi_\sigma. \tag{IV.16 b}$$

有限变换是无穷多个无穷小变换的乘积，因此对有限变换

$$\psi\to\psi'=e^{\alpha_S I_S}\psi, \tag{IV.17}$$

直接计算可以求出 r 个无穷小算符之间满足的对易关系

$$[I_\rho, I_\sigma] = C^\lambda_{\rho\sigma} I_\lambda, \quad \rho, \sigma, \lambda = 1, 2 \cdots r. \tag{IV.18}$$

可以证明，无穷小算符和它们之间的对易关系完全由群 G 的性质所确定. 常数 $C^\lambda_{\rho\sigma}$ 称为群 G 的结构常数，也是由群 G 的性质所决定的，和群的表示本身无关.

（三）$SU(n)$ 表示的直乘约化法——杨图

在粒子物理学中我们常遇到群的两个不可约表示的直乘问题. 例如我们多次遇到两个自旋（或同位旋）为 $\frac{1}{2}$ 的粒子组成的系统，可以处于三重态（总自旋 $S=1$，自旋 z 分量 $S_z=+1, 0, -1$ 的三个态）或单态（总自旋 $S=0$，$S_z=0$ 的一个态）. 用群论的语言说，这是由两个 $SU(2)$ 基础表示的直乘被约化成两个不可约表示 $\underline{3}$ 和 $\mathbf{1}$ 而得到的. 用群论的符号可以写为

$$\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \underline{3} \oplus \mathbf{1}. \tag{IV.19}$$

此式右侧的两个不可约表示有不同的对称性. $\underline{3}$ 表示的自旋为 1，是对称态. $\mathbf{1}$ 表示的自旋为零，是反对称态.

对于一般 $SU(n)$ 群表示，其直乘约化就不这么简单. 一般地说，群的两个不可约表示的直乘，给出该群的一个更高维表示，该更高维表示大都不再是不可约的，因此需要通过约化程序给出它所包含的所有不可约表示. 例如，三个 $SU(3)$ 群的三维基础表示组成的所有不可约表示有

$$\underline{3} \otimes \underline{3} \otimes \underline{3} = \underline{10} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}. \tag{IV.20}$$

这里十重态是对称的，单态是反对称的，两个八重态则有不同的混合对称性.

一般的 $SU(n)$ 群表示直乘约化的方法有几种，我们仅介绍一种用杨图对 $SU(n)$ 群进行直乘约化的基本方法. 这种方法比较直观，使用起来也比较方便，至于它的原理我们就不作介绍了.

先考虑基础表示的直乘约化问题. 在杨图方法中，用一个方

片代表 $SU(n)$ 群基础表示 $\underline{n}$:

$$\underline{n} = \square \Big\} \text{ 1个方片} \qquad (IV.21)$$

而用一列 $n-1$ 个方片代表其共轭表示 $\underline{n}^*$:

$$\underline{n}^* = \left.\begin{array}{c}\square\\\square\\\square\\\square\\\vdots\\\square\end{array}\right\} n-1 \text{ 个方片} \qquad (IV.22)$$

这种方法用同样一个方片□代表 $SU(2)$ 群的基础表示 2,或其共轭表示2^*. 而对于 $SU(3)$ 群,或更高维 $SU(n)$ $(n>3)$ 群,其基础表示和共轭表示的代表图形则不相同. 对 $SU(3)$ 群有:

$$\square = \underline{3} \qquad \begin{array}{c}\square\\\square\end{array} = \underline{3}^*$$

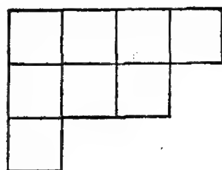
对于群基础表示的直乘约化问题杨图的作法是: 例如两个 $SU(2)$ 基础表示的直乘约化是将代表 2 和 2^* 的两个方片直乘 □⊗□,其结果是将第二个方片拼接到第一个方片旁边,形成两个方片的一行,和两个方片的一列:

$$\square \otimes \square = \square\square \oplus \begin{array}{c}\square\\\square\end{array} \qquad (IV.23)$$

有了这二个拼接结果，就可以利用下述方法算出每个拼接出

来的杨图所代表不可约表示的维数.其计算结果应该是 3 和 1（因已知 $2\otimes 2=3\oplus 1$）.

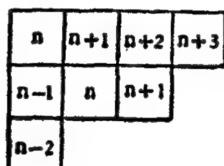
我们先结合一个任意形式的杨图，介绍计算其所代表的不可约表示维数的方法. 例如，假定下面的杨图代表 $SU(n)$ 群的一个不可约表示:



根据杨图理论，它所代表的不可约表示的维数 N_n，应等于一个分数数值

$$N_n=\frac{a_n}{b}, \tag{IV.24}$$

分子 a_n 的算法是: 将这个杨图的左上角方格中填写上 n 字.在各行中每向右移一格，格内数字加 1. 而每向下移一格，格内数字比其上面的方格中数字减 1. 填出的结果为



分子 a_n 等于这个杨图中各方格内所有数字的乘积.

分母 b 的算法是: 先写出这个杨图内各个方格的“曲距”(hook)，然后将各个曲距相乘即得 b 值. 所谓每个方格的“曲距”，其数值等于该方格之右及该方格之下的方格数之和加 1. 上述杨图中各个方格的曲距值的计算请参看下页杨图

由此即可算出这个杨图代表的不可约表示的维数 N_n，根据 (IV.24) 式

$$N_n = \frac{a_n}{b} = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n-1)n(n+1)(n-2)}{6\times4\times3\times1\times4\times2\times1\times1},$$

6	4	3	1
4	2	1	
1			

代入具体 n 的数值,即可得到具体的 N_n 值.

用这个方法先算一下 (IV.24) 式中两个简单的杨图 N_n 值.
对于二维基础表示 $n=2$:

(1) 杨图 | | |,

算出分子 a_n | 2 | 3 |, $a_2 = 2\times3$.

算出分母 b | 2 | 1 |, $b = 2\times1$.

$$N_2 = \frac{a_2}{b} = 3.$$

同一杨图,对三维基础表示, $n=3$,则

$$N_3 = \frac{3\times4}{2\times1} = 6.$$

(2) 杨图

算分子 a_n

2
1

, $a_2 = 2\times1$,

算分母 b

2
1

, $b = 2\times1$,

则此杨图代表的不可约表示的维数为

$$N_2 = \frac{2 \times 1}{2 \times 1} = 1.$$

同一杨图，对三维基础表示则有 $N_3 = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$，这样就算出了 (IV.23) 式直乘约化结果中所包含的那些不可约表示的维数

$$\underline{2} \otimes \underline{2} = \underline{3} \oplus \underline{1},$$

$$\underline{3} \otimes \underline{3} = \underline{6} \oplus \underline{3}.$$

在计算 $SU(3)$ 基础表示 $\underline{3}$ 及其共轭表示 $\underline{3}^*$ 的直乘约化问题时，用杨图表示将为

$$\ydiagram{1} \otimes \ydiagram{1,1} = \ydiagram{2,1} \oplus \ydiagram{1,1,1} \tag{IV.25}$$

此式右侧前一个杨图的 $N_n = \frac{n(n+1)(n-1)}{3 \times 1 \times 1}$，在 $n = 3$ 时，$N_3 = 8$．后一个杨图的 $N_n = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2}$，在 $n = 3$ 时，$N_3 = 1$．这样就算出了

$$\underline{3} \otimes \underline{3}^* = \underline{8} \oplus \underline{1}. \tag{IV.26}$$

另一个直乘约化的例子是 (IV.23) 式中右侧第一项与 $\underline{n}$ 直乘

$$\ydiagram{2} \otimes \ydiagram{1} = \ydiagram{3} \oplus \ydiagram{2,1} \tag{IV.27}$$

此式右侧两个杨图不可约表示维数为

$$N_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3 \times 2 \times 1} \oplus \frac{n(n+1)(n-1)}{3 \times 1 \times 1}, \tag{IV.28}$$

在 $n = 3$ 时，$N_3 = \underline{10} \oplus \underline{8}$.

由此可以算出三个三维么正群 $SU(3)$ 基础表示直乘约化的结果，因为它是由 (IV.23)、(IV.25) 和 (IV.27) 三次计算，得到的 (IV.26) 及 (IV.28) 两个式子，在 $n=3$ 时的总和

$$\underline{3}\otimes\underline{3}\otimes\underline{3}=(\underline{10}\oplus\underline{8})+(\underline{8}\oplus\underline{1}). \qquad \text{(IV.29)}$$

类似的办法，可以计算出物理上感兴趣的 $SU(4)$ 或 $SU(6)$ 基础表示的直乘约化问题. 三个基础表示的直乘约化结果可用杨图算出，为

$$(\underline{4}\otimes\underline{4})\otimes\underline{4}=(\underline{20}\oplus\underline{20})\oplus(\underline{20}\oplus\underline{4}), \qquad \text{(IV.30)}$$

$$(\underline{6}\otimes\underline{6})\otimes\underline{6}=(\underline{56}\oplus\underline{70})\oplus(\underline{70}\oplus\underline{20}). \qquad \text{(IV.31)}$$

一般的对于 $SU(n)$ 中 $\underline{n}$ 维表示及其共轭表示 $\underline{n}^*$ 的直乘约化方法是

$n-1$ n $n-1$

(IV.32)

用杨图方法计算的结果是

$$\underline{n}\otimes\underline{n}^*=\underline{1}\oplus(\underline{n^2-1}). \qquad \text{(IV.33)}$$

在 $n=3$ 时，即得到 (IV.26) 式的结果.

细心考虑时一定要问，为什么 (IV.25)，(IV.27) 等式中，左侧的两个图形只能拼接出其右侧的两个杨图，而不能拼接出例如

(IV.34)

等各种可能的图形呢？关于拼接杨图的具体方法在哈默米式(M. Hammermesh) 1963 年所写的"群论"一书中有详细介绍. 对于简单的基础表示拼接问题，可以规定，只能拼接出一行、一列，或缺口向下、向右的杨图，而不能拼接出如 (IV.34) 所示缺口向上或向左的杨图. 对于较复杂的杨图的直乘分解方法，我们将介绍李特吾德 (Littlewood) 规则：

(1) 画出作直乘的两个杨图，选其中一个作基础(原则上可以任意选，实际上选较复杂的一个作为基础要方便些.)然后在第二个杨图中填入字母，第一行都填 α，第二行都填 β，$\cdots$.

(2) 先将标以 α 的方格拼到基础杨图上去，在保证没有两个 α 出现在同一列 (相同字母不能出现在同一列)，而且每一列的方格数不大于 n 的前提下，作出一切可能的扩大了的杨图.

(3) 再将标以 β 的格子拼到已扩大了的杨图上去，$\cdots$，一直到用尽第二个杨图为止. 最后从右向左逐行读出拼好的杨图中的字母 α, β, γ 等等，要求字母 β 不能出现在字母 α 之前，而且字母 α 出现 ν 次后再出现字母 β 时，β 的连续出现次数不得大于 ν. 即在任何一步读出的字母序列中，α 出现的次数不得少于 β 出现的次数，β 出现的次数不得少于 γ 出现的次数，等等.

下面举几个例子来具体说明这种约化规则.

(i)两个 $SU(2)$ 三维表示 $\square\!\square$ 的直乘约化为

$$\begin{array}{|c|c|}\hline \ & \ \\\hline\end{array} \otimes \begin{array}{|c|c|}\hline \alpha & \alpha \\\hline\end{array} \xrightarrow{\alpha} \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \ & \ & \alpha & \alpha \\\hline\end{array} \oplus \begin{array}{|c|c|c|}\hline \ & \ & \alpha \\\hline \alpha \\\cline{1-1}\end{array}$$

$$\oplus \begin{array}{|c|c|}\hline \ & \ \\\hline \alpha & \alpha \\\hline\end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \ & \ & \ & \ \\\hline\end{array} \oplus \begin{array}{|c|c|}\hline \ & \ \\\hline\end{array} \oplus \begin{array}{|c|c|}\hline \ & \ \\\hline \ & \ \\\hline\end{array} \tag{IV.35}$$

$$\underline{3}\otimes\underline{3} = 5\oplus\underline{3}\oplus 1. \tag{IV.36}$$

(ii) 两个 $SU(3)$ 八维表示 $\begin{array}{|c|c|}\hline \ & \ \\\hline \ \\\cline{1-1}\end{array}$ 的直乘约化为

(IV.37)

即

$$8\otimes 8=27\oplus 10^{*}\oplus 8\oplus 8\oplus 1. \qquad \text{(IV.38)}$$

(二) 附　表

I. 物理常数表

物理量	符号，公式	数　值	不准确度（百万分之）
光　速	c	$2.99792458(1.2)\times10^{10}$cm 秒$^{-1}$	0.004
普朗克常数	h	$6.626176(36)\times10^{-27}$ 尔格·秒	5.4
普朗克常数折合值	$\hbar=h/2\pi$	$1.0545887(57)\times10^{-27}$ 尔格·秒	5.4
		$=6.582173(17)\times10^{-22}$MeV 秒	2.6
电子电荷	e	$4.803242(14)\times10^{-10}$静电单位	2.9
		$=1.6021892(46)\times10^{-19}$ 库仑	2.9
换算常数	$\hbar c$	197.32858(51)MeV 费米	2.6
换算常数	$(\hbar c)^2$	0.3893857(20)GeV^2 毫靶	5.2
电子质量	m_e	$0.5110034(14)\text{MeV}/c^2=9.109534(47)\times10^{-28}$ 克	2.8,5.1
质子质量	m_p	$938.2796(27)\text{MeV}/c^2=1.6726485(86)\times10^{-24}$ 克	2.8,5.1
		=1.007276470(11)原子质量单位= 1836.15152(70)m_e	0.011,0.38
氘核质量	m_d	1875.6280(53)MeV/c^2	2.8
原子质量单位	(C^{12}原子质量)/12=(1克)/N_A	$931.5016(26)\text{MeV}/c^2=1.6605655(86)\times10^{-24}$ 克	2.8,5.1
精细结构常数	$\alpha=e^2/\hbar c$	1/137.03604(11)	0.82
经典电子半径	$r_e=e^2/m_ec^2$	2.8179380(70) 费米	2.5
康普顿波长	$\lambda_e=\hbar/m_ec=r_e\alpha^{-1}$	$3.8615905(64)\times10^{-11}$cm	1.6

续表

物理量	符号，公式	数值	不准确度（百万分之）
玻尔半径	$a_\infty = \hbar^2/cm_ee^2 = r_e\alpha^{-2}$	$0.52917706(44)\times10^{-8}$cm	0.82
里德伯能量	$hcR_\infty = m_ee^4/2\hbar^2 = m_ec^2\alpha^2/2$	13.605804(36)eV	2.6
汤姆孙截面	$\sigma_T = 8\pi r_e^2/3$	0.6652448(33) 靶	4.9
玻尔磁子	$\mu_B = e\hbar/2m_ec$	$5.7883785(95)\times10^{-15}$MeV 高斯$^{-1}$	1.6
核玻尔磁子	$\mu_N = e\hbar/2m_pc$	$3.1524515(53)\times10^{-18}$MeV 高斯$^{-1}$	1.7
电子迴旋频率/场	$\omega^e_{cycl}/B = e/m_ec$	$1.7588047(49)\times10^{7}$ rads^{-1} 高斯$^{-1}$	2.8
质子迴旋频率/场	$\omega^p_{cycl}/B = e/m_pc$	$9.578756(28)\times10^{3}$rads^{-1} 高斯$^{-1}$	2.8
重力常数	G_N	$6.6720(41)\times10^{-8}$cm^3 克$^{-1}$ 秒$^{-2}$	615
重力加速度海平面	g	980.62cm 秒$^{-2}$	—
费米耦合常数	$G_F/(\hbar c)^3$	$1.16637(2)\times10^{-5}$GeV^{-2}	17
阿伏伽德罗常数	N_A	$6.022045(31)\times10^{23}$ 克分子$^{-1}$	5.1
玻耳兹曼常数	k	$1.380662(44)\times10^{-16}$ 尔格 K^{-1}	32
		$= 8.61735(28)\times10^{-5}$eVK^{-1}	32
克分子体积(标准状态)	$N_Ak(273.15K)/$(1大气压)	22413.83(70)cm^3 克分子$^{-1}$	31
斯忒藩玻耳兹曼常数	$\sigma = \pi^2k^4/60\hbar^3c^2$	$5.67032(71)\times10^{-5}$ 尔格 · 秒$^{-1}$ cm^{-2}K^{-4}	125

$\pi = 3.141\,592\,653\,589\,793\,238$ $e = 2.718\,281\,828\,459\,045\,235$ $\gamma = 0.577\,215\,664\,901\,532\,861$

1 英寸 = 2.54cm	1 牛顿 = 10^5 达因	1 库仑 = 2.99792458×10^9esu	1 年≃ 3.15569×10^7 秒
1 Å = 10^{-8}cm	1 焦耳 = 10^7 尔格	1 忒斯拉 = 10^4 高斯	1 光年 = 9.460528×10^{17} cm
1 费米 = 10^{-13}cm	1eV = 1.6021892×10^{-12} 尔格	1 大气压 = 1.01325×10^6 达因/cm^2	1 秒差距 = 3.261633 光年
1 靶 = 10^{-24}cm^2	1eV/c^2 = 1.782676×10^{-33} 克	0℃ = 273.15K	1 天文单位 = 1.495979×10^{13}cm

II. 质心系能量、动量和束流动量关系表

束流 (GEV/C)	质心系能量 (GEV)				质心系动量 (GEV/C)			
	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp
0.00	.938	1.078	1.432	1.877	.000	.000	.000	.000
0.02	.958	1.079	1.432	1.877	.020	.017	.013	.010
0.04	.977	1.083	1.433	1.877	.038	.035	.026	.020
0.06	.996	1.089	1.434	1.878	.056	.052	.039	.030
0.08	1.015	1.096	1.436	1.878	.074	.068	.052	.040
0.10	1.033	1.105	1.439	1.879	.091	.085	.065	.050
0.12	1.051	1.116	1.441	1.880	.107	.101	.078	.060
0.14	1.069	1.127	1.445	1.882	.123	.117	.091	.070
0.16	1.087	1.139	1.448	1.883	.138	.132	.104	.080
0.18	1.104	1.152	1.453	1.885	.153	.147	.116	.090
0.20	1.121	1.165	1.457	1.887	.167	.161	.129	.099
0.22	1.137	1.178	1.462	1.889	.182	.175	.141	.109
0.24	1.154	1.192	1.468	1.892	.195	.189	.153	.119
0.26	1.170	1.206	1.473	1.894	.209	.202	.166	.129
0.28	1.186	1.219	1.480	1.897	.222	.215	.178	.138
0.30	1.201	1.233	1.486	1.900	.234	.228	.189	.148
0.32	1.217	1.247	1.493	1.903	.247	.241	.201	.158
0.34	1.232	1.261	1.500	1.906	.259	.253	.213	.167
0.36	1.247	1.275	1.507	1.910	.271	.265	.224	.177
0.38	1.262	1.288	1.514	1.913	.282	.277	.235	.186
0.40	1.277	1.302	1.522	1.917	.294	.288	.247	.196
0.42	1.292	1.315	1.530	1.921	.305	.300	.258	.205
0.44	1.306	1.329	1.538	1.925	.316	.311	.268	.214
0.46	1.320	1.342	1.546	1.929	.327	.322	.279	.224
0.48	1.335	1.356	1.554	1.934	.337	.332	.290	.233
0.50	1.349	1.369	1.563	1.938	.348	.343	.300	.242
0.52	1.362	1.382	1.571	1.943	.358	.353	.310	.251
0.54	1.376	1.395	1.580	1.947	.368	.363	.321	.260
0.56	1.390	1.408	1.589	1.952	.378	.373	.331	.269
0.58	1.403	1.421	1.598	1.957	.388	.383	.341	.278
0.60	1.416	1.434	1.607	1.962	.397	.393	.350	.287
0.62	1.430	1.447	1.616	1.968	.407	.402	.360	.296
0.64	1.443	1.459	1.625	1.973	.416	.412	.370	.304
0.66	1.456	1.472	1.634	1.978	.425	.421	.379	.313
0.68	1.468	1.484	1.643	1.984	.434	.430	.388	.322
0.70	1.481	1.496	1.653	1.989	.443	.439	.397	.330
0.72	1.494	1.509	1.662	1.995	.452	.448	.406	.339
0.74	1.506	1.521	1.671	2.001	.461	.457	.415	.347
0.76	1.519	1.533	1.681	2.007	.470	.465	.424	.355
0.78	1.531	1.545	1.690	2.013	.478	.474	.433	.364

续 表

束流 (GEV/C)	质心系能量 (GEV)				质心系动量 (GEV/C)			
	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp
0.80	1.543	1.557	1.699	2.019	.486	.482	.442	.372
0.82	1.555	1.569	1.709	2.025	.495	.490	.450	.380
0.84	1.567	1.580	1.718	2.031	.503	.499	.459	.388
0.86	1.579	1.592	1.728	2.037	.511	.507	.467	.396
0.88	1.591	1.604	1.737	2.043	.519	.515	.475	.404
0.90	1.603	1.615	1.747	2.050	.527	.523	.484	.412
0.92	1.615	1.627	1.756	2.056	.535	.531	.492	.420
0.94	1.626	1.638	1.765	2.062	.542	.538	.500	.428
0.96	1.638	1.649	1.775	2.069	.550	.546	.508	.435
0.98	1.649	1.661	1.784	2.075	.558	.554	.515	.443
1.00	1.660	1.672	1.794	2.082	.565	.561	.523	.451
1.02	1.672	1.683	1.803	2.088	.573	.569	.531	.458
1.04	1.683	1.694	1.812	2.095	.580	.576	.538	.466
1.06	1.694	1.705	1.822	2.102	.587	.583	.546	.473
1.08	1.705	1.716	1.831	2.108	.594	.591	.553	.481
1.10	1.716	1.726	1.840	2.115	.601	.598	.561	.488
1.12	1.727	1.737	1.850	2.122	.609	.605	.568	.495
1.14	1.738	1.748	1.859	2.129	.616	.612	.575	.502
1.16	1.748	1.759	1.868	2.136	.622	.619	.583	.510
1.18	1.759	1.769	1.877	2.142	.629	.626	.590	.517
1.20	1.770	1.780	1.887	2.149	.636	.633	.597	.524
1.22	1.780	1.790	1.896	2.156	.643	.639	.604	.531
1.24	1.791	1.800	1.905	2.163	.650	.646	.611	.538
1.26	1.801	1.811	1.914	2.170	.656	.653	.618	.545
1.28	1.812	1.821	1.923	2.177	.663	.660	.624	.552
1.30	1.822	1.831	1.932	2.184	.669	.666	.631	.559
1.32	1.832	1.841	1.941	2.191	.676	.673	.638	.565
1.34	1.843	1.851	1.950	2.198	.682	.679	.645	.572
1.36	1.853	1.862	1.959	2.205	.689	.685	.651	.579
1.38	1.863	1.872	1.968	2.212	.695	.692	.658	.585
1.40	1.873	1.882	1.977	2.219	.701	.698	.664	.592
1.42	1.883	1.891	1.986	2.226	.708	.704	.671	.599
1.44	1.893	1.901	1.995	2.233	.714	.711	.677	.605
1.46	1.903	1.911	2.004	2.240	.720	.717	.684	.612
1.48	1.913	1.921	2.013	2.247	.726	.723	.690	.618
1.50	1.922	1.931	2.022	2.254	.732	.729	.696	.624
1.52	1.932	1.940	2.031	2.261	.738	.735	.702	.631
1.54	1.942	1.950	2.039	2.268	.744	.741	.709	.637
1.56	1.951	1.959	2.048	2.275	.750	.747	.715	.643
1.58	1.961	1.969	2.057	2.282	.756	.753	.721	.650

束流 (GEV/C)	质心系能量 (GEV)				质心系动量 (GEV/C)			
	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp
1.60	1.970	1.978	2.065	2.289	.762	.759	.727	.656
1.62	1.980	1.988	2.074	2.296	.768	.765	.733	.662
1.64	1.989	1.997	2.083	2.304	.773	.770	.739	.668
1.66	1.999	2.006	2.091	2.311	.779	.776	.745	.674
1.68	2.008	2.016	2.100	2.318	.785	.782	.751	.680
1.70	2.018	2.025	2.109	2.325	.791	.788	.756	.686
1.72	2.027	2.034	2.117	2.332	.796	.793	.762	.692
1.74	2.036	2.043	2.126	2.339	.802	.799	.768	.698
1.76	2.045	2.053	2.134	2.346	.807	.805	.774	.704
1.78	2.054	2.062	2.143	2.353	.813	.810	.780	.710
1.80	2.064	2.071	2.151	2.360	.818	.816	.785	.716
1.82	2.073	2.080	2.159	2.367	.824	.821	.791	.721
1.84	2.082	2.089	2.168	2.374	.829	.827	.796	.727
1.86	2.091	2.098	2.176	2.381	.835	.832	.802	.733
1.88	2.100	2.107	2.184	2.388	.840	.837	.808	.739
1.90	2.109	2.115	2.193	2.395	.845	.843	.813	.744
1.92	2.117	2.124	2.201	2.402	.851	.848	.819	.750
1.94	2.126	2.133	2.209	2.409	.856	.853	.824	.756
1.96	2.135	2.142	2.217	2.416	.861	.859	.829	.761
1.98	2.144	2.151	2.226	2.423	.867	.864	.835	.767
2.0	2.153	2.159	2.234	2.430	.872	.869	.840	.772
2.1	2.196	2.202	2.274	2.465	.897	.895	.866	.799
2.2	2.238	2.244	2.314	2.500	.922	.920	.892	.826
2.3	2.280	2.286	2.353	2.534	.947	.944	.917	.852
2.4	2.320	2.326	2.392	2.568	.970	.968	.941	.877
2.5	2.360	2.366	2.430	2.602	.994	.991	.965	.901
2.6	2.400	2.405	2.468	2.636	1.02	1.01	.989	.926
2.7	2.439	2.444	2.505	2.669	1.04	1.04	1.01	.949
2.8	2.477	2.482	2.542	2.702	1.06	1.06	1.03	.972
2.9	2.514	2.520	2.578	2.735	1.08	1.08	1.06	.995
3.0	2.551	2.556	2.613	2.768	1.10	1.10	1.08	1.02
3.1	2.588	2.593	2.649	2.800	1.12	1.12	1.10	1.04
3.2	2.624	2.629	2.683	2.832	1.14	1.14	1.12	1.06
3.3	2.660	2.664	2.718	2.863	1.16	1.16	1.14	1.08
3.4	2.695	2.699	2.752	2.895	1.18	1.18	1.16	1.10

续 表

束流 (GEV/C)	质心系能量 (GEV)				质心系动量 (GEV/C)			
	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp
3.5	2.729	2.734	2.785	2.926	1.20	1.20	1.18	1.12
3.6	2.763	2.768	2.818	2.957	1.22	1.22	1.20	1.14
3.7	2.797	2.801	2.851	2.987	1.24	1.24	1.22	1.16
3.8	2.830	2.835	2.884	3.018	1.26	1.26	1.24	1.18
3.9	2.863	2.868	2.916	3.048	1.28	1.28	1.26	1.20
4.0	2.896	2.900	2.947	3.077	1.30	1.29	1.27	1.22
4.1	2.928	2.932	2.979	3.107	1.31	1.31	1.29	1.24
4.2	2.960	2.964	3.010	3.136	1.33	1.33	1.31	1.26
4.3	2.992	2.996	3.041	3.165	1.35	1.35	1.33	1.27
4.4	3.023	3.027	3.071	3.194	1.37	1.36	1.34	1.29
4.5	3.054	3.058	3.101	3.223	1.38	1.38	1.36	1.31
4.6	3.084	3.088	3.131	3.251	1.40	1.40	1.38	1.33
4.7	3.115	3.118	3.161	3.279	1.42	1.41	1.40	1.34
4.8	3.144	3.148	3.190	3.307	1.43	1.43	1.41	1.36
4.9	3.174	3.178	3.220	3.335	1.45	1.45	1.43	1.38
5.0	3.204	3.207	3.248	3.363	1.46	1.46	1.44	1.40
5.2	3.262	3.265	3.305	3.417	1.50	1.49	1.48	1.43
5.4	3.319	3.322	3.362	3.471	1.53	1.53	1.51	1.46
5.6	3.375	3.378	3.417	3.524	1.56	1.56	1.54	1.49
5.8	3.430	3.433	3.471	3.576	1.59	1.59	1.57	1.52
6.0	3.484	3.487	3.524	3.627	1.62	1.61	1.60	1.55
6.2	3.538	3.541	3.577	3.678	1.64	1.64	1.63	1.58
6.4	3.590	3.593	3.629	3.728	1.67	1.67	1.65	1.61
6.6	3.642	3.645	3.680	3.778	1.70	1.70	1.68	1.64
6.8	3.693	3.696	3.731	3.827	1.73	1.73	1.71	1.67
7.0	3.744	3.747	3.781	3.875	1.75	1.75	1.74	1.70
7.2	3.794	3.797	3.830	3.923	1.78	1.78	1.76	1.72
7.4	3.843	3.846	3.878	3.970	1.81	1.81	1.79	1.75
7.6	3.891	3.894	3.926	4.016	1.83	1.83	1.82	1.78
7.8	3.939	3.942	3.974	4.062	1.86	1.86	1.84	1.80
8.0	3.987	3.989	4.021	4.108	1.88	1.88	1.87	1.83
8.2	4.033	4.036	4.067	4.153	1.91	1.91	1.89	1.85
8.4	4.080	4.082	4.113	4.198	1.93	1.93	1.92	1.88
8.6	4.125	4.128	4.158	4.242	1.96	1.95	1.94	1.90
8.8	4.171	4.173	4.203	4.286	1.98	1.98	1.96	1.93

续 表

束流 (GEV/C)	质心系能量 (GEV)				质心系动量 (GEV/C)			
	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp
9.0	4.215	4.218	4.247	4.329	2.00	2.00	1.99	1.95
9.2	4.260	4.262	4.291	4.372	2.03	2.03	2.01	1.97
9.4	4.303	4.306	4.335	4.415	2.05	2.05	2.03	2.00
9.6	4.347	4.349	4.378	4.457	2.07	2.07	2.06	2.02
9.8	4.390	4.392	4.420	4.498	2.09	2.09	2.08	2.04
10.0	4.432	4.435	4.462	4.540	2.12	2.12	2.10	2.07
10.5	4.537	4.539	4.566	4.641	2.17	2.17	2.16	2.12
11.0	4.639	4.642	4.668	4.741	2.22	2.22	2.21	2.18
11.5	4.739	4.742	4.767	4.839	2.28	2.28	2.26	2.23
12.0	4.837	4.839	4.864	4.934	2.33	2.33	2.31	2.28
12.5	4.933	4.935	4.960	5.028	2.38	2.38	2.36	2.33
13.0	5.027	5.030	5.053	5.120	2.43	2.43	2.41	2.38
13.5	5.120	5.122	5.145	5.211	2.47	2.47	2.46	2.43
14.0	5.211	5.213	5.236	5.300	2.52	2.52	2.51	2.48
14.5	5.300	5.302	5.324	5.388	2.57	2.57	2.56	2.53
15.0	5.388	5.390	5.412	5.474	2.61	2.61	2.60	2.57
15.5	5.474	5.476	5.498	5.559	2.66	2.66	2.65	2.62
16.0	5.559	5.561	5.582	5.642	2.70	2.70	2.69	2.66
16.5	5.643	5.645	5.666	5.725	2.74	2.74	2.73	2.70
17.0	5.726	5.727	5.748	5.806	2.79	2.79	2.78	2.75
17.5	5.807	5.809	5.829	5.886	2.83	2.83	2.82	2.79
18.0	5.887	5.889	5.909	5.965	2.87	2.87	2.86	2.83
18.5	5.966	5.968	5.988	6.043	2.91	2.91	2.90	2.87
19.0	6.044	6.046	6.066	6.120	2.95	2.95	2.94	2.91
19.5	6.122	6.123	6.142	6.196	2.99	2.99	2.98	2.95
20	6.198	6.199	6.218	6.272	3.03	3.03	3.02	2.99
21	6.347	6.349	6.367	6.419	3.10	3.10	3.09	3.07
22	6.493	6.495	6.513	6.564	3.18	3.18	3.17	3.14
23	6.636	6.638	6.655	6.705	3.25	3.25	3.24	3.22
24	6.776	6.778	6.795	6.843	3.32	3.32	3.31	3.29
25	6.913	6.915	6.932	6.979	3.39	3.39	3.38	3.36
26	7.048	7.049	7.066	7.112	3.46	3.46	3.45	3.43
27	7.180	7.181	7.197	7.243	3.53	3.53	3.52	3.50
28	7.309	7.311	7.326	7.371	3.59	3.59	3.59	3.56
29	7.436	7.438	7.453	7.497	3.66	3.66	3.65	3.63

束流 (GEV/C)	质心系能量 (GEV)				质心系动量 (GEV/C)			
	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp
30	7.562	7.563	7.578	7.621	3.72	3.72	3.71	3.69
31	7.685	7.686	7.701	7.743	3.79	3.78	3.78	3.76
32	7.806	7.807	7.822	7.864	3.85	3.85	3.84	3.82
33	7.925	7.926	7.941	7.982	3.91	3.91	3.90	3.88
34	8.043	8.044	8.058	8.099	3.97	3.97	3.96	3.94
35	8.158	8.160	8.174	8.214	4.03	4.02	4.02	4.00
36	8.273	8.274	8.288	8.327	4.08	4.08	4.08	4.06
37	8.385	8.386	8.400	8.439	4.14	4.14	4.13	4.11
38	8.496	8.498	8.511	8.549	4.20	4.20	4.19	4.17
39	8.606	8.607	8.621	8.658	4.25	4.25	4.24	4.23
40	8.715	8.716	8.729	8.766	4.31	4.31	4.30	4.28
41	8.822	8.823	8.836	8.872	4.36	4.36	4.35	4.34
42	8.927	8.928	8.941	8.978	4.41	4.41	4.41	4.39
43	9.032	9.033	9.046	9.081	4.47	4.47	4.46	4.44
44	9.135	9.136	9.149	9.184	4.52	4.52	4.51	4.50
45	9.237	9.238	9.251	9.286	4.57	4.57	4.56	4.55
46	9.338	9.339	9.352	9.386	4.62	4.62	4.62	4.60
47	9.438	9.439	9.451	9.486	4.67	4.67	4.67	4.65
48	9.537	9.538	9.550	9.584	4.72	4.72	4.72	4.70
49	9.635	9.636	9.648	9.681	4.77	4.77	4.77	4.75
50	9.732	9.733	9.745	9.778	4.82	4.82	4.81	4.80
52	9.923	9.924	9.935	9.968	4.92	4.92	4.91	4.89
54	10.11	10.11	10.12	10.15	5.01	5.01	5.01	4.99
56	10.29	10.30	10.31	10.34	5.10	5.10	5.10	5.08
58	10.47	10.48	10.49	10.52	5.20	5.19	5.19	5.17
60	10.65	10.65	10.66	10.69	5.28	5.28	5.28	5.26
62	10.83	10.83	10.84	10.87	5.37	5.37	5.37	5.35
64	11.00	11.00	11.01	11.04	5.46	5.46	5.45	5.44
66	11.17	11.17	11.18	11.21	5.54	5.54	5.54	5.53
68	11.34	11.34	11.35	11.37	5.63	5.63	5.62	5.61
70	11.50	11.50	11.51	11.54	5.71	5.71	5.71	5.69
72	11.66	11.66	11.67	11.70	5.79	5.79	5.79	5.77
74	11.82	11.82	11.83	11.86	5.87	5.87	5.87	5.85
76	11.98	11.98	11.99	12.02	5.95	5.95	5.95	5.93
78	12.13	12.14	12.14	12.17	6.03	6.03	6.03	6.01

续 表

束流 (GEV/C)	质心系能量 (GEV)				质心系动量 (GEV/C)			
	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp	γp, νp ≈ep	πp	Kp	pp
80	12.29	12.29	12.30	12.32	6.11	6.11	6.10	6.09
82	12.44	12.44	12.45	12.48	6.18	6.18	6.18	6.17
84	12.59	12.59	12.60	12.63	6.26	6.26	6.26	6.24
86	12.74	12.74	12.75	12.77	6.33	6.33	6.33	6.32
88	12.88	12.89	12.89	12.92	6.41	6.41	6.40	6.39
90	13.03	13.03	13.04	13.06	6.48	6.48	6.48	6.46
92	13.17	13.17	13.18	13.21	6.55	6.55	6.55	6.54
94	13.31	13.32	13.32	13.35	6.62	6.62	6.62	6.61
96	13.45	13.46	13.46	13.49	6.69	6.69	6.69	6.68
98	13.59	13.59	13.60	13.63	6.76	6.76	6.76	6.75
100	13.73	13.73	13.74	13.76	6.83	6.83	6.83	6.82
150	16.80	16.80	16.81	16.83	8.38	8.38	8.37	8.36
200	19.40	19.40	19.40	19.42	9.68	9.67	9.67	9.66
250	21.68	21.68	21.69	21.70	10.8	10.8	10.8	10.8
300	23.75	23.75	23.75	23.76	11.9	11.9	11.9	11.8
350	25.65	25.65	25.65	25.66	12.8	12.8	12.8	12.8
400	27.41	27.41	27.42	27.43	13.7	13.7	13.7	13.7
450	29.07	29.07	29.08	29.09	14.5	14.5	14.5	14.5
500	30.65	30.65	30.65	30.66	15.3	15.3	15.3	15.3
550	32.14	32.14	32.14	32.15	16.1	16.1	16.1	16.0
600	33.57	33.57	33.57	33.58	16.8	16.8	16.8	16.8
650	34.94	34.94	34.94	34.95	17.5	17.5	17.5	17.4
700	36.26	36.26	36.26	36.27	18.1	18.1	18.1	18.1
750	37.53	37.53	37.53	37.54	18.8	18.8	18.8	18.7
800	38.76	38.76	38.76	38.77	19.4	19.4	19.4	19.4
850	39.95	39.95	39.95	39.96	20.0	20.0	20.0	20.0
900	41.11	41.11	41.11	41.12	20.5	20.5	20.5	20.5
950	42.23	42.23	42.24	42.24	21.1	21.1	21.1	21.1
1000	43.33	43.33	43.33	43.34	21.7	21.7	21.7	21.6
2000	61.27	61.27	61.27	61.28	30.6	30.6	30.6	30.6
5000	96.87	96.87	96.87	96.87	48.4	48.4	48.4	48.4
10000	137.0	137.0	137.0	137.0	68.5	68.5	68.5	68.5
20000	193.7	193.7	193.7	193.7	96.9	96.9	96.9	96.9
50000	306.3	306.2	306.3	306.3	153	153	153	153
100000	433.2	433.2	433.2	433.2	217	217	217	217
200000	612.6	612.6	612.6	612.6	306	306	306	306
500000	968.6	968.6	968.6	968.6	484	484	484	484
1000000	1370	1370	1370	1370	685	685	685	685

III. 球谐函数

$$Y_l^m(\theta,\phi)=\sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}}P_l^m(\cos\theta)e^{im\phi}$$

$$P_l^m(\cos\theta)=(-1)^m\sin^m\theta\left[\left(\frac{d}{d(\cos\theta)}\right)^m P_l(\cos\theta)\right];\quad (m\leqslant l)$$

$$P_l(\cos\theta)=\frac{1}{2^l l!}\left[\left(\frac{d}{d(\cos\theta)}\right)^l(-\sin^2\theta)^l\right]$$

$$Y_l^{-m}(\theta,\phi)=(-1)^m[Y_l^m(\theta,\phi)]^*$$

$$P_l^{-m}(\cos\theta)=(-1)^m\frac{(l-m)!}{(l+m)!}P_l^m(\cos\theta)$$

$l=0$ $\quad Y_0^0=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}$

$l=1$ $\quad Y_1^0=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$

$$Y_1^1=-\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\phi}$$

$l=2$ $\quad Y_2^0=\sqrt{\frac{5}{16\pi}}(3\cos^2\theta-1)$

$$Y_2^1=-\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta e^{i\phi}$$

$$Y_2^2=\sqrt{\frac{15}{32\pi}}\sin^2\theta e^{2i\phi}$$

$l=3$ $\quad Y_3^0=\sqrt{\frac{7}{16\pi}}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$

$$Y_3^1=-\sqrt{\frac{21}{64\pi}}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)e^{i\phi}$$

$$Y_3^2=\sqrt{\frac{105}{32\pi}}\sin^2\theta\cos\theta e^{2i\phi}$$

$$Y_3^3=-\sqrt{\frac{35}{64\pi}}\sin^3\theta e^{3i\phi}$$

（三） 附　　图

这里给出截面随能量关系的曲线图及有关参量图．反映了1982年以前国际文献中的主要数据．

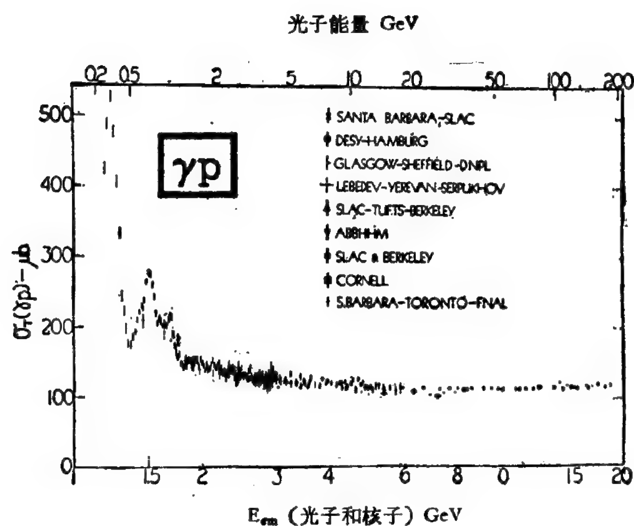


图 1．γp 作用全截面随光子能量(上面刻度)和光子-核子质心系总能量(下面刻度)关系

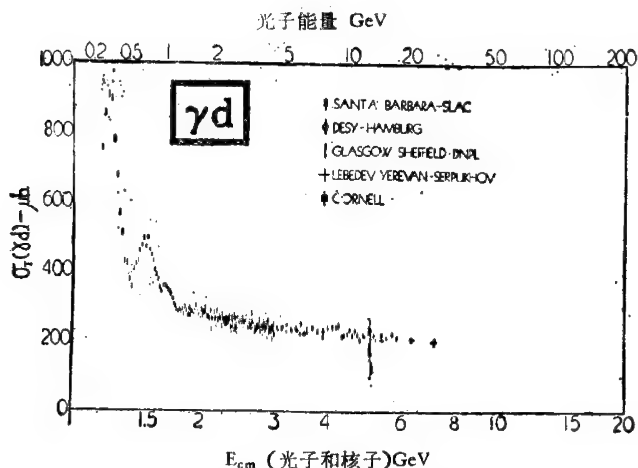


图 2. γd 作用全截面随光子能量(上面刻度)和光子-核子质心系总能量(下面刻度)关系

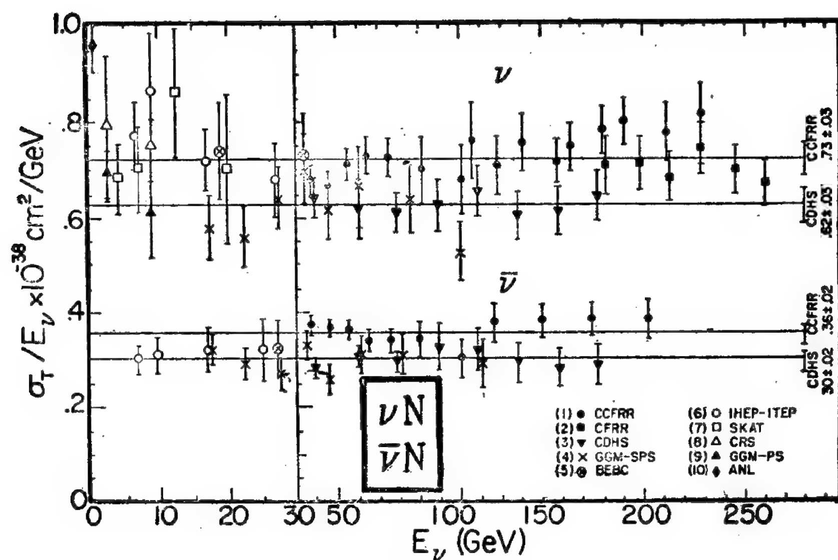


图 3. μ 子中微子及 μ 子反中微子与核子作用带电流全截面 σ_T/E_ν 值与中微子能量关系

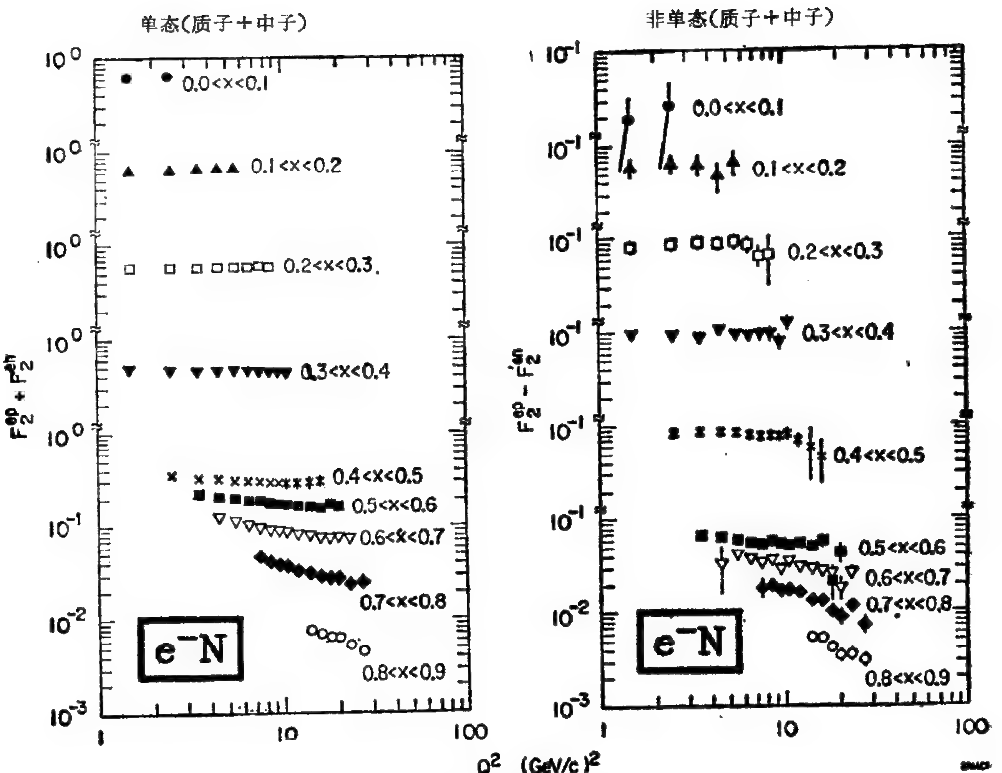


图 4. 由电子·核子非弹性相互作用导出的结构函数 F_2 的值

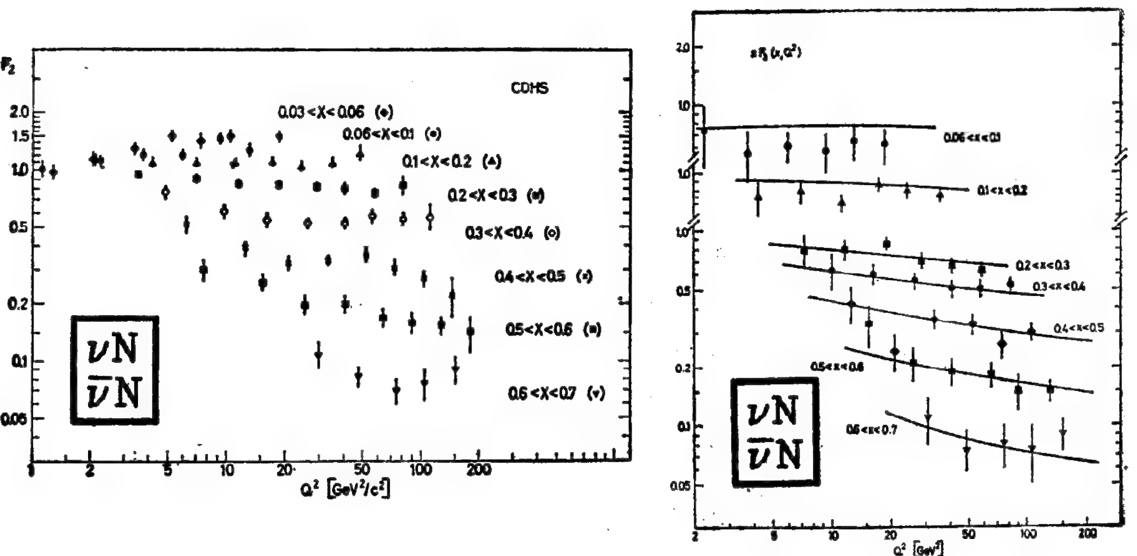


图 5. 根据 CDHS 合作组高能 (30—200GeV)中微子及反中微子散射数据，得到的核子结构函数

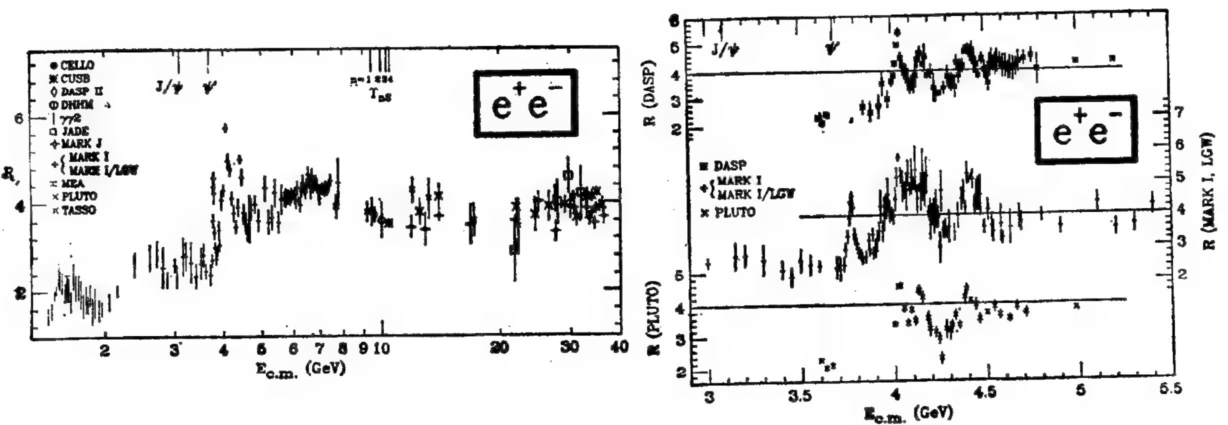


图 6. 通过单光子湮灭过程的 e^+e^- 反应 R 值 [$R\equiv\sigma(e^+e^-\to$ 强子$)/(e^+e^-\to\mu^+\mu^-)$]，随质心系能量关系. 分母为理论计算值

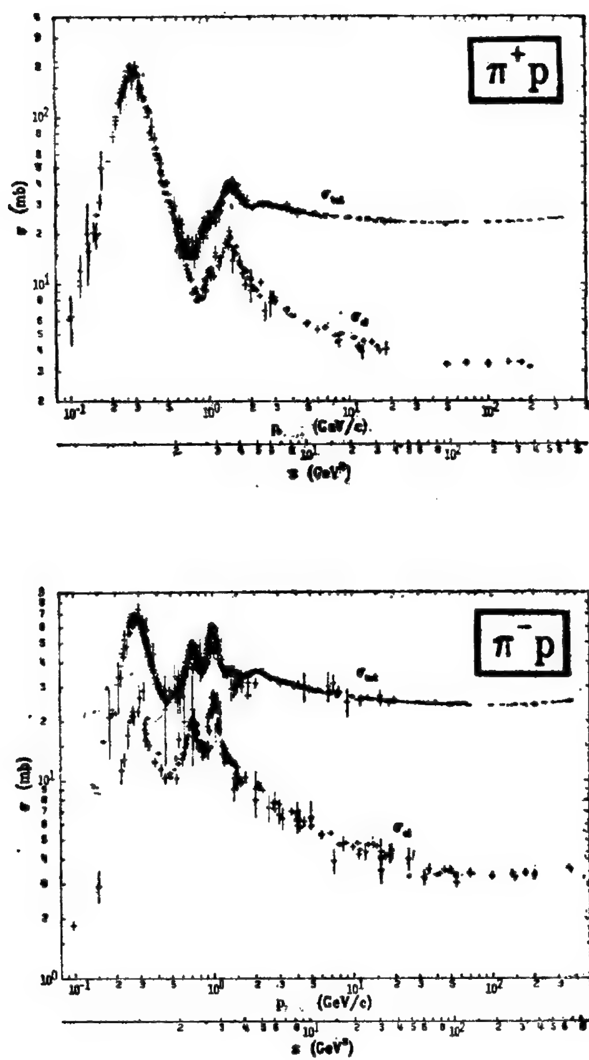
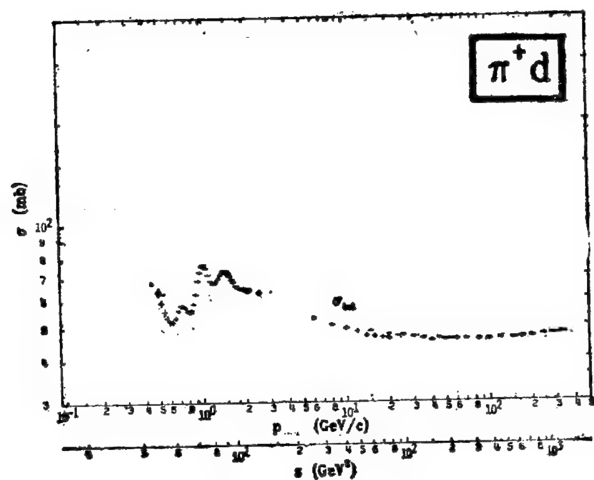


图 7. π^+, π^- 介子与质子作用全截面及弹性散射全截面



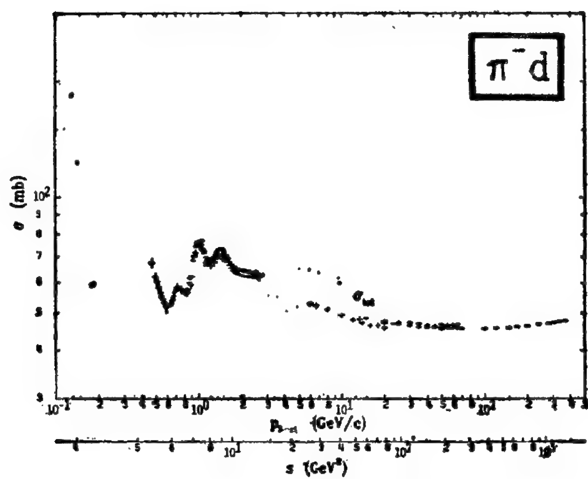


图8. π^+, π^- 介子与氘核作用全截面

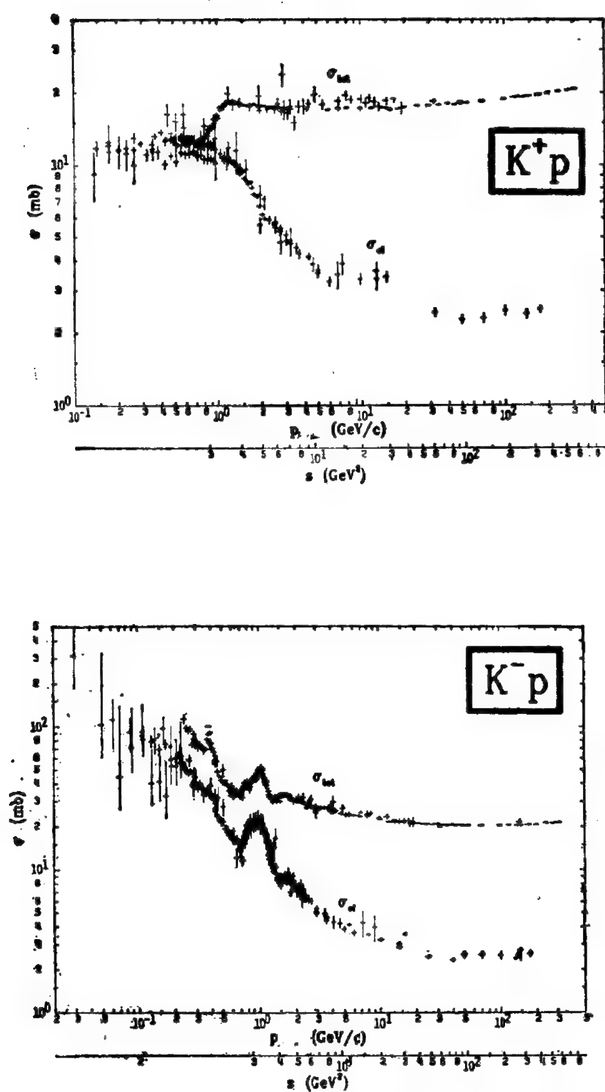
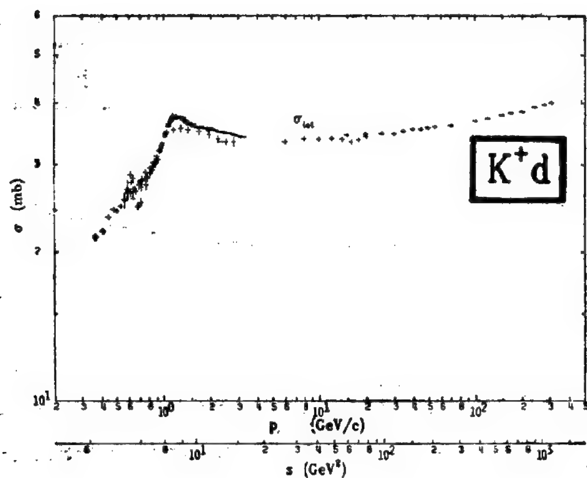


图 9. K^+, K^- 介子与质子作用全截面及弹性散射全截面



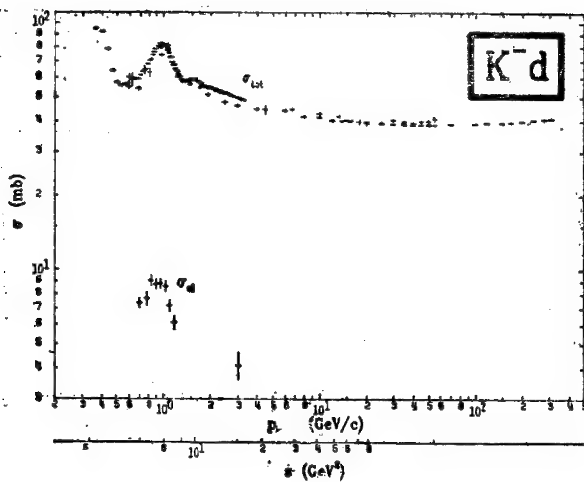


图 10，K^+，K^- 介子与氘核作用全截面及弹性散射全截面

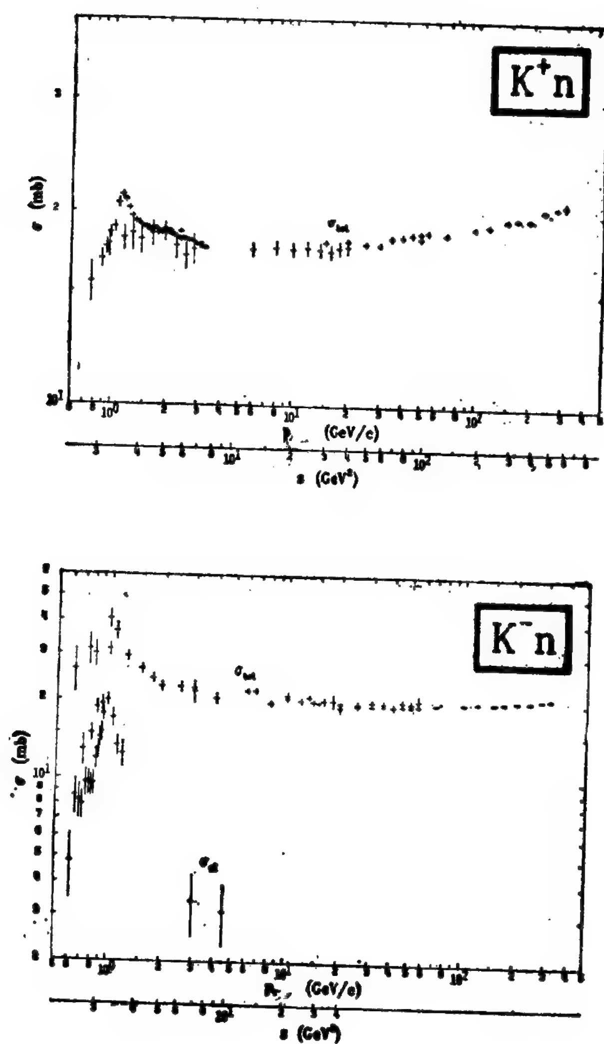


图 11. K^+, K^- 介子与中子作用全截面及弹性散射全截面

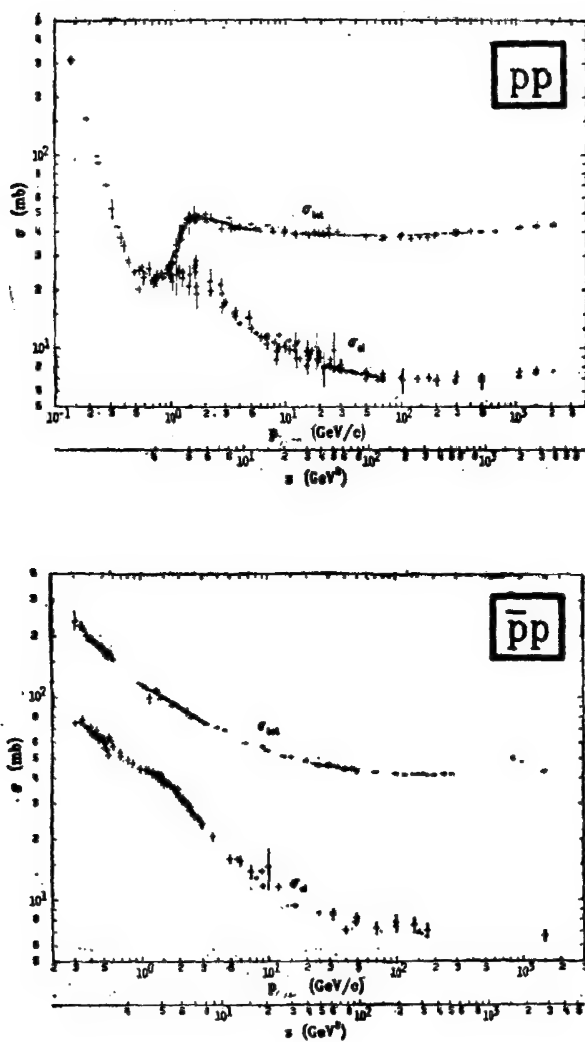
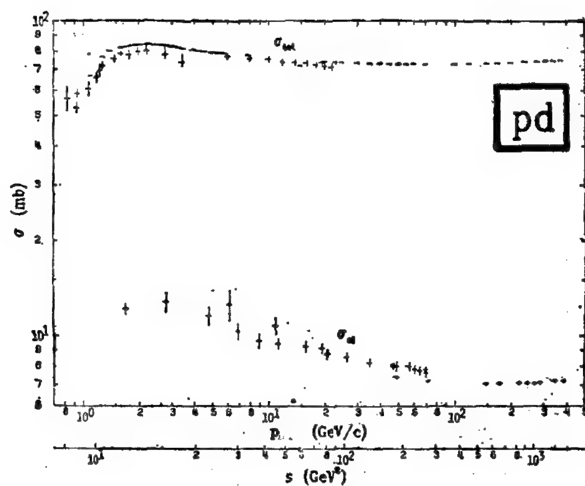


图 12. P, $\bar{P}$ 和质子作用全截面及弹性散射全截面



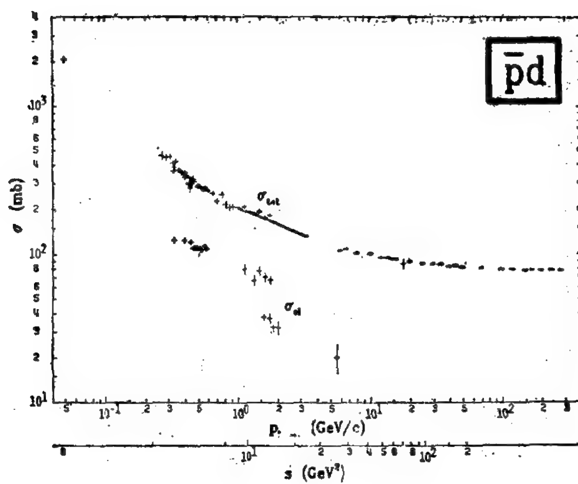
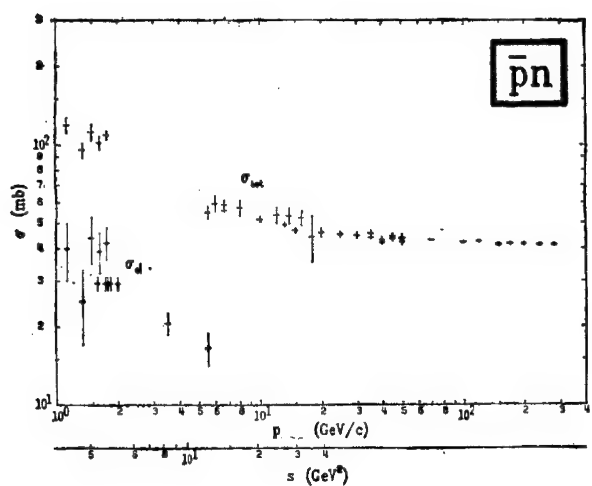


图 13. P, $\bar{P}$ 和氘核作用全截面及弹性散射全截面



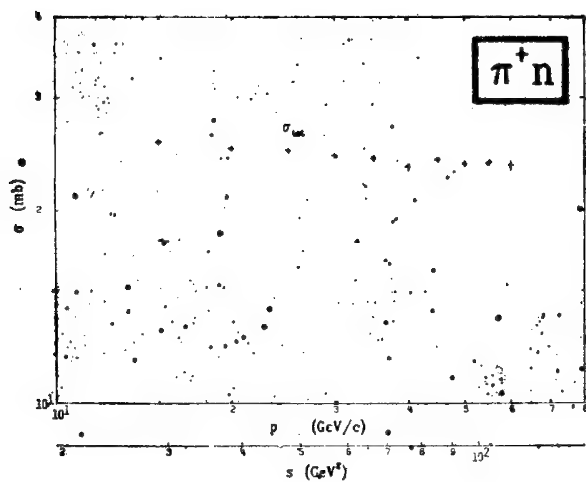


图 14. $\bar{P}$, π^+ 和中子作用全截面及弹性散射全截面

（四）粒子性质表(1984 年 4 月)

I. 稳定粒子表（Stable Particle Table）

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量[b] (MeV) 质量² (GeV)²	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
			规 范 玻 色 子			
γ	0, 1(1⁻)-	(<3 × 10^{-33})	——	稳定		
W		80.9±1.5±2.4GeV	Γ<7GeV	$e\nu$	（见到过）	40400
Z		95.6±1.5±2.9GeV	Γ<8.5GeV	e^+e^-	（见到过）	46450
				$\mu^+\mu^-$	（见到过）	46450
弱规范玻色子寻找						

轻　子

ν_e	$J=\frac{1}{2}$	$(<0.000046)^d$	稳定 $(>3\times10^8 m_{\nu_e}$ (MeV))	稳定		
e	$J=\frac{1}{2}$	0.5110034 ±0.0000014	稳定 (>2 × 10^{22} 年)	稳定		
ν_μ	$J=\frac{1}{2}$	0(<0.50)	稳定 $(>1.1\times10^5 m_{\nu_\mu}$ (MeV))	稳定		
				$\mu^- \to$ (或 $\mu^+ \to$ 电荷共轭)		
μ	$J=\frac{1}{2}$	105.65932 ±0.00029	2.19709×10^{-6} ±0.00005 $c\tau = 6.5867\times10^4$	$e^-\bar{\nu}\nu$	(100)%	53
				†[$e^-\bar{\nu}\nu\gamma$	*(1.4±0.4)%	53
				$e^-\nu_e\bar{\nu}_\mu$	(<5)%]	53
				$e^-\bar{\nu}\nu e^+e^-$	*(2.2±1.5) × 10^{-5}	53
				$e^-\gamma$	(<1.7) × 10^{-10}	53
				$e^-e^+e^-$	(<1.9) × 10^{-9}	53
				$e^-\gamma\gamma$	(<8.4) × 10^{-9}	53
ν_τ	$J=\frac{1}{2}$	<164				

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量[b] (MeV) 质量² (GeV)²	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
				τ^- ↓ (或 $\tau^+\to$ 电荷共轭)		
τ	$J=\frac{1}{2}$	1784.2	$(3.4\pm0.5)\times10^{-13}$	$\mu^-\bar{\nu}\nu$	$(18.5\pm1.1)\%$	889
		±3.2	$c\tau=0.010$	$e^-\bar{\nu}\nu$	$(16.5\pm0.9)\%$	892
				强子⁻中性粒子	$(48.1\pm2.0)\%$ $S=1.1$*	
				3(强子±)中性粒子	$(17.0\pm1.3)\%$ $S=1.2$*	
				5(强子±)中性粒子	$(<1.4\ \ )\%$	
				†[3(强子±)ν	$(\ 5\pm4\ \ )\%$	
				3(强子±)$\nu(>1\gamma)$	$(\ 12\pm4\ \ )\%$]	
				†[$\pi^-\nu$	$(10.3\pm1.2)\%$	887
				$\rho^-\nu$	$(22.1\pm2.4)\%$	726
				$K^-\nu$	$(1.3\pm0.5\ )\%$	824
				K^-中性粒子	(小)%]	
				†[$K^{*-}(892)\nu$	$(1.7\pm0.7)\%$	669
				$K^{*-}(1430)\nu$	$(<0.9\ \ )\%$	323
				$\pi^-\rho^0\nu$	$(5.4\pm1.7)\%$]	718
				e^-带电部分		
				$+\mu^-$ 带电部分	$(<4\ \ )\%$]	
				$\mu^-\gamma$	$(<5.5)\times10^{-4}$	889
				$e^-\gamma$	$(<6.4)\times10^{-4}$	892

				$\mu^-\mu^+\mu^-$	$(<4.9)\times10^{-4}$	876
				$e^-\mu^+\mu^-$	$(<3.3)\times10^{-4}$	886
				$\mu^-e^+e^-$	$(<4.4)\times10^{-4}$	889
				$e^-e^+e^-$	$(<4.0)\times10^{-4}$	892
				$\mu^-\pi^0$	$(<8.2)\times10^{-4}$	884
				$e^-\pi^0$	$(<2.1)\times10^{-3}$	887
				μ^-K^0	$(<1.0)\times10^{-3}$	819
				e^-K^0	$(<1.3)\times10^{-3}$	823
				$\mu^-\rho^0$	$(<4.4)\times10^{-4}$	722
				$e^-\rho^0$	$(<3.7)\times10^{-4}$	726

非 奇 异 介 子[a]

				π^+ (或 π^- ⟶电荷共轭)		
$\pi^\pm$	$1^-(0^-)$	139.5673	2.6030×10^{-8}	$\mu^+\nu$	100%	30
		±0.0007	±0.0023	$e^+\nu$	$(1.232\pm0.024)\times10^{-4}S=2.0$*	70
			$c\tau=780.4$	[†][$\mu^+\nu\gamma$	[e]$(1.24\pm0.25)\times10^{-4}$	30
		$m_{\pi^\pm}-m_{\mu^\pm}=33.9080$		$e^+\nu\gamma$	[e]$(5.6\pm0.7)\times10^{-8}$]	70
		±0.0008		$e^+\nu\pi^0$	$(1.033\pm0.034)\times10^{-8}$	5
				$e^+\nu e^+e^-$	$(<5\quad)\times10^{-9}$	70
				$\mu^+\bar{\nu}_e$	$(<1.5\quad)\times10^{-3}$	30
				$\mu^+\nu_e$	$(<8\quad)\times10^{-3}$	30

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n$	质量[b] (MeV) 质量² (GeV)²	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
π^0	$1^-(0^-)+$	134.9630	0.83×10^{-16}	$\gamma\gamma$	$(98.802\pm0.030)\%$	67
		±0.0038	±0.06 $S=1.8^*$	γe^+e^-	$(1.198)\%$	67
			$c\tau=2.5\times10^{-6}$	$\gamma\gamma\gamma$	$(<3.8)\times10^{-7}$	67
		$m_{\pi^\pm}-m_{\pi^0}=4.6043$		$e^+e^-e^+e^-$	$(3.24)\times10^{-5}$	67
		±0.0037		$\gamma\gamma\gamma\gamma$	$(<4)\times10^{-6}$	67
				e^+e^-	$(1.8\pm0.7)\times10^{-7}$	67
				$\nu\nu$	$(<2.4)\times10^{-5}$	67
				$\mu^+e^-+\mu^-e^+$	$(<7)\times10^{-8}$	26
η	$0^+(0^-)+$	548.8	$\Gamma=(0.88\pm0.12)$keV	$\gamma\gamma$	$(39.0\pm0.8)\%$	274
		±0.6	中性粒子衰变	$3\pi^0$	$(31.8\pm0.8)\%$ $S=1.1^*$	180
		$S=1.4^*$	$(70.9\pm0.7)\%$	$\pi^0\gamma\gamma$	$(0.10\pm0.02)\%$	258
				$\pi^+\pi^-\pi^0$	$(23.7\pm0.5)\%$	175
				$\pi^+\pi^-\gamma$	$(4.91\pm0.13)\%$	236
				$e^+e^-\gamma$	$(0.50\pm0.12)\%$	274
				$\mu^+\mu^-\gamma$	$(3.1\pm0.4)\times10^{-4}$	253
				e^+e^-	$(<3)\times10^{-4}$	274
				$\mu^+\mu^-$	$(6.5\pm2.1)\times10^{-6}$	253
			带电粒子衰变	$\pi^+\pi^-e^+e^-$	$(0.13\pm0.13)\%$	236
			$(29.1\pm0.7)\%$	$\pi^+\pi^-\gamma\gamma$	$(<0.21)\%$	236

				$\pi^+\pi^-\pi^0\gamma$	$(<6\ )\times 10^{-4}$		175
				$\pi^+\pi^-$	$(<0.15\ )\%$		236
				$\pi^0 e^+e^-$	$(<5\ )\times 10^{-5}$		258
				$\pi^0\mu^+\mu^-$	$(<5\ )\times 10^{-6}$		211
				$\pi^0\mu^+\mu^-\gamma$	$(<3\ )\times 10^{-6}$		211

奇 异 介 子[a]

				$K^+ \rightarrow$ (或 $K^- \rightarrow$ 电荷共轭)			
K±	$\frac{1}{2}(0^-)$	493.667 ±0.015	1.2371×10^{-8} ±0.0026 $S=1.9^*$ $c\tau=370.9$	$\mu^+\nu$	$(63.51\pm0.16)\%$		236
				$\pi^+\pi^0$	$(21.17\pm0.15)\%$		205
				$\pi^+\pi^+\pi^-$	$(5.59\pm0.03)\%$	$S=1.1^*$	125
				$\pi^+\pi^0\pi^0$	$(1.73\pm0.05)\%$	$S=1.4^*$	133
				$\pi^0\mu^+\nu$	$(3.18\pm0.10)\%$	$S=1.9^*$	215
				$\pi^0 e^+\nu$	$(4.82\pm0.05)\%$	$S=1.1^*$	228
	$m_{K^\pm}-m_{K^0}=-4.01$ ±0.13 $S=1.1^*$			[f][$\mu^+\nu\gamma$	[e]$(5.8\pm3.5)\times 10^{-3}$		236
				$\pi^+\pi^0\gamma$	[g,e]$(2.75\pm0.16)\times 10^{-4}$		205
				$\pi^+\pi^+\pi^-\gamma$	[e]$(1.0\pm0.4)\times 10^{-4}$		125
				$\pi^0\mu^+\nu\gamma$	[e]$(<6)\times 10^{-5}$		215
				$\pi^0 e^+\nu\gamma$	[e]$(3.7\pm1.4)\times 10^{-4}$]		228
				$\pi^0\pi^0 e^+\nu$	$(1.8^{+2.4}_{-0.6})\times 10^{-5}$]		207
				$\pi^+\pi^- e^+\nu$	$(3.90\pm0.15)\times 10^{-5}$		203
				$\pi^+\pi^+ e^-\bar{\nu}$	$(<1.2)\times 10^{-8}$		203

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n$	质量[b] (MeV) 质量² (GeV)²	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式		
				形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
				$\pi^+\pi^-\mu^+\nu$	$(1.4\pm0.9)\times10^{-5}$	151
				$\pi^+\pi^+\mu^-\bar{\nu}$	$(<3.0)\times10^{-6}$	151
				$e^+\nu$	$(1.54\pm0.07)\times10^{-5}$	247
				$e^+\nu\gamma(SD+)$[h]	$(1.52\pm0.23)\times10^{-5}$	247
				$e^+\nu\gamma(SD-)$[h]	$(<1.6)\times10^{-4}$	247
				$\pi^+e^+e^-$	$(2.7\pm0.5)\times10^{-7}$	227
				$\pi^-e^+e^+$	$(<1)\times10^{-8}$	227
				$\pi^+\mu^+\mu^-$	$(<2.4)\times10^{-6}$	172
				$\pi^+\gamma\gamma$	[c]$(<8)\times10^{-6}$	227
				$\pi^+\gamma\gamma\gamma$	[c]$(<1.0)\times10^{-4}$	227
				$\pi^+\nu\bar{\nu}$	$(<1.4)\times10^{-7}$	227
				$\pi^+e^+\mu^\pm$	$(<7)\times10^{-9}$	214
				$\pi^+e^-\mu^+$	$(<5)\times10^{-9}$	214
				$e^+\nu\nu\bar{\nu}$	$(<6)\times10^{-5}$	247
				$\mu^+\nu\nu\bar{\nu}$	$(<6)\times10^{-6}$	236
				$\mu^+\nu e^+e^-$	$(11\pm3)\times10^{-7}$	236
				$\mu^-\nu e^+e^+$	$(<2.0)\times10^{-8}$	236
				$e^+\nu e^+e^-$	$(2^{+2}_{-1})\times10^{-7}$	247

Particle	$I(J^P)$	Mass	Mean life	Decay mode	Fraction	Scale factor	p
				$\mu^+\nu_e$	$(< 4\quad)\times 10^{-3}$		236
				$\mu^+\bar{\nu}_e$	$(< 3.3\quad)\times 10^{-3}$		236
				$\pi^0 e^+\bar{\nu}_e$	$(< 3\quad)\times 10^{-3}$		228
$\mathbf{K}^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$	497.67					
$\bar{\mathbf{K}}^0$		$\pm$ 0.13		50% K_S^0 50% K_L^0			
		$S = 1.1^*$					
$\mathbf{K}_S^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$		0.8923×10^{-10}	$\pi^+\pi^-$	$(68.61\pm 0.24)\%$	$S = 1.1^*$	206
			± 0.0022	$\pi^0\pi^0$	$(31.39\quad)\%$		209
			$c\tau = 2.675$	†[$\pi^+\pi^-\gamma$	e$(1.85\pm 0.10)\times 10^{-3}$]		206
				$\mu^+\mu^-$	$(< 3.2\quad)\times 10^{-7}$]		225
				e^+e^-	$(< 3.4\quad)\times 10^{-4}$		249
				$\gamma\gamma$	$(< 4\quad)\times 10^{-4}$		249
				$\pi^+\pi^-\pi^0$	$(< 8.5\quad)\times 10^{-5}$		133
				$\pi^0\pi^0\pi^0$	$(< 3.7\quad)\times 10^{-5}$		139
$\mathbf{K}_L^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$		5.183×10^{-8}	$\pi^0\pi^0\pi^0$	$(21.5\pm 1.0\quad)\%$	$S = 1.7^*$	139
			± 0.040	$\pi^+\pi^-\pi^0$	$(12.39\pm 0.20)\%$	$S = 1.3^*$	133
			$c\tau = 1554$	$\pi^\pm\mu^\mp\nu$	$(27.1\pm 0.4\quad)\%$	$S = 1.4^*$	216
				$\pi^\pm e^\mp\nu$	$(38.7\pm 0.5\quad)\%$	$S = 1.5^*$	229
	$m_{K_L} - m_{K_S} = 0.5349\times 10^{10}\hbar\,\mathrm{sec}^{-1}$			$\pi^+\pi^-$	i$(0.203\pm 0.005)\%$	$S = 1.1^*$	206
	± 0.0022			$\pi^0\pi^0$	i$(0.094\pm 0.018)\%$	$S = 1.5^*$	209
	$= 3.521\times 10^{-12}$ MeV			†[$\pi e\nu\gamma$	e$(1.3\pm 0.8\quad)\%$		229
	± 0.014			$\pi^+\pi^-\gamma$	e$(4.41\pm 0.32\quad)\times 10^{-5}$]		206
				$\pi^0\gamma\gamma$	$(< 2.4\quad)\times 10^{-4}$]		231

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量[b] (MeV) 质量[2] $(GeV)^2$	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
K_L^0				$\gamma\gamma$	$(4.9\pm0.4)\times10^{-4}$	249
				$e\mu$	[i]$(<6)\times10^{-6}$	238
				$\mu^+\mu^-$	$(9.1\pm1.9)\times10^{-9}$	225
				$\mu^+\mu^-\gamma$	$(2.8\pm2.8)\times10^{-7}$	225
				$\pi^0\mu^+\mu^-$	$(<1.2)\times10^{-6}$	177
				e^+e^-	[i]$(<2.0)\times10^{-7}$	249
				$e^+e^-\gamma$	$(1.7\pm0.9)\times10^{-5}$	249
				$\pi^0e^+e^-$	$(<2.3)\times10^{-6}$	231
				$\pi^+\pi^-e^+e^-$	$(<9)\times10^{-6}$	206
				$\pi^0\pi^\pm e^\mp\nu$	$(6.2\pm2.0)\times10^{-5}$	207
				$(\pi\mu$原子$)\nu$	$(1.05\pm0.11)\times10^{-7}$	

带 粲 数 非 奇 异 介 子[a]

				$D^+\to$(或 $D^-\to$ 电荷共轭)		
$D^\pm$	$\frac{1}{2}(0^-)$	1869.4	$\left(9.2^{+1.7}_{-1.2}\right)\times10^{-13}$	e^+任何粒子	$(19^{+4}_{-3})\%$	
		±0.6	$c\tau=0.028$	K^-任何粒子	$(16\pm4)\%$	

粒子	$I(J^P)$	质量	寿命	衰变模式	分支比		p
		$m_{D^\pm}-m_{D^0}=4.7$ ± 0.3		$\bar{K}^0$ 任何粒子 $+K^0$ 任何粒子	$(48 \pm 15)\%$		
				K^+ 任何粒子	$(6.0 \pm 3.3)\%$		
				η 任何粒子	$^*(<13)\%$		
				$\mu^+\nu$	$(<2)\%$		932
				†[$K^-\pi^+\pi^+$	$(4.6 \pm 1.1)\%$	$S=1.3$*	845
				$K^-\pi^+\pi^+\pi^0$	$(2.6^{+3.1}_{-1.0})\%$		816
				$K^-\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-$	$(<4)\%$		772
				$\bar{K}^0\pi^+$	$(1.8 \pm 0.5)\%$		862
				$\bar{K}^0\pi^+\pi^0$	$(13 \pm 8)\%$		845
				$\bar{K}^0\pi^+\pi^+\pi^-$	$(8.4 \pm 3.5)\%$		814
				$\bar{K}^0K^+$	$(0.45 \pm 0.30)\%$		792
				$K^+K^-\pi^+$	$(<0.6)\%$		744
				$K^+\pi^+\pi^-$	$(<0.23)\%$		845
				$\pi^+\pi^0$	$(<0.5)\%$		925
				$\pi^+\pi^+\pi^-$	$(<0.4)\%$]		908
				†[$\bar{K}^{*0}\pi^+$	$(<3.7)\%$]		714
				$D^0 \to$ (或 $\bar{D}^0 \to$ 电荷共轭)			
D⁰ **D̄⁰**	$\frac{1}{2}(0^-)$	1864.7 ± 0.6	$(4.4^{+0.8}_{-0.6})\times 10^{-13}$	e^+ 任何粒子	$(5.3^{+2.9}_{-1.3})\%$		
			$c\tau = 0.013$	K^- 任何粒子	$(44 \pm 10)\%$	$S=1.3$*	
	$\lvert m_{D_1^0}-m_{D_2^0}\rvert < 6.5\times 10^{-10}$ MeV[l]			$\bar{K}^0$ 任何粒子 $+K^0$ 任何粒子	$(33 \pm 10)\%$		
	$\frac{\lvert \tau_{D_1^0}-\tau_{D_2^0}\rvert}{平均} < 0.55$[l]			K^+ 任何粒子	$(8 \pm 3)\%$		
				η 任何粒子	$^*(<13)\%$		

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量[b] (MeV) 质量[2] (GeV)[2]	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
	$\frac{\Gamma(D^0\to\bar{D}^0\to K^+\pi^-)}{\Gamma(D^0\to K\pi)}$	<0.16		†[$K^-\pi^+$	(2.4±0.4)%	861
				$K^-\pi^+\pi^0$	(9.3±2.8)%	844
	$\frac{\Gamma(D^0\to\bar{D}^0\to\mu^-\text{任何粒子})}{\Gamma(D^0\to\mu^\pm\text{任何粒子})}$		<0.044	$K^-\pi^+\pi^+\pi^-$	(4.6±1.4)% $S=1.2$*	812
				$K^-\pi^+\pi^0\pi^0$	(见到过)	815
				$\bar{K}^0\pi^0$	(2.2±1.1)%	860
				$\bar{K}^0\pi^+\pi^-$	(4.2±0.8)%	842
				$\pi^+\pi^-$	(7.9±3.8) × 10^{-4}	922
				$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$	(<1.0)%	880
				K^+K^-	(2.7±0.8) × 10^{-3}]	791
				†[$K^{*-}\pi^+$	(3.4±1.4)%	711
				$\bar{K}^{*0}\pi^0$	($1.4^{+2.3}_{-1.4}$)%	711
				$K^-\rho^+$	($7.2^{+3.0}_{-3.1}$)%	679
				$\bar{K}^0\rho^0$	($0.1^{+0.6}_{-0.1}$)%	677
				$\bar{K}^{*0}\rho^0$	($0.7^{+0.8}_{-0.7}$)%	423
				$K^-\pi^+\rho^0$	($3.9^{+1.3}_{-1.6}$)%	613
				$\bar{K}^{*0}\pi^+\pi^-$	(<2.3)%	685

				$K^- A_2^+$	(<0.8)%]	198

带 粲 数 奇 异 介 子[a]

				$F^+ \downarrow$(或 $F^- \to$ 电荷共轭)		
F±	$0(0^-)^m$	1971^m ± 6	$(1.9^{+1.3}_{-0.7}) \times 10^{-13}$ $c\tau = 0.006$	$\phi\pi^+$	(见到过)	713
				$\eta\pi^+$	(可能见到过)	903
				$\eta\pi^+\pi^+\pi^-$	(可能见到过)	857
				$\eta'\pi^+\pi^+\pi^-$	(可能见到过)	679
				$\phi\rho^+$	(可能见到过)	411

底 （美） 介 子[a]

				$B^+ \downarrow$(或 $B^- \to$ 电荷共轭)		
B±	$\frac{1}{2}(0^-)^*$	5270.8 ±3.0		$\bar{D}^0\pi^+$	(4.2±4.2)%	2303
				$D^{*-}\pi^+\pi^+$	(4.8±3.0)%	2243
				$B^0 \downarrow$(或 $\bar{B}^0 \to$ 电荷共轭)		
B⁰ $\bar{B}^0$	$\frac{1}{2}(0^-)^*$	5274.2 ±2.8		$\bar{D}^0\pi^+\pi^-$	(13±9)%	2298
				$D^{*-}\pi^+$	(2.6±1.9)%	2253
B±, B⁰, $\bar{B}^0$			$(14\pm4) \times 10^{-13}$	$e^\pm\nu$ 强子	(13.0±1.3)%	

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量[b] (MeV) 质量[2] $(GeV)^2$	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
$B^{\pm}, B^0, \bar{B}^0$ (未分开)[p]			$c\tau = 0.042$	$\mu^{\pm}\nu$ 强子	(12.4±3.5)%	
				D^0 任何粒子	(80± 28)%	
				K 任何粒子	(见到过)	
				p 任何粒子	(>3.6)%	
				Λ 任何粒子	(>2.2)%	
				e^+e^- 任何粒子	(<0.8)%	
				$\mu^+\mu^-$ 任何粒子	(<0.7)%	

非 奇 异 重 子[a]

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量	平均寿命	形式	分支比	p 或 p_{max}
p	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}^+\right)$	938.2796 ±0.0027	稳定(>10^{32} 年)[q]	稳定		
				$\lvert q_p\rvert - \lvert q_e\rvert < 10^{-21}\lvert q_e\rvert$[r]		
n	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}^+\right)$	939.5731 ±0.0027	898±16	$pe^-\bar{\nu}$	100%	1.2
			$c\tau = 2.7\times10^{13}$	$p\nu\bar{\nu}$(电荷不守恒)	(<9)$\times10^{-24}$	1.3
	$m_p - m_n = -1.293323$	±0.000016		$\lvert q_n\rvert < 10^{-21}\lvert q_e\rvert$[r]		

奇异数为 1 的重子[a]

Λ	$0\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1115.60	2.632×10^{-10}	$p\pi^-$	$(64.2)\%$	100
		±0.05	±0.020 $S=1.6$*	$n\pi^0$	$(35.8\pm0.5)\%$	104
		$S=1.2$*	$c\tau=7.89$	$pe^-\nu$	$(8.37\pm0.14)\times10^{-4}$	163
	$m_\Lambda-m_{\Sigma^0}=-76.86$			$p\mu^-\nu$	$(1.57\pm0.35)\times10^{-4}$	131
		±0.08		†$[p\pi^-\gamma$	[e]$(8.5\pm1.4)\times10^{-4}]$	100
Σ^+	$1\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1189.36	0.800×10^{-10}	$p\pi^0$	$(51.64\quad)\%$	189
		±0.06	±0.004	$n\pi^+$	$(48.36\pm0.30)\%$	185
		$S=1.8$*	$c\tau=2.40$	$p\gamma$	$(1.20\pm0.13)\times10^{-3}$ $S=1.2$*	225
				†$[n\pi^+\gamma$	[e]$(4.5\pm0.5)\times10^{-4}$	185
				$\Lambda e^+\nu$	$(2.0\pm0.5)\times10^{-5}]$	71
	$m_{\Sigma^+}-m_{\Sigma^-}=-7.97$			$n\mu^+\nu$	$(<3.0\quad)\times10^{-5}$	202
		±0.07	$\frac{\Gamma(\Sigma^+\to l^+n\nu)}{\Gamma(\Sigma^-\to l^-n\nu)}<.04$	$ne^+\nu$	$(<5\quad)\times10^{-6}$	224
		$S=1.3$*		pe^+e^-	$(<7\quad)\times10^{-6}$	225
Σ^0	$1\left(\frac{1}{2}^+\right)^f$	1192.46	5.8×10^{-20}	$\Lambda\gamma$	100%	74
		±0.08	±1.3	Λe^+e^-	[f]$(5.45\quad)\times10^{-3}$	74
			$c\tau=1.7\times10^{-9}$	$\Lambda\gamma\gamma$	$(<3\quad)\%$	74
Σ^-	$1\left(\frac{1}{2}^+\right)$	1197.34	1.482×10^{-10}	$n\pi^-$	100%	193
		±0.05	±0.011 $S=1.3$*	$ne^-\nu$	$(1.022\pm0.034)\times10^{-3}$	230
			$c\tau=4.44$	$n\mu^-\nu$	$(4.5\pm0.4)\times10^{-4}$	210

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量[b] (MeV) 质量² (GeV)²	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
		$m_{\Sigma^0}-m_{\Sigma^-}=-4.88$		$\Lambda e^-\nu$	(5.74 ±0.27) × 10^{-5}	79
		±0.06		†[$n\pi^-\gamma$	[e](4.6 ±0.6) × 10^{-4}]	193

奇异数为 2 的重子[a]

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量[b] (MeV) 质量² (GeV)²	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
Ξ^0	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}^+\right)^s$	1314.9	2.90×10^{-10}	$\Lambda\pi^0$	100%	135
		±0.6	±0.10	$\Lambda\gamma$	(0.5±0.5)%	184
			$c\tau=8.69$	$\Sigma^0\gamma$	(<7)%	117
				$p\pi^-$	(<3.6) × 10^{-5}	299
				$pe^-\nu$	(<1.3) × 10^{-3}	323
		$m_{\Xi^0}-m_{\Xi^-}=-6.4$		$\Sigma^+e^-\nu$	(<1.1) × 10^{-3}	120
		±0.6		$\Sigma^-e^+\nu$	(<0.9) × 10^{-3}	112
				$\Sigma^+\mu^-\nu$	(<1.1) × 10^{-3}	65
				$\Sigma^-\mu^+\nu$	(<0.9) × 10^{-3}	49
				$p\mu^-\nu$	(<1.3) × 10^{-3}	309
Ξ^-	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}^+\right)^s$	1321.32	1.641×10^{-10}	$\Lambda\pi^-$	100%	139
		±0.13	±0.016	$\Lambda e^-\nu$	(5.5±0.6) × 10^{-4} $S=2.0$*	190
			$c\tau=4.92$	$\Sigma^0e^-\nu$	(8.7±1.7) × 10^{-5}	123

				$\Lambda\mu^-\nu$	$(3.5\pm3.5)\times10^{-4}$	163
				$\Sigma^0\mu^-\nu$	$(<8)\times10^{-4}$	70
				$n\pi^-$	$(<1.9)\times10^{-5}$	303
				$ne^-\nu$	$(<3.2)\times10^{-3}$	327
				$n\mu^-\nu$	$(<1.5)\%$	313
				$\Sigma^-\gamma$	$(<1.2)\times10^{-3}$	118
				$p\pi^-\pi^-$	$(<4)\times10^{-4}$	223
				$p\pi^-e^-\nu$	$(<4)\times10^{-4}$	304
				$p\pi^-\mu^-\nu$	$(<4)\times10^{-4}$	250
				$\Xi^0e^-\nu$	$(<2.3)\times10^{-3}$	6

奇异数为 3 的重子[a]

Ω^-	$0\left(\frac{3}{2}^+\right)^s$	1672.45	0.819×10^{-10}	ΛK^-	$(68.6\pm1.3)\%$	211
		±0.32	±0.027	$\Xi^0\pi^-$	$(23.4\pm1.3)\%$	294
			$c\tau=2.46$	$\Xi^-\pi^0$	$(8.0\pm0.8)\%$	290
				$\Xi^0e^-\nu$	$(\sim1)\%$	319
				$\Xi^0(1530)\pi^-$	$(\sim2)\times10^{-3}$	
				$\Lambda\pi^-$	$(<1.3)\times10^{-3}$	449
				$\Xi^-\gamma$	$(<3.1)\times10^{-3}$	314

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n^a$	质量[b] (MeV) 质量[2] (GeV)[2]	平均寿命[b] (秒) $c\tau$ (cm)	衰变形式 形式	分支比[b]	p 或 p_{max}[c] (MeV/c)
非奇异粲重子[a]						
Λ_c^+	$0\left(\frac{1}{2}^+\right)^s$	2282.0 ±3.1 $S=1.8$*	$(2.3^{+1.0}_{-0.6})\times10^{-13}$ $c\tau=0.007$	$pK^-\pi^+$	(2.2 ±1.0)%	820
				$p\bar{K}^0$	(1.1 ±0.7)%	870
				$p\bar{K}^0\pi^+\pi^-$	(<4，见到过)%	751
				Λ 任何粒子	(33 ±29)%	
				†[$\Lambda\pi^+$	(0.6 ±0.5)%	861
				$\Lambda\pi^+\pi^+\pi^-$	(<3.1，见到过)%	804
				$\Sigma^0\pi^+$	(见到过)]	822
				†[pK^{*0}	(0.48±0.30)%	681
				$\Delta^{++}K^-$	(0.45±0.27)%	706
				$pK^{*-}\pi^+$	(见到过)]	575
				e^+任何粒子	(4.5 ±1.7)%	
				†[pe^+任何粒子	(1.8 ±0.9)%	
				Λe^+ 任何粒子	(1.1 ±0.8)%]	

→ A^+

→ 顶层子寻找

→ 磁单极寻找

→ 其它稳定粒子寻找

→ Λ_b^0

→ 自由层子寻找

→ 轴子寻找

稳定粒子表补充

e^{ι}

磁矩 $1.001\,159\,652\,209 \pm .000\,000\,000\,031 \; \frac{e\hbar}{2m_e c}$

μ^{ι}

$1.001\,165\,924 \pm .000\,000\,009 \; \frac{e\hbar}{2m_\mu c}$

^{u}衰变参数

$\rho = 0.752 \pm 0.003$ $\eta = -0.06 \pm 0.15$ $S = 1.1^{*}$

$\xi \cdot P_\mu > 0.9959^{v}$ $\delta = 0.755 \pm 0.009$ $h = 1.01 \pm 0.06$

$\alpha' = -0.12 \pm 0.10$ $\beta' = 0.029 \pm 0.037$ $\bar{\eta} = 0.006 \pm 0.080$

τ

密歇尔参数

$\rho = 0.72 \pm 0.15$

$|g_A/g_V| = 0.91^{+0.24}_{-0.06}$ $\phi_{AV} = 180° \pm 9°$

$|g_S/g_V| < 0.29$ $|g_T/g_V| < 0.14$ $|g_P/g_V| < 0.25$

η

形式	左右对称性	六向对称性	四向对称性
$\pi^+\pi^-\pi^0$	$(0.12 \pm .17)\%$	$(0.19 \pm 0.16)\%$	$(-0.17 \pm 0.17)\%$
$\pi^+\pi^-\gamma$	$(0.88 \pm .40)\%$		

$\beta = 0.047 \pm 0.062$ $S = 1.5^{*}$

K

$K \to 3\pi^{w}$的斜率参数

$K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$ $g = -0.215 \pm .004$ $S = 1.4^{*}$

$K^- \to \pi^-\pi^-\pi^+$ $g = -0.217 \pm .007$ $S = 2.5^{*}$

$K^\pm \to \pi^0\pi^0\pi^\pm$ $g = 0.607 \pm .030$ $S = 1.3^{*}$

$K^0_L \to \pi^+\pi^-\pi^0$ $g = 0.670 \pm .014$ $S = 1.6^{*}$

K_{l3} 衰变^{x}的形状因子

K^+_{e3}: $\lambda_+ = 0.029 \pm 0.004$; $|f_S/f_+| = 0.125 \pm 0.044$; $|f_T/f_+| = 0.22 \pm 0.14$

K^0_{e3}: $\lambda_+ = 0.0300 \pm 0.0016$ $S = 1.2^{*}$; $|f_S/f_+| < 0.04$; $|f_T/f_+| < 0.23$

$K^+_{\mu3}$: $\lambda_+ = 0.032 \pm 0.008$ $S = 2.3^{*}$; $\lambda_0 = 0.004 \pm 0.007$ $S = 2.3^{*}$; $|f_T/f_+| = 0.02 \pm 0.12$

$K^0_{\mu3}$: $\lambda_+ = 0.034 \pm 0.005$ $S = 2.3^{*}$; $\lambda_0 = 0.025 \pm 0.006$ $S = 2.3^{*}$; $|f_T/f_+| = 0.12 \pm 0.12$

K^0_{l3} 衰变中 $\Delta S = -\Delta Q$

$\mathrm{Re}\,x = 0.009 \pm .020$ $S = 1.4^{*}$

$\mathrm{Im}\,x = -0.004 \pm .026$ $S = 1.1^{*}$

CP不守恒参数^{y,i}

$|\eta_{+-}| = (2.274 \pm .022) \times 10^{-3}$ $|\eta_{00}| = (2.33 \pm .08) \times 10^{-3}$ $S = 1.1^{*}$

$\phi_{+-} = (44.6 \pm 1.2)°$ $\phi_{00} = (54 \pm 5)°$ $\mathrm{Re}\,\varepsilon = (1.621 \pm 0.088) \times 10^{-3}$

$|\eta_{+-0}|^2 < 0.12$ $|\eta_{000}|^2 < 0.1$ $\delta = (0.330 \pm .012)\%$

续　表

	磁矩 $(e\hbar/2m_pc)$	衰变参数					
			测量		算出		耦合常数比
			α	ϕ(度)	γ	Δ(度)	
p^t	2.7928456 $\pm .0000011$						
n^t	-1.91304184 $\pm .00000088$	$pe^-\nu$					$g_A/g_V = -1.254 \pm 0.006$ $\phi_{AV} = (180.11 \pm 0.17)°$
Λ^t	-0.613 $\pm .004$	$p\pi^-$	0.642 ± 0.013	$(-6.5 \pm 3.5)°$	0.76	$(7.7 \pm 4.1)°$	
		$n\pi^0$	0.646 ± 0.044				
		$pe\nu$					$g_A/g_V = -0.694 \pm 0.025$ $S = 1.3$*
Σ^+	2.379 $\pm .020$	$p\pi^0$	-0.979 ± 0.016	$(36 \pm 34)°$	0.17	$(187 \pm 6)°$	
		$n\pi^+$	$+0.068 \pm 0.013$	$(167 \pm 20)°$	-0.97	$(-73^{+134}_{-10})°$	
		$p\gamma$	-0.72 ± 0.29	$S = 1.1$*			
Σ^-	-1.10 ± 0.5 $S = 1.5$*	$n\pi^-$	-0.068 ± 0.008	$(10 \pm 15)°$	0.98	$(249^{+12}_{-116})°$	
		$ne^-\nu$					$\lvert g_A/g_V \rvert = 0.372 \pm 0.050$ $S = 1.9$*
		$\Lambda e^-\nu$					$g_V/g_A = 0.01 \pm 0.10$ $S = 1.5$* $g_{WM}/g_A = 2.$[illegible]± 1.7
Ξ^0	-1.250 $\pm .014$	$\Lambda\pi^0$	-0.413 ± 0.022 $S = 2.0$*	$(21 \pm 12)°$	0.85	$(218^{+12}_{-18})°$	
Ξ^-	-1.85 $\pm .75$	$\Lambda\pi^-$	-0.434 ± 0.015 $S = 1.4$*	$(2 \pm 6)°$ $S = 1.1$*	0.90	$(184 \pm 12)°$	
		$\Lambda e^-\nu$					$g_A/g_V = -0.25 \pm 0.05$
Ω^-		ΛK^-	-0.10 ± 0.38 $S = 1.2$*				

稳定粒子表注

→ 表示在“稳定粒子数据表”(Stable Data Card Listings)中的态，未列入“稳定粒子表”中。[参看 Reviews of Modern Physics, **56**, No. 2,Part 2(1984)。]

* $S=$ 标量因子 $=\sqrt{x^2/(N-1)}$，其中$N\approx$ 实验数。S应≈ 1，如果 $S>1$，我们扩大了平均误差，$\delta\bar{x}$；即 $\delta\bar{x}\rightarrow S\delta\bar{x}$。这是不适当的。因为，如果 $S\gg 1$，则实验大致是不合理的，因而实际的不确定性可能很大于 $S\delta x$，参看稳定粒子数据表。

† 方括号表示，它属于前面没有括号衰变形式 (S) 的亚形式。如同辐射衰变 $\pi\rightarrow\mu\nu\gamma$，是母形式 $\pi\rightarrow\mu\gamma$ 的亚形式。

a. 表中强子的奇异数 S，粲数 C，和底(美)数 B 规定如下：

介子	S	C	B	重子	S	C	B
π,η	0	0	0	p,n	0	0	0
K^+,K^0	+1	0	0	Λ,Σ	−1	0	0
$K^-,\bar{K}^0$	−1	0	0	Ξ	−2	0	0
D^+,D^0	0	+1	0	Ω^-	−3	0	0
$D^-,\bar{D}^0$	0	−1	0	Λ_c^+	0	+1	0
F^+	+1	+1	0				
F^-	−1	−1	0				
B^+,B^0	0	0	+1				
$B^-,\bar{B}^0$	0	0	−1				

b. 给出的上限对应 90% 置信水平。在质量、平均寿命和分支比等计算中假定粒子和反粒子是相当的。

c 如果衰变后有两个以上粒子时，p_{max} 是任一粒子可能具有

的最大动量.

d. 99%置信水平. 参看稳定粒子数据表注.

e. 关于这个实验中的能限,参看稳定粒子数据表.

f. 理论值;参看稳定粒子数据表.

g. 直接发射分支比是 $(1.56 \pm 0.35) \times 10^{-5}$.

h. 和光子的螺旋性为正 (SD^+) 或为负 (SD^-) 结构有关部分.

i. $K_S^0 \to \pi\pi$ 和 $K_L^0 \to \pi\pi$ 分支比,是由我们分支比及衰变速率数据拟合得到的,没有包括 $K_L^0 - K_S^0$ 干涉实验的结果. 结合 $\pi\pi$ 数据及干涉结果得到 $|\eta_{+-}|$ 和 $|\eta_{00}|$ 值, 在补充表中可以看到.

j. Clark 等在 Phys. Rev. Lett, **26**,1667(1971). 中给出更强的上限($<2 \times 10^{-9}$) 未列入, 因为可能有系统误差 (但不清楚). 请参看稳定粒子数据表.

k. 这是 $D^{\pm}$(44%) 和 D^0(56%) 分支比的加权平均值.

l. $D_1^0 - D_2^0$ 的极限是根据 $D^0 \to \overline{D}^0 \to \mu^- +$ 任何粒子的极限推论得到的.

m. F 的质量由 $\phi\pi$ 衰变方式得来. 参看稳定粒子数据表中有矛盾的 F 介子结果. 量子数是可能值,但尚未确定.

n. 量子数尚未测定,给出的数值是层子模型预言的.

p. 除了中性流衰变形式 (l^+l^- + 任何粒子) 外，只使用了 $\Upsilon(10575)$ 衰变的数据. Behrend 等 [Phys, Rev. Lett. **50**, 881, (1983)]估计 $\Upsilon(10575) \to B^+B^-$ 和 $\Upsilon(10575) \to B^0\bar{B}^0$ 形式的分支比为 60±2% 和 40±2%.

q. $p \to e^+\pi^0$ 形式的分平均寿命. 对于反质子最好的平均寿命极限,根据观查宇宙线中的 $\bar{p}$ 得到,为 $\tau\bar{p} > 10^7$ 年.

r. 由物质的中性性给出的极限. 设 $|q_n| = |q_p| - |q_e|$.

s. Ξ 超子的宇称，Ω^- 和 Σ^- 超子的 J^P，及 Λ_c^+ 超子的 J 尚未测出. 它们的数值是层子模型值.

t. 对于电偶极矩的极限,参看守恒定律一节,P 和 T 不变性对它禁戒.

u. $|g_A/g_V|$ 根据 $g_A^2 = |C_A|^2 + |C_A'|^2, g_V^2 = |C_V|^2 + |C_V'|^2$ 及 $\Sigma\,[\bar{e}\Gamma_i\mu]\,[\bar{\nu}\Gamma_i(C_i + C_i'\gamma_5)\nu]$ 定义的; ϕ 是根据 $\cos\phi = -\mathrm{Re}(C_A^*C_V' + C_A'C_V^*)/g_Ag_V$ 定义的. 详细内容可参看粒子数据表.

v. 假定 $\rho = \delta$. $\mathbf{p}_\mu$ 是 π 介子衰变出来的 μ 子的纵向极化. 标准 V-A 理论中，$\mathbf{p}_\mu = 1$，$\rho = \delta = \frac{3}{4}$.

w. 达里兹图斜率参数定义为: $|M|^2 = 1 + g\left[\frac{S_3 - S_0}{m_{\pi^+}^2}\right]$ (参看粒子数据表).

x. 形状因子 f_+, f_S, f_T 的定义，及 $f_+(t)$ 和 $f_0(t)$ 的 λ_+ 和 λ_0 随

t 的线性依赖关系，见粒子数据表 K^+ 一节的注。

y. CP 破坏参数的定义如下[参看粒子数据表]:

$$\eta_{+-} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}} = \frac{A(K_L^0 \to \pi^+\pi^-)}{A(K_S^0 \to \pi^+\pi^-)},$$

$$\eta_{00} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}} = \frac{A(K_L^0 \to \pi^0\pi^0)}{A(K_S^0 \to \pi^0\pi^0)},$$

$$\delta = \frac{\Gamma(K_L^0 \to l^+) - \Gamma(K_L^0 \to l^-)}{\Gamma(K_L^0 \to l^+) - \Gamma(K_L^0 \to l^-)},$$

$$|\eta_{+-0}|^2 = \frac{\Gamma(K_S^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0)^{\text{CP破坏}}}{\Gamma(K_L^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0)}$$

$$|\eta_{000}|^2 = \frac{\Gamma(K_S^0 \to \pi^0\pi^0\pi^0)^{\text{CP破坏}}}{\Gamma(K_L^0 \to \pi^0\pi^0\pi^0)}$$

z. 这些量的定义如下[有关符号规定等参看粒子数据表]:

$$\alpha = \frac{2|S||p|\cos\Delta}{|S|^2 + |p|^2}, \quad \beta = \sqrt{1-\alpha^2} \cdot \sin\phi,$$

g_A, g_V, g_{WM} 由 $\langle B_f|\gamma_\lambda(g_V - g_A\gamma_5) + (g_{WM}/m_{B_i})\sigma^{\lambda\nu}q_\nu|B_i\rangle$ 定义。

$$\beta = \frac{-2|S||p|\sin\Delta}{|S|^2 + |p|^2}, \quad \gamma = \sqrt{1-\alpha^2}\cos\phi,$$

ϕ_{AV} 根据 $g_A/g_V = |g_A/g_V| e^{i\phi_{AV}}$ 定义。

II. 介 子 表

J^P	G \ I	0	1	$\frac{1}{2}$
N	+	ε/f	ρ	K^*, κ
	−	ω/ϕ	δ	
A	+	η/D	B	K, Q
	−	H	π/A	

	$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式：形式	衰变形式：分支比(%) [上限置信水平为 90%]	p 或 p_{max}^b (MeV/c)
非 奇 异 介 子						
$\pi^\pm$	$\underline{1^-(0^-)+}$	139.57	0.0		看稳定粒子表	
π^0		134.96	7.95eV ±0.55eV			
η	$\underline{0^+(0^-)+}$	548.8 ±0.6	0.83keV ±0.12keV	中性粒子	70.9	看稳定粒子表
				带电粒子	29.1	
$\rho(770)$	$\underline{1^+(1^-)-}$	769* ±3§	154* ±5§	$\pi\pi$	≈100	358
				$\pi\gamma$	0.046±0.005	372
				$\mu^+\mu^-$	0.0067±0.0012[d]	370
				e^+e^-	0.0046±0.0002[d]	384
				$\eta\gamma$	见到过*	189
M和Γ来自中性形式				上限参看注 e		

续 表

J^P	G \ I	0	1	$\frac{1}{2}$
N	+	ε/f	ρ	K^*, κ
	−	ω/ϕ	δ	
A	+	η/D	B	K, Q
	−.	H	π/A	

	$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式: 形式	衰变形式: 分支比(%) [上限置信水平为 90%]		p 或 p_{max} (MeV/c)
$\omega(783)$	$\underline{0^-(1^-)-}$	782.6	9.9	$\pi^+\pi^-\pi^0$	89.9±0.5		327
		±0.2	±0.3	$\pi^0\gamma$	8.7±0.5		380
		$S=1.1$*		$\pi^+\pi^-$	1.4±0.2		366
				$\pi^0\mu^+\mu^-$	0.010±0.002		349
				e^+e^-	0.0067±0.0004	$S=1.2$*	391
				$\eta\gamma$	见到过*		199
				上限参看注 f			
$\eta'(958)$	$\underline{0^+(0^-)+}$*	957.57	0.29	$\eta\pi\pi$	65.3±1.6		231
		±0.25	±0.05	$\rho^0\gamma$	30.0±1.6		170
				$\omega\gamma$	2.8±0.5		159
				$\gamma\gamma$	1.9±0.2		479
				$\mu^+\mu^-\gamma$	0.009±0.002		467
				上限参看注 g			

$S(975)$ 或 S^*	$\underline{0^+(0^+)+}$	975[c] ±4 $S=1.4^*$	33[c] ±6	$\pi\pi$	78±3		467
				$K\bar{K}$	22±3		
看 $\pi\pi$ 和 $K\bar{K}$ s 波注							
$\delta(980)^{\neq}$	$\underline{1^-(0^+)+}$	983[h] ±2	54[h] ±7	$\eta\pi$	见到过		320
				$K\bar{K}$	见到过		
$\phi(1020)$	$\underline{0^-(1^-)-}$	1019.5 ±0.1 $S=1.2^*$	4.22 ±0.13	K^+K^-	49.3±1.0	$S=1.3^*$	127
				K_LK_S	34.7±1.0	$S=1.3^*$	110
				$\pi^+\pi^-\pi^0$ (包括 $\rho\pi$)	14.8±0.7	$S=1.2^*$	462
				$\eta\gamma$	1.2±0.2	$S=1.4^*$	362
				$\pi^0\gamma$	0.14±0.05		501
				e^+e^-	0.031±0.001		510
				$\mu^+\mu^-$	0.025±0.003		499
				$\pi^+\pi^-$	0.02±0.01		490
				上限参看注 i			
$H(1190)$	$\underline{0^-(1^+)-}$	1190 ±60	320 ±50	$\rho\pi$	见到过		327
只在一个实验中见到							
$B(1235)$	$\underline{1^+(1^+)-}$	1234 ±10[§]	150 ±10[§]	$\omega\pi$	只见到这种形式		350
				[D/S 振幅比$=0.29\pm0.05$]			
				上限参看注 i			

续　表

J \ I / G		0	1	$\frac{1}{2}$
N	+	ε/f	ρ	K^*, κ
	−	ω/ϕ	δ	
A	+	η/D	B	K, Q
	−	H	π/A	

	$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式：形式	衰变形式：分支比(%) [上限置信水平为 90 %]		p 或 p_{max}[b] (MeV/c)
$f(1270)$	$\underline{0^+(2^+)+}$	1274	178	$\pi\pi$	84.3±1.2		622
		±5[§]	±20[§]	$2\pi^+2\pi^-$	2.9±0.4	$S=1.2$[*]	559
				$K\bar{K}$	2.9±0.2		398
				$\gamma\gamma$	0.0015±0.0002		637
				$\pi^+\pi^-2\pi^0$	见到过		562
				上限见附注 k			
$A(1270)$	$\underline{1^-(1^+)+}$	1275[*]	315[*]	$\rho\pi$	主要		389
或 A_1		±30	±45	$\pi(\pi\pi)_{S-波}$	<0.7[§]		599
→$D(1285)$	$\underline{0^+(1^+)+}$	1283	26	$K\bar{K}\pi$	11±3		302
		±5[§]	±5[§]	$\eta\pi\pi$	49±6		482
				[†][$\delta\pi$	36±7]		236
				4π (可能是 $\rho\pi\pi$)[*]	40±7		564
$\epsilon(1300)$	$\underline{0^+(0^+)+}$	~1300	200−600	$\pi\pi$	~90		635
				$K\bar{K}$	~10		418
				$\eta\eta$	可能见到过		348
看 $\pi\pi$ 和 $K\bar{K}$ 的 S 波注[*]							

$\pi(1300)$	$\underline{1^-(0^-)+}$	1300§ ±100§	200−600	$\rho\pi$	见到过	407
				$\pi(\pi\pi)_{s\text{-波}}$	见到过	612
未确定的共振态						
$A_2(1320)$	$\underline{1^-(2^+)+}$	1318 ±5§	110 ±5§	$\rho\pi$	70.1±2.2	419
				$\eta\pi$	14.5±1.2	534
				$\omega\pi\pi$	10.6±2.5	361
				$K\bar{K}$	4.9±0.8	434
				$\eta'\pi$	<2(置信水平 = 97%)	286
				$\pi\gamma$	0.27±0.06	652
				$\gamma\gamma$	0.0007±0.0002	659
$E(1420)$*	$\underline{0^+(1^+)+}$	1418 ±10§	52 ±10§	$K\bar{K}\pi$(包括$K^*\bar{K}+K\bar{K}^*$)	见到过	423
				$\eta\pi\pi$	可能见到过	565
				†[$\delta\pi$	可能见到过]	348
$I(1440)$*	$\underline{0^+(0^-)+}$	1440§ ±10§	76 ±10§	$K\bar{K}\pi$(包括$K^*\bar{K}+K\bar{K}^*$)	见到过	441
				$\eta\pi\pi$	见到过	579
				†[$\delta\pi$	见到过]	366
$f'(1525)$	$\underline{0^+(2^+)+}$	1525 ±5§	70 ±10§	$K\bar{K}$	主要	578
				$\pi\pi$	可能见到过	750
				$\gamma\gamma$	0.0011±0.0002	763
→ $\rho(1600)$ 或 ρ'	$\underline{1^+(1^-)-}$	1590*§ ±20§	260*§ ±100§	4π (包括 $\rho\pi^+\pi^-$, $A(1270)\pi$)	60±7§	733
				$\pi\pi$	23±7§	783
				$K^*\bar{K}+\bar{K}^*K$	9±2	377

续 表

粒子 (J^P \ I, G: N + ε/f ρ K*,κ; N − ω/φ δ; A + η/D B K,Q; A − H π/A)	$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式 形式	分支比(%) [上限置信水平为 90%]	p 或 p_{max}[b] (MeV/c)
				$\eta\pi\pi$	7±2	669
				$\bar{K}K$	1±0.5	623
				e^+e^-	0.003±0.001	795
ω(1670)	$0^-(3^-)-$	1668 ±5	166 ±15[§] $S=1.1$*	3π	见到过	806
				†[$\rho\pi$	见到过]	648
				5π	见到过	740
				†[$\omega\pi\pi$ (可能是 $B\pi$)	见到过]	616
A(1680)* 或 A_3	$1^-(2^-)+$	1680[§] ±30[§]	250[§] ±50[§]	$f\pi$	53±5	336
				$\rho\pi$	34±6	656
				$\pi(\pi\pi)_{S-波}$	9±5	813
				$K^*\bar{K}+\bar{K}^*K$	4±1.4	459
				上限见附注 l		
ϕ(1680) 或 ϕ'	$0^-(1^-)-$	1685 ±10[§]	150[§] ±30[§]	$K^*\bar{K}+\bar{K}^*K$	主要	466
				$\omega\pi\pi$	见到过	624
				$K\bar{K}$	见到过	683

				e^+e^-	见到过		842
				$\pi^+\pi^-\pi^0$	可能见到过		814
$g(1690)$	$1^+(3^-)-$	1691 ±5[§]	200[§] ±20[§]	2π	23.8±1.3		834
				4π(包括 $\pi\pi\rho$, $\rho\rho$, $A_2\pi$, $\omega\pi$)	70.9±1.9		787
				$K\bar{K}\pi$(包括 $K^*\bar{K}+K\bar{K}^*$)	3.8±1.2		625
				$K\bar{K}$	1.5±0.3	$S=1.3$*	684
J^P, M, 和 Γ 是由 2π 和 $K\bar{K}$ 形式得来							
$\theta(1690)$	$0^+(2^+)+$	1690 ±30	180 ±50	$\eta\eta$	见到过		643
				$K\bar{K}$	见到过		683
→→→→ $\phi(1850)$	$0^-(3^-)-$	1853 ±10	96 ±32	$K\bar{K}$	见到过		784
				$K^*\bar{K}+\bar{K}^*K$	见到过		601
→ $h(2030)$	$0^+(4^+)+$	2027 ±12	220 ±30	$\pi\pi$	17±2		1004
				$K\bar{K}$	$0.7^{+0.4}_{-0.2}$		883
→→→→→→→→ $\eta_c(2980)$	$0^+(0^-)\pm$	2981 ±6	<20	$\eta\pi^+\pi^-$	见到过		1426
				$2(\pi^+\pi^-)$	见到过		1458
				$K^+K^-\pi^+\pi^-$	见到过		1343
				$p\bar{p}$	见到过		1158
$J/\psi(3100)$	$0^-(1^-)-$	3096.9 ±0.1	0.063 ±0.009	e^+e^-	7.4±1.2		1548
				$\mu^+\mu^-$	7.4±1.2		1545
				强子+辐射衰变	85±2		

续 表

J^P \ I / G		0	1	$\frac{1}{2}$
N	+	ε/f	ρ	K^*, κ
	−	ω/ϕ	δ	
A	+	η/D	B	K, Q
	−	H	π/A	

$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式: 形式	分支比(%) [上限置信水平为 90%]		p 或 $p_{max}{}^b$ (MeV/c)

向稳定强子衰变方式			向强子共振态衰变方式			
†[$2(\pi^+\pi^-)\pi^0$	3.7 ± 0.5	1496	†[$\rho\pi$	1.22 ± 0.12		1449
$3(\pi^+\pi^-)\pi^0$	2.9 ± 0.7	1433	$\omega2\pi^+2\pi^-$	0.85 ± 0.34		1392
$\pi^+\pi^-\pi^0K^+K^-$	1.2 ± 0.3	1368	ρA_2	0.84 ± 0.45		1126
$4(\pi^+\pi^-)\pi^0$	0.9 ± 0.3	1345	$\omega\pi\pi$	0.68 ± 0.19		1435
$\pi^+\pi^-K^+K^-$	0.72 ± 0.23	1407	$K^{*0}(892)\bar{K}^{*0}(1430)+c.c.$	0.67 ± 0.26		1009
$p\bar{p}\pi^+\pi^-$	0.53 ± 0.06	1107	$K^\pm K^{*\mp}(892)$	0.34 ± 0.05		1373
$2(\pi^+\pi^-)$	0.4 ± 0.1	1517	$B^\pm(1235)\pi^\mp$	0.29 ± 0.07		1298
$3(\pi^+\pi^-)$	0.4 ± 0.2	1466	$K^0\bar{K}^{*0}(892)+c.c.$	0.27 ± 0.06		1370
$n\bar{n}\pi^+\pi^-$	0.38 ± 0.36	1106	ωf	0.23 ± 0.08	$S=1.2^*$	1143
$\Xi\bar{\Xi}$	0.32 ± 0.08	818	$\phi\pi^+\pi^-$	0.21 ± 0.09		1365
$2(\pi^+\pi^-)K^+K^-$	0.31 ± 0.13	1320	$\eta' p\bar{p}$	0.18 ± 0.06		596
$K_S^0K^\pm\pi^\mp$	0.26 ± 0.07	1440	$\phi\bar{K}K$	0.18 ± 0.08		1176
$\Sigma^+\bar{\Sigma}^-$	0.24 ± 0.26	988	$\omega p\bar{p}$	0.16 ± 0.03		768
$p\bar{p}\eta$	0.23 ± 0.04	948	$\omega K\bar{K}$	0.16 ± 0.10		1265
$p\bar{p}$	0.22 ± 0.02	1232	$\phi\eta$	0.10 ± 0.06		1320

$p\bar{n}\pi^-$或$\bar{p}n\pi^+$	0.21±0.02	1174	$\phi f'(1525)$	0.037±0.013	871
$n\bar{n}$	0.18±0.09	1231	$\phi S(975)$	0.026±0.006	1184
$p\bar{p}\pi^+\pi^-\pi^0$	0.16±0.06*	1033	$\pi^\pm A_2^\mp$	<0.43	1263
$\Sigma^0\bar{\Sigma}^0$	0.13±0.04	988	$K^{*0}(1430)\bar{K}^{*0}(1430)$	<0.29	606
$\Lambda\bar{\Lambda}$	0.11±0.02	1074	$K^0\bar{K}^{*0}(1430)+c.c.$	<0.2	1158
$p\bar{p}\pi^0$	0.11±0.01	1176	$K^\pm K^{*\mp}(1430)$	<0.2	1159
$2(K^+K^-)$	0.07±0.03	1131	$\phi 2\pi^+2\pi^-$	<0.15	1318
K^+K^-	0.022±0.008	1468	$\phi\eta'$	<0.13	1192
$\pi^+\pi^-$	0.011±0.005	1542	$K^{*0}(892)\bar{K}^{*0}(892)$	<0.05	1261
$\Lambda\bar{\Sigma}$	<0.015	1032	ϕf	<0.037	1037
$K_S^0K_L^0$	<0.009]	1466	$\omega f'(1525)$	<0.016]	1003
	辐射衰变方式			辐射衰变方式(续)	
†[$\gamma 2(\pi^+\pi^-)$	0.49±0.17	1517	$\gamma\eta_c(2980)$	见到过	114
$\gamma\rho\rho$	见到过	1344	$\gamma\theta(1690)$	见到过	1087
$\gamma l(1440)\to\gamma K\bar{K}\pi$	0.42±0.12*	1214	$\gamma\eta\pi\pi$	见到过	1487
$\gamma\eta'$	0.36±0.05	1400	$\gamma D(1285)$	<0.6	1283
γf	0.15±0.04	1286	2γ	<0.05	1548
$\gamma\eta$	0.086±0.009	1500	$\gamma f(1525)$	<0.03	1173
$\gamma\pi^0$	0.007±0.005	1546	$\gamma p\bar{p}$	<0.01	1232
			3γ	<0.006]	1548
$\chi(3415)$	$0^+(0^+)+$	3415.0 ±1.0	$2(\pi^+\pi^-)$(包括$\pi\pi\rho$)	4.3±0.9	1679
			$\pi^+\pi^-K^+K^-$ (incl. $\pi K\bar{K}^*$)	3.4±0.9	1580
			$3(\pi^+\pi^-)$	1.7±0.6	1633

续 表

J^P \ I, G		0	1	$\frac{1}{2}$	$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式：形式	衰变形式：分支比(%) [上限置信水平为 90%]	衰变形式：p 或 p_{max}[b] (MeV/c)
N	+	δ/f	ρ	K^*, κ						
	−	ω/ϕ	δ							
A	+	η/D	B	K, Q						
	−	H	π/A							
								$\pi^+\pi^-$	0.9±0.2	1702
								$\gamma J/\psi(3100)$	0.8±0.3	303
								K^+K^-	0.8±0.2	1635
								$p\bar{p}\pi^+\pi^-$	0.6±0.2	1320
								上限参看附注 o		
$\chi(3510)$					<u>0+(1+)+</u>	3510.0 ±0.6		$\gamma J/\psi(3100)$	28±3	389
								$3(\pi^+\pi^-)$	2.4±0.9	1683
								$2(\pi^+\pi^-)$(包括 $\pi\pi\rho$)	1.8±0.5	1727
								$\pi^+\pi^-K^+K^-$ (包括 $\pi K\bar{K}^*$)	1.0±0.4	1632
								$\pi^+\pi^-p\bar{p}$	0.15±0.10	1381
								上限参看附注 p		
$\chi(3555)$					<u>0+(2+)+</u>	3555.8 ±0.6		$\gamma J/\psi(3100)$	15.5±1.8	429
								$2(\pi^+\pi^-)$(包括 $\pi\pi\rho$)	2.3±0.5	1750
								$\pi^+\pi^-K^+K^-$ (包括 $\pi K\bar{K}^*$)	2.0±0.5	1656
								$3(\pi^+\pi^-)$	1.2±0.8	1706

				$\pi^+\pi^-p\bar{p}$	0.35±0.14	1410
				$\pi^+\pi^-$	0.20±0.11	1772
				K^+K^-	0.16±0.12	1708
				上限参看附注 q		
→ $\psi(3685)$	$\underline{0^-(1^-)-}$	3686.0 ±0.1	0.215 ±0.040	e^+e^-	0.9±0.1	1843
				$\mu^+\mu^-$	0.8±0.2	1840
				强子＋辐射衰变	98.1±0.3	
$m_{\psi(3685)} - m_{\psi(3100)} = 589.06 \pm 0.13$						
	辐射衰变形式				衰变成强子	
†[$\gamma\chi(3415)$		8.2±1.4	261	†[$J/\psi\pi^+\pi^-$	33±2	477
$\gamma\chi(3510)$		8.0±1.3	172	$J/\psi\pi^0\pi^0$	17±2	481
$\gamma\chi(3555)$		7.4±1.3	128	$J/\psi\eta$	2.8±0.6[§]	196
$\gamma\eta_c(2980)$		0.43±0.26	638	$2(\pi^+\pi^-)\pi^0$	0.35±0.15	1799
$\gamma\eta_c'(3590)$		0.2到1.3	91	$\pi^+\pi^-K^+K^-$	0.16±0.04	1726
$\gamma\pi^0$		<0.5 (置信水平＝95%)	1841	$J/\psi\pi^0$	0.10±0.03	528
$\gamma\eta$		<0.02	1802	$p\bar{p}\pi^+\pi^-$	0.08±0.02	1491
$\gamma\eta'$		<0.02	1719	$K^{*0}(892)K^-\pi^+$ + c.c.	0.067±0.025	1674
$\gamma\iota(1440) \to \gamma K\bar{K}\pi$		<0.012*]	1562	$2(\pi^+\pi^-)$	0.05±0.01	1817
				$\rho^0\pi^+\pi^-$	0.042±0.015	1751
				$p\bar{p}$	0.019±0.005	1586
				$3(\pi^+\pi^-)$	0.015±0.010	1774
				K^+K^-	0.010±0.007	1776
				$\pi^+\pi^-$	0.008±0.005	1838

续 表

J^P \ I G: 0, 1, $\frac{1}{2}$ — N: + ε/f, ρ, K^*,κ; − ω/ϕ, δ; A: + η/D, B, K, Q; − H, π/A	$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式 形式	分支比(%) [上限置信水平为 90%]	p 或 $p_{max}{}^b$ (MeV/c)
				$\rho\pi$	<0.1	1760
				$\Lambda\bar{\Lambda}$	<0.04]	1467
$\psi(3770)$	$\underline{(1^-)-}$	3770 ±3	25 ±3	e^+e^-	0.0011±0.0002	1885
				$D\bar{D}$	主要	242
	$m_{\psi(3770)}-m_{\psi(3685)}=83.9\pm2.4$ $S=1.8^*$					
$\psi(4030)$	$\underline{(1^-)-}$	$4030^{\S}$ $\pm5^{\S}$	52 ±10	e^+e^-	0.0014±0.0004	2015
				强子	主要	
				†[$D\bar{D}$	见到过	752
				$D\bar{D}^*+D^*\bar{D}$	见到过	559
				$D^*\bar{D}^*$	见到过	177
$\psi(4160)$	$\underline{(1^-)-}$	4159 ±20	78 ±20	e^+e^-	0.0010±0.0004	2079
				强子	主要	

$\psi(4415)$	$\underline{(1^-)-}$	4415	43	e^+e^-	0.0010±0.0005 $S=1.4^*$	2207
		±6	±20[$]	强子	主要	
$\Upsilon(9460)$	$\underline{(1^-)-}$	9460.0	0.0443	$\mu^+\mu^-$	2.9±0.5	4729
或 $\Upsilon(1S)$		±0.3	±0.0066	e^+e^-	2.5±0.5	4730
		$S=1.6^*$		$\tau^+\tau^-$	3.4±0.8	4381
$\chi_b(9875)$	( )+	9872.9		$\gamma\Upsilon(9460)$	见到过	404
或 $\chi_b(1^3P_0)^r$		±5.8				
$\chi_b(9895)$	( )+	9894.5		$\gamma\Upsilon(9460)$	43±11	425
或 $\chi_b(1^3P_1)^r$		±3.5				
$\chi_b(9915)$	( )+	9914.6		$\gamma\Upsilon(9460)$	20.0±4.4	444
或 $\chi_b(1^3P_2)^r$		±2.4				
$\Upsilon(10025)$	$\underline{(1^-)-}$	10023.4	0.0296	$\mu^+\mu^-$	1.9±1.8	5011
或 $\Upsilon(2S)$		±0.3	±0.0047	e^+e^-	1.6±0.3	5012
				$\Upsilon(9460)\pi\pi$	19.5±1.7	476
	$m_{\Upsilon(10025)}-m_{\Upsilon(9460)}=563.3\pm0.4$			$\gamma\chi_b(9875)$	3.5±1.4	149
				$\gamma\chi_b(9895)$	5.9±1.4	128
				$\gamma\chi_b(9915)$	6.1±1.4	108
→ $\chi_b(10255)$	( )+	10253.7		$\gamma\Upsilon(9460)$	见到过	763
或 $\chi_b(2^3P_1)^r$		±3.4		$\gamma\Upsilon(10025)$	见到过	228
$\chi_b(10270)$	( )+	10271.0		$\gamma\Upsilon(9460)$	见到过	779
或 $\chi_b(2^3P_2)^r$		±2.4		$\gamma\Upsilon(10025)$	见到过	245

续 表

J^P \ I / G		0	1	$\frac{1}{2}$
N	+	ε/f	ρ	K^*, κ
	−	ω/ϕ	δ	
A	+	η/D	B	K, Q
	−	H	π/A	

	$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式：形式	衰变形式：分支比(%) [上限置信水平为 90%]	衰变形式：p 或 p_{max}^b (MeV/c)
$\Upsilon(10355)$ 或$\Upsilon(3S)$	$(1^-)-$	10355.5 ±0.5	0.0177 ±0.0051	e^+e^-	2.0±0.7	5178
				$\mu^+\mu^-$	3.3±2.0	5177
				$\Upsilon(9460)\pi^+\pi^-$	5.1±1.1	814
$m_{\Upsilon(10355)} - m_{\Upsilon(9460)} = 895.5 \pm .6$				$\Upsilon(10025)\pi^+\pi^-$	3±3	177
				$\gamma\chi_b(10235)$	7.6±3.5	122
				$\gamma\chi_b(10255)$	15.6±4.2	101
				$\gamma\chi_b(10270)$	12.7±4.1	84
$\Upsilon(10575)$ 或 $\Upsilon(4S)$	$(1^-)-$	10573 ±4	14 ±5	e^+e^-	0.0017±0.0007	5286
$m_{\Upsilon(10575)} - m_{\Upsilon(9460)} = 1113 \pm 4$						

奇 异 介 子

K^+	1/2(0^-)	493.67		看稳定介子表		
K^0		497.67				

$K^*(892)$	$1/2(1^-)$	892.1	51.3	$K\pi$	≈100		288
		±0.4	±1.0	$K\gamma$	0.10±0.01		309
		$S=1.4$*	$S=1.1$*	$K\pi\pi$	<0.05		216
M和Γ来自带电形式;$m^0 - m^\pm = 6.7\pm1.2$ MeV							
$Q(1280)$	$1/2(1^+)$	1270§	90§	$K\rho$	42±6		45
或 Q_1		±10§	±20§	$\kappa(1350)\pi$	28±4		
				$K^*(892)\pi$	16±5		298
				$K\omega$	11±2		
				$K\epsilon$	3±2		
$\kappa(1350)$	$1/2(0^+)$	~1350	~250	$K\pi$	见到过		574
看 $K\pi$ S* 波注*							
$Q(1400)$	$1/2(1^+)$	1406	184	$K^*(892)\pi$	94±6		403
或 Q_2		±10	±9	$K\rho$	3±3		299
				$K\epsilon$	2±2		
				$K\omega$	1±1		285
→ $K^*(1430)$	$1/2(2^+)$	1425§	100§	$K\pi$	44.8±2.3	$S=2.7$*	618
		±5§	±10§	$K^*(892)\pi$	24.5±2.0	$S=1.1$*	417
				$K^*(892)\pi\pi$	13.0±2.6	$S=1.1$*	366
				$K\rho$	8.8±1.0	$S=1.2$*	324
				$K\omega$	4.2±1.5		310
				$K\eta$	5±5§		485
				$K\gamma$	0.24±0.05		627

⇉

续 表

粒子	$I^G(J^P)C_n$	质量 M (MeV)	全宽度 Γ (MeV)	衰变形式：形式	衰变形式：分支比(%) [上限置信水平为 90%]	p 或 $p_{max}{}^b$ (MeV/c)
⇉ $L(1770)$[■]	1/2(2⁻)	~1770[§]	~200[§]	$K^*(1430)\pi$	主要	286
				$K^*(892)\pi$	见到过	651
				Kf	见到过	
				$K\phi$	见到过	816
参看关于 L(1770) 的注[■].						
$K^*(1780)$[■] 或 K^*	1/2(3⁻)	1780 ±10[§]	160 ±20[§]	$K\pi\pi$	大	796
				†{$K\rho$	大 }	620
				†{$K^*(892)\pi$	大 }	657
				$K\pi$	17±S[■]	815
参看关于 K^*(1780) 的注[■].						
→ $K^*(2060)$	1/2(4⁺)	2060[§] ±30[§]	210[§] ±40[§]	$K\pi$	7±1	966
				$K^*(892)\pi\pi$	见到过	809
				$\rho K\pi$	见到过	751
				$\omega K\pi$	见到过	744
未确定的共振态				$K^*(892)\pi\pi\pi$	见到过	775

（表头附表：）

J^P	I / G	0	1	1/2
N	+	ε/f	ρ	K^*, κ
N	−	ω/φ	δ	
A	+	η/D	B	K, Q
A	−	H	π/A	

带粲数非奇异介子

D^+	1/2(0⁻)	1869.4			看稳定粒子表	
D^0		1864.7				
$D^{*+}(2010)$	1/2(1⁻)	2010.1 ±0.7	<2.0	$D^0\pi^+$	64±11	39
				$D^+\pi^0$	28±9	38
				$D^+\gamma$	8±7	136
	$m_{D^{*+}}-m_{D^0}=145.4\pm0.2$MeV					
$D^{*0}(2010)$	1/2(1⁻)	2007.2 ±2.1	<5	$D^0\pi^0$	55±15	44
				$D^0\gamma$	45±15	137

带粲数奇异粒子

F^+	0(0⁻)	1971	看稳定粒子表

带底数非奇异粒子

B^+	1/2(0⁻)	5271	看稳定粒子表
B^0		5274	

介子数据表目录

非奇异($S=0$; C, $B=0$)

态	$I^G(J^P)C_n$	态	$I^G(J^P)C_n$	态	$I^G(J^P)C_n$
π	$1^-(0^-)+$	ω (1670)	$0^-(3^-)-$	→ e^+e^- (1100−2200)	(1^-)
η	$0^+(0^-)+$	A (1680)	$1^-(2^-)+$	→ $\bar{N}N$ (1200−3600)	
ρ (770)	$1^+(1^-)-$	ϕ (1680)	$0^-(1^-)-$	→ X (1900−3600)	
ω (783)	$0^-(1^-)-$	g (1690)	$1^+(3)-$	η_c (2980)	$0^+\quad +$
η' (958)	$0^+(0^-)+$	θ (1690)	$0^+(\ ^+)+$	J/ψ (3100)	$0^-(1^-)-$
S (975)	$0^+(0^+)+$	→ η (1700)	$+$	χ (3415)	$0^+(0^+)+$
δ (980)	$1^-(0^+)+$	→ S (1730)	$0^+(0^+)+$	χ (3510)	$0^+(1^+)+$
ϕ (1020)	$0^-(1^-)-$	→ π (1770)	$1^-(0^-)+$	χ (3555)	$0^+(2^+)+$
H (1190)	$0^-(1^+)-$	→ f (1810)	$0^+(2^+)+$	→ η_c (3590)	$+$
B (1235)	$1^+(1^+)-$	ϕ (1850)	0	ψ (3685)	$0^-(1^-)-$
→ g_S (1240)	$0^+(0^+)+$	→ S (1935)		ψ (3770)	$(1^-)-$
→ ρ (1250)	$1^+(1^-)-$	h (2030)	$0^+(4^+)+$	ψ (4030)	$(1^-)-$
f (1270)	$0^+(2^+)+$	→ δ (2040)	$1^-(4^+)+$	ψ (4160)	$(1^-)-$
A (1270)	$1^-(1^+)+$	→ A (2050)	$1^-(3^+)+$	ψ (4415)	$(1^-)-$
→ η (1275)	$0^+(0^-)+$	→ A (2100)	$1^-(2^-)+$	Υ (9460)	$(1^-)-$
D (1285)	$0^+(1^+)+$	→ ρ (2150)	$1^+(1^-)-$	χ_b (9875)	$(\ \ )+$
ε (1300)	$0^+(0^+)+$	→ ε (2150)	$0^+(2^+)+$	χ_b (9895)	$(\ \ )+$
π (1300)	$1^-(0^-)+$	→ ξ (2220)	$0\ (\ ^+)$	χ_b (9915)	$(\ \ )+$
A_2 (1320)	$1^-(2^+)+$	→ g_T (2240)	$0^+(2^+)+$	Υ (10025)	$(1^-)-$
E (1420)	$0^+(1^+)+$	→ ρ (2250)	$1^+(3^-)-$	→ χ_b (10235)	$(\ \ )+$
ι (1440)	$0^+(0^-)+$	→ ε (2300)	$0^+(4^+)+$	χ_b (10255)	$(\ \ )+$
f' (1525)	$0^+(2^+)+$	→ ρ (2350)	$1^+(5^-)-$	χ_b (10270)	$(\ \ )+$
→ D (1530)	$0^+(1^+)+$	→ δ (2450)	$1^-(6^+)$	Υ (10355)	$(1^-)-$
ρ (1600)	$1^+(1^-)-$	→ r (2510)	$0^+(6^+)$	Υ (10575)	$(1^-)-$

奇异粒子($\|S\|=1$; C, $B=0$)

态		$I(J^P)$
K		$1/2(0^-)$
K^*	(892)	$1/2(1^-)$
Q	(1280)	$1/2(1^+)$
κ	(1350)	$1/2(0^+)$
Q	(1400)	$1/2(1^+)$
→ K	(1400)	$1/2(0^-)$
K^*	(1430)	$1/2(2^+)$
→ L	(1580)	$1/2(2^-)$
→ K^*	(1650)	$1/2(1^-)$
L	(1770)	$1/2(2^-)$
K^*	(1780)	$1/2(3^-)$
→ K	(1830)	$1/2(0^-)$
K^*	(2060)	$1/2(4^+)$
→ K	(2250)	$1/2(2^-)$
→ K	(2320)	$1/2(3^+)$
→ K	(2500)	$1/2(4^-)$
粲粒子($\|C\|=1$)		
D		$1/2(0^-)$
D^*	(2010)	$1/2(1^-)$
F		$0\ (0^-)$
→ F^*	(2140)	
底(美)粒子($\|B\|=1$)		
B		

→ 范外粒子

介 子 表 注

→ 表示在介子数据表中的标记态，未列在介子表中．我们认为这些共振态未被公认．表中所有标记态可以在本注释前面的介子数据表目录中找到．

‡ 请参看介子数据表

* 给出的误差包括标量因子 $S=\sqrt{x^2/(N-1)}$．参看稳定粒子表注．

† 方括号表示前面(没有括号)衰变形式的缩写．

§ 这只是一个有些道理的猜测．给出的误差大于一般文献给出误差的平均值．(参看介子数据表)．

a. 当对M^2作图时，ΓM 大致等于共振态的半宽度．

b. 对于 ≥3 粒子的衰变形式．p_{max} 是末态任一粒子可能具有的最大动量．其动量是根据平均质量值计算的，没有考虑共振态的宽度．

c. 由极点位置 $(M-i\Gamma/2)$ 得来．

d. e^+e^- 分支比是仅根据 $e^+e^-\to\pi^+\pi^-$ 实验定的．则 $\omega\rho$ 干涉只是由于 $\omega\rho$ 混合，预计是小的．可参考介子数据表注．
$\mu^+\mu^-$ 分支比是根据三个实验得到的，都可能有不少 $\omega\rho$ 干涉存在．误差反映其不确定性．参看介子数据表注，如果 $e\mu$ 具有普适性，则 $\Gamma(\rho^0\to\mu^+\mu^-)=\Gamma(\rho^0\to e^+e^-)\times 0.99785$．

e. 对于 $\rho(770)$，其它衰变方式分支比的经验限制是：$\pi^{\pm}\eta <$ 0.8%(置信水平=84%)；$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^- < 0.15\%$；$\pi^{\pm}\pi^+\pi^-\pi^0 <$ 0.2% (置信水平=84%)。

f 对于 $\omega(783)$，其它衰变方式分支比的经验限制是：$\pi^+\pi^-\gamma <$ 5%；$\pi^0\pi^0\gamma < 1\%$；η + 中性粒子<1.5%；$\mu^+\mu^- < 0.02\%$。

g 对于 $\eta'(958)$，其它衰变方式分支比经验限制是：$\pi^+\pi^- <$ 2%(置信水平=84%)；$\pi^+\pi^-\pi^0 < 5\%$ (置信水平=84%)；$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^- < 1\%$(置信水平=95%)；$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0 < 1\%$(置信水平=84%)；$6\pi < 1\%$；$\pi^+\pi^-e^+e^- < 0.6\%$；$\pi^0e^+e^- <$ 1.3% (置信水平=84%)；$\eta e^+e^- < 1.1\%$；$\pi^0\rho^0 < 4\%$；$\eta\mu^+\mu^- < 1.5 \times 10^{-5}$；$\pi^0\mu^+\mu^- < 6 \times 10^{-5}$。

h 质量与宽度是仅由 $\eta\pi$ 衰变方式得到的。如果 $K\bar{K}$ 道是强耦合的，其宽度可能较大。

i. 对于 $\phi(1020)$，其它衰变方式分支比的经验限制是：$\pi^+\pi^-\gamma$ $< 0.7\%$；$\omega\gamma < 5\%$(置信水平=84%)；$\rho\gamma < 2\%$(置信水平 = 84%)；$2\pi^{+2}\pi^-\pi^0 < 1\%$ (置信水平 = 95 %)；$2\pi^+ 2\pi^- < 0.1\%$。

j. 对于 $B(1235)$，其它衰变方式分支比经验限制是：$\pi\pi <$ 15%；$K\bar{K} < 2\%$(置信水平= 84 %)；$4\pi < 50\%$(置信水平=84%)；$\phi\pi < 1.5\%$(置信水平= 84 %)；$\eta\pi < 25\%$；$(K\bar{K})^{\pm}\pi^0 < 8\%$；$K_SK_S\pi^{\pm} < 2\%$；$K_SK_L\pi^{\pm} < 6\%$。

k. 对于 $f(1270)$，其它衰变方式分支比经验限制是：$\eta\pi\pi <$ 1%；$K^0K^-\pi^+$ + 电荷共轭<0.4%；$\eta\eta < 2\%$(置信水平= 95%)。

l. 对于 $A_3(1680)$，其它衰变方式分支比经验限制是：$\eta\pi<10\%$；$5\pi<10\%$.

m. 包括 $p\bar{p}\pi^+\pi^-\gamma$，不包括 $p\bar{p}\eta$，$p\bar{p}\omega$，$p\bar{p}\eta'$.

n. 参看 $E(1420)$ 态处的小注.

o. 对于 $\chi(3415)$，其它衰变方式分支比经验限制是：$2\gamma<0.17\%$；$p\bar{p}<0.11\%$.

p. 对于$\chi(3510)$，其它衰变方式分支比经验限制是：($\pi^+\pi^-$和K^+K^-) $<0.2\%$；$\gamma\gamma<0.16\%$；$p\bar{p}<0.13\%$.

q. 对于 $\chi(3555)$，其它衰变方式分支比经验限制是：$2\gamma<0.06\%$；$p\bar{p}<0.10\%$；$J/\psi\pi^+\pi^-\pi^0<1.5\%$.

r. 这些态的能谱标记是理论的，等待实验结果.

III. 重 子 表

（下表给出重子数据表中重子态的名称、标称质量、及已知的量子数．而重子表中只列有三个或四个星的态．其余未列人，因为它们是否存在、是否为共振态，尚未完全确定．）

N(939) P11	****	Δ(1232) P33	****	Z0(1780) P01	*	Σ(1193) P11	****	Ξ(1318) P11	****
N(1440) P11	****	Δ(1550) P31	*	Z0(1865) D03	*	Σ(1385) P13	****	Ξ(1530) P13	****
N(1520) D13	****	Δ(1600) P33	**	Z1(1900) P13	*	Σ(1480)	*	Ξ(1630)	*
N(1535) S11	****	Δ(1620) S31	****	Z1(2150)	*	Σ(1560)	**	Ξ(1680)	**
N(1540) P13	*	Δ(1700) D33	****	Z1(2500)	*	Σ(1580) D13	**	Ξ(1820) 13	***
N(1650) S11	****	Δ(1900) S31	***			Σ(1620) S11	**	Ξ(1940)	**
N(1675) D15	****	Δ(1905) F35	****	Λ(1116) P01	****	Σ(1660) P11	***	Ξ(2030) 1	***
N(1680) F15	****	Δ(1910) P31	****	Λ(1405) S01	****	Σ(1670) D13	****	Ξ(2120)	*
N(1700) D13	***	Δ(1920) P33	***	Λ(1520) D03	****	Σ(1690)	**	Ξ(2250)	**
N(1710) P11	***	Δ(1930) D35	***	Λ(1600) P01	***	Σ(1750) S11	***	Ξ(2370) 1	**
N(1720) P13	****	Δ(1940) D33	*	Λ(1670) S01	****	Σ(1770) P11	*	Ξ(2500)	*
N(1990) F17	**	Δ(1950) F37	****	Λ(1690) D03	****	Σ(1775) D15	****		
N(2000) F15	**	Δ(2150) S31	*	Λ(1800) S01	***	Σ(1840) P13	*	Ω(1672) P03	****
N(2080) D13	**	Δ(2200) G37	*	Λ(1800) P01	***	Σ(1880) P11	**		
N(2090) S11	*	Δ(2300) H39	**	Λ(1820) F05	****	Σ(1915) F15	****	Λ_c(2282)	****
N(2100) P11	*	Δ(2350) D35	*	Λ(1830) D05	****	Σ(1940) D13	***	Σ_c(2450)	**
N(2190) G17	****	Δ(2390) F37	*	Λ(1890) P03	****	Σ(2000) S11	*		
N(2200) D15	**	Δ(2400) G39	**	Λ(2000)	*	Σ(2030) F17	****	Λ(2460)	*
N(2220) H19	****	Δ(2420) H311	****	Λ(2020) F07	*	Σ(2070) F15	*	Λ_b(5500)	*
N(2250) G19	****	Δ(2750) I313	**	Λ(2100) G07	****	Σ(2080) P13	**		
N(2600) I111	***	Δ(2950) K315	**	Λ(2110) F05	***	Σ(2100) G17	*	双重子	
N(2700) K113	**	Δ(~3000)		Λ(2325) D03	*	Σ(2250)	***	NN(2170) 1D2	**
N(~3000)				Λ(2350)	***	Σ(2455)	**	NN(2250) 3F3	**
				Λ(2585)	**	Σ(2620)	**	NN(?)	*
						Σ(3000)	*	ΛN(2130) 3S1	**
						Σ(3170)	*	ΞN(?)	*

**** 好，清楚，不会错的，*** 好，但不十分确定，** 未确定，* 不肯定，可能不对．

粒子[a]	$I(J^P)L^b_{2I\cdot 2J}$	$P^c_{束流}$(GeV/c) $\sigma = 4\pi\lambda^2$(mb)	质量[d] M (MeV)	全宽度[e] Γ (MeV)	衰变形式 形式[f]	分支比[g] (%)	p^h (MeV/c)
		$S=0$ $I=1/2$ 核子共振态 (N)					
p	1/2(1/2+)		938.3				
n			939.6		看稳定粒子表		
$N(1440)$	$1/2(1/2^+)P'_{11}$	$p=0.61$	1400 到	120 到	$N\pi$	50—70	397
		$\sigma=31.0$	1480	350	$N\eta$	8—18	†
				(200)	$N\pi\pi$	~30	342
					[$\Delta\pi$	12—28]*	143
					$N\rho$	~7	†
					$N\varepsilon$]	~5	†
$N(1520)$	$1/2(3/2^-)D'_{13}$	$p=0.74$	1510到	100 到	$N\pi$	50—60	456
		$\sigma=23.5$	1530	140	$N\eta$	~0.1	149
				(125)	$N\pi\pi$	35—50	410
					[$\Delta\pi$	15—25]*	228
					$N\rho$	15—25	†
					$N\varepsilon$]	<5	†
$N(1535)$	$1/2(1/2^-)S'_{11}$	$p=0.76$	1520到	100 到	$N\pi$	35-50	467
		$\sigma=22.5$	1560	250	$N\eta$	~35	182
				(150)	$N\pi\pi$	~5	422

续 表

粒子[a]	$I(J^P)L^b_{2I,2J}$	$P^c_{束流}$(GeV/c) $\sigma = 4\pi\lambda^2$(mb)	质量[d] M (MeV)	全宽度[e] Γ (MeV)	衰变形式 形式[f]	分支比[g] (%)	p^h (MeV/c)
					[$\Delta\pi$	~1]*	242
					$N\rho$	~3	†
					$N\varepsilon$]	~2]	†
$N(1650)$	$1/2(1/2^-)S''_{11}$	$p = 0.96$	1620到	100 到	$N\pi$	55—65	547
		$\sigma = 16.4$	1680	200	$N\eta$	~1.5	346
				(150)	ΛK	~ 8	161
					ΣK	3-10	†
					$N\pi\pi$	~30	511
					[$\Delta\pi$	4—15]*	344
					$N\rho$	~20	†
					$N\varepsilon$]	<5]	†
$N(1675)$	$1/2(5/2^-)D'_{15}$	$p = 1.01$	1660到	120 到	$N\pi$	30—40	563
		$\sigma = 15.4$	1690	180	$N\eta$	~1	374
				(155)	ΛK	-0.1	209
					$N\pi\pi$	55—70	529
					[$\Delta\pi$	50—65]*	364
					$N\rho$]	~5]	†
$N(1680)$	$1/2(5/2^+)F'_{15}$	$p = 1.01$	1670到	110 到	$N\pi$	55-65	567
		$\sigma = 15.2$	1690	140	$N\eta$	<1	379
				(125)	ΛK	未见到	218

					$N\pi\pi$	~40	532
					[$\Delta\pi$	~12]*	369
					$N\rho$	~10	†
					$N\varepsilon$	~20]	†
N(1700)	$1/2(3/2^-)D_{13}''$	$p=1.05$	1670到	70 到	$N\pi$	8-12	580
		$\sigma=14.5$	1730	120	$N\eta$	~4	400
				(100)	ΛK	~0.2	250
					$N\pi\pi$	~85	547
					[$\Delta\pi$	15-40]*	385
					$N\rho$	~5	†
					$N\varepsilon$	<40]	†
N(1710)	$1/2(1/2^+)P_{11}''$	$p=1.07$	1680到	90 到	$N\pi$	10-20	587
		$\sigma=14.2$	1740	130	$N\eta$	~25	410
				(110)	ΛK	~15	264
					ΣK	2-10	138
					$N\pi\pi$	>50	554
					[$\Delta\pi$	10-25]*	393
					$N\rho$	25-65	48
					$N\varepsilon$	15-40]	†
N(1720)	$1/2(3/2^+)P_{13}''$	$p=1.09$	1690到	125 到	$N\pi$	10-20	594
		$\sigma=13.9$	1800	250	$N\eta$	~3.5	420
				(200)	ΛK	~5	278
					ΣK	2-5	162

续 表

粒子[a]	$I(J^P)L^b_{2I\cdot 2J}$	$P^c_{束流}$(GeV/c) $\sigma = 4\pi\lambda^2$ (mb)	质量[d] M (MeV)	全宽度[e] Γ (MeV)	衰变形式 形式[f]	分支比[g] (%)	p^h (MeV/c)
					$N\pi\pi$	~ 70	561
					[$\Delta\pi$	~ 20]*	401
					$N\rho$	45-70	104
					$N\varepsilon$]	~ 20]	†
⇉$N(2190)$	$1/2(7/2^-)G_{17}$	$p = 2.07$	2120到	200 到	$N\pi$	~ 14	888
		$\sigma = 6.21$	2230	500	$N\eta$	~ 3	790
				(350)	ΛK	~0.3	712
$N(2220)$	$1/2(9/2^+)H_{19}$	$p = 2.14$	2150 到	300 到	$N\pi$	~ 18	905
		$\sigma = 5.97$	2300	500	$N\eta$	~0.5	811
				(400)	ΛK	~0.2	732
$N(2250)$	$1/2(9/2^-)G'_{19}$	$p = 2.21$	2130 到	200 到	$N\pi$	~ 10	923
		$\sigma = 5.74$	2270	500	$N\eta$	~ 2	831
				(300)	ΛK	~0.3	754
$N(2600)$	$1/2(11/2^-)I_{111}$	$p = 3.12$	2580 到	>300	$N\pi$	~ 5	1126
⇉		$\sigma = 3.86$	2700	(400)			
		$S = 0$ $I = 3/2$ Δ 共振态					
$\Delta(1232)$	$3/2(3/2^+)P'_{33}$	$p = 0.30$	1230 到	110 到	$N\pi$	99.4	227
		$\sigma = 94.8$	1234	120	$N\gamma$	0.6	259
⇉				(115)			

$\Delta(1620)$	$3/2(1/2^-)S'_{31}$	$p=0.91$	1600 到	120 到	$N\pi$	25-35	526
		$\sigma=17.7$	1650	160	$N\pi\pi$	~ 70	488
				(140)	[$\Delta\pi$	35-50]*	318
					$N\rho$]	<40	†
$\Delta(1700)$	$3/2(3/2^-)D'_{33}$	$p=1.05$	1630 到	190 到	$N\pi$	10-20	580
		$\sigma=14.5$	1740	300	$N\pi\pi$	~ 85	547
				(250)	[$\Delta\pi$	<50]*	385
					$N\rho$]	~ 40	†
$\Delta(1900)$	$3/2(1/2^-)S''_{31}$	$p=1.44$	1850 到	130 到	$N\pi$	6-12	710
		$\sigma=9.71$	2000	300	ΣK	~10	410
				(150)			
$\Delta(1905)$	$3/2(5/2^+)F_{35}$	$p=1.45$	1890 到	250 到	$N\pi$	8-15	713
		$\sigma=9.62$	1920	400	ΣK	<3	415
				(300)	$N\pi\pi$	~ 80	687
					[$\Delta\pi$	10-30]*	542
					$N\rho$]	~ 60	421
$\Delta(1910)$	$3/2(1/2^+)P''_{31}$	$p=1.46$	1850 到	200 到	$N\pi$	20-25	716
		$\sigma=9.54$	1950	330	ΣK	2-20	421
				(220)	$N\pi\pi$	>40	691
					[$\Delta\pi$	小]*	545
					$N\rho$]	<40	426

续 表

粒子[a]	$I(J^P)L^b_{2I\cdot 2J}$	$P^c_{束流}$ (GeV/c) $\sigma = 4\pi\lambda^2$ (mb)	质量[d] M (MeV)	全宽度[e] Γ (MeV)	衰变形式 形式[f]	分支比[g] (%)	p^h (MeV/c)
$\Delta(1920)$	$3/2(3/2^+)P''_{33}$	$p = 1.48$	1860 到	190 到	$N\pi$	14-20	722
		$\sigma = 9.38$	2160	300	ΣK	~ 5	431
				(250)			
$\Delta(1930)$	$3/2(5/2^-)D'_{35}$	$p = 1.50$	1890 到	150 到	$N\pi$	4-14	729
		$\sigma = 9.21$	1960	350	ΣK	<10	441
				(250)			
$\Delta(1950)$	$3/2(7/2^+)F'_{37}$	$p = 1.54$	1910 到	200 到	$N\pi$	35-45	741
		$\sigma = 8.91$	1960	340	ΣK	<1	460
				(240)	$N\pi\pi$	~ 60	716
					[$\Delta\pi$	~ 40]*	574
					$N\rho$]	~ 20	469
$\Delta(2420)$	$3/2(11/2^+)H_{311}$	$p = 2.64$	2380 到	300 到	$N\pi$	5-15	1023
		$\sigma = 4.68$	2450	500			
				(300)			

$S = -1 \quad I = 0 \quad \Lambda$ 共振态

Λ	$0(1/2^+)$		1115.6			看稳定粒子表	
$\Lambda(1405)$	$0(1/2^-)S'_{01}$	在 K^-p 阈以下	1405 ±5[i]	40±10[i]	$\Sigma\pi$	100	152

$\Lambda(1520)$	$0(3/2^-)D'_{03}$	$p = 0.395$	1519.5	15.6 ± 1.0^i	$N\bar{K}$	45 ± 1	244
		$\sigma = 82.3$	$\pm 1.0^i$		$\Sigma\pi$	42 ± 1	267
					$\Lambda\pi\pi$	10 ± 1	252
					$\Sigma\pi\pi$	0.9 ± 0.1	152
					$\Lambda\gamma$	0.8 ± 0.2	351
$\Lambda(1600)$	$0(1/2^+)P'_{01}$	$p = 0.58$	1560 到	50 到	$N\bar{K}$	15-30	343
		$\sigma = 41.6$	1700	250	$\Sigma\pi$	10-60	336
				(150)			
$\Lambda(1670)$	$0(1/2^-)S''_{01}$	$p = 0.74$	1660 到	25 到	$N\bar{K}$	15-25	414
		$\sigma = 28.5$	1680	50	$\Sigma\pi$	20-60	393
				(35)	$\Lambda\eta$	15-35	64
$\Lambda(1690)$	$0(3/2^-)D''_{03}$	$p = 0.78$	1685 到	50 到	$N\bar{K}$	20-30	433
		$\sigma = 26.1$	1695	70	$\Sigma\pi$	20-40	409
				(60)	$\Lambda\pi\pi$	~ 25	415
					$\Sigma\pi\pi$	~ 20	350
$\Lambda(1800)$	$0(1/2^-)S'''_{01}$	$p = 1.01$	1720 到	200 到	$N\bar{K}$	25-40	528
		$\sigma = 17.5$	1850	400	$\Sigma\pi$	见到过	493
				(300)	$\Sigma(1385)\pi$	见到过	345
					$N\bar{K}^*(892)$	见到过	†

续 表

粒子[a]	$I(J^P)L^b_{2I\cdot 2J}$	$P^c_{束流}$(GeV/c) $\sigma = 4\pi\lambda^2$ (mb)	质量[d] M (MeV)	全宽度[e] Γ (MeV)	衰变形式 形式[f]	分支比[g] (%)	p^h (MeV/c)
$\Lambda(1800)$	$0(1/2^+)P'_{01}$	$p = 1.01$	1750 到	50 到	$N\bar{K}$	20-50	528
		$\sigma = 17.5$	1850	250	$\Sigma\pi$	10-40	493
				(150)	$\Sigma(1385)\pi$	见到过	345
					$N\bar{K}^*(892)$	30-60	†
$\Lambda(1820)$	$0(5/2^+)F'_{05}$	$p = 1.06$	1815 到	70 到	$N\bar{K}$	55-65	545
		$\sigma = 16.5$	1825	90	$\Sigma\pi$	8-14	508
				(80)	$\Sigma(1385)\pi$	5-10	362
$\Lambda(1830)$	$0(5/2^-)D_{05}$	$p = 1.08$	1810 到	60 到	$N\bar{K}$	3-10	553
		$\sigma = 16.0$	1830	110	$\Sigma\pi$	35-75	515
				(95)	$\Sigma(1385)\pi$	>15	371
$\Lambda(1890)$	$0(3/2^+)P'_{03}$	$p = 1.21$	1850 到	60 到	$N\bar{K}$	20-35	599
		$\sigma = 13.6$	1910	200	$\Sigma\pi$	3-10	559
				(100)	$\Sigma(1385)\pi$	见到过	420
					$N\bar{K}^*(892)$	见到过	233
→→ $\Lambda(2100)$	$0(7/2^-)G_{07}$	$p = 1.68$	2090 到	100 到	$N\bar{K}$	25-35	751
		$\sigma = 8.68$	2110	250	$\Sigma\pi$	~5	704
				(200)	$\Lambda\eta$	<3	617
					ΞK	<3	483
					$\Lambda\omega$	<8	443
					$N\bar{K}^*(892)$	10-20	514

→$\Lambda(2110)$	$0(5/2^+)F'_{05}$	$p=1.70$	2090 到	150 到	$N\bar{K}$	5-25	757
		$\sigma=8.53$	2140	250	$\Sigma\pi$	10-40	711
				(200)	$\Lambda\omega$	见到过	455
					$\Sigma(1385)\pi$	见到过	589
					$N\bar{K}^*(892)$	10-60	524
→$\Lambda(2350)$	$0(9/2^+)$	$p=2.29$	2340 到	100 到	$N\bar{K}$	~12	915
		$\sigma=5.85$	2370	250	$\Sigma\pi$	~10	867
				(150)			
→							

$S=-1 \quad I=1 \quad \Sigma$ 共振态

Σ	$1(1/2^+)$		(+)1189.4			看稳定粒子表	
			(0)1192.5				
			(−)1197.3				
$\Sigma(1385)$	$1(3/2^+)P'_{13}$	在	(+)1382.3±0.4	35±1	$\Lambda\pi$	88±2	208
		K^-p	$S=1.6^j$	$S=1.0^j$	$\Sigma\pi$	12±2	127
		阈以下	(0)1382.0±2.5	~35			
			$S=1.6^j$				
			(−)1387.4±0.6	40±2			
			$S=2.2^j$	$S=1.9^j$			
↑↑↑↑$\Sigma(1660)$	$1(1/2^+)P'_{11}$	$p=0.72$	1630 到	40 到	$N\bar{K}$	10-30	405
		$\sigma=29.9$	1690	200	$\Lambda\pi$	见到过	439
				(100)	$\Sigma\pi$	见到过	385

续 表

粒子[a]	$I(J^P)L^b_{2I\cdot 2J}$	$P^c_{束流}$(GeV/c) $\sigma = 4\pi\lambda^2$ (mb)	质量[d] M (MeV)	全宽度[e] Γ (MeV)	衰变形式 形式[f]	 分支比[g] (%)	 p^h (MeV/c)
$\Sigma(1670)$	$1(3/2^-)D_{13}''$	$p = 0.74$	1665 到	40 到	$N\bar{K}$	7-13	414
		$\sigma = 28.5$	1685	80	$\Lambda\pi$	5-15	447
				(60)	$\Sigma\pi$	30-60	393
$\Sigma(1750)$	$1(1/2^-)S_{11}''$	$p = 0.91$	1730 到	60 到	$N\bar{K}$	10-40	486
		$\sigma = 20.7$	1800	160	$\Lambda\pi$	见到过	507
				(90)	$\Sigma\pi$	<8	455
					$\Sigma\eta$	15-55	81
$\Sigma(1775)$	$1(5/2^-)D_{15}$	$p = 0.96$	1770 到	105 到	$N\bar{K}$	37-43	508
		$\sigma = 19.0$	1780	135	$\Lambda\pi$	14-20	525
				(120)	$\Sigma\pi$	2-5	474
					$\Sigma(1385)\pi$	8-12	324
					$\Lambda(1520)\pi$	17-23	198
$\Sigma(1915)$	$1(5/2^+)F_{15}'$	$p = 1.26$	1900 到	80 到	$N\bar{K}$	5-15	618
		$\sigma = 12.8$	1935	160	$\Lambda\pi$	见到过	622
				(120)	$\Sigma\pi$	见到过	577
					$\Sigma(1385)\pi$	<5	440

Σ(1940)	$1(3/2^-)D_{13}'''$	$p=1.32$	1900 到	150 到	$N\bar{K}$	<20	637
		$\sigma=12.1$	1950	300	$\Lambda\pi$	见到过	639
				(220)	$\Sigma\pi$	见到过	594
					$\Sigma(1385)\pi$	见到过	460
					$\Lambda(1520)\pi$	见到过	354
					$\Delta(1232)\bar{K}$	见到过	410
					$N\bar{K}^*(892)$	见到过	320
Σ(2030)	$1(7/2^+)F_{17}$	$p=1.52$	2025 到	150 到	$N\bar{K}$	17-23	702
		$\sigma=9.93$	2040	200	$\Lambda\pi$	17-23	700
				(180)	$\Sigma\pi$	5-10	657
					ΞK	< 2	412
					$\Sigma(1385)\pi$	5-15	529
					$\Lambda(1520)\pi$	10-20	430
					$\Delta(1232)\bar{K}$	10-20	498
					$NK^*(892)$	< 5	438
Σ(2250)	1(?)	$p=2.04$	2210 到	60 到	$N\bar{K}$	<10	851
		$\sigma=6.76$	2280	150	$\Lambda\pi$	见到过	842
				(100)	$\Sigma\pi$	见到过	803

$S=-2\quad I=1/2\quad \Xi$ 串级超子共振态

Ξ	$1/2(1/2^+)$	(0)1314.9 (−)1321.3	看稳定粒子表

续　表

粒子[a]	$I(J^P)L^b{}_{2I\cdot 2J}$	$P^c{}_{束流}$(GeV/c) $\sigma=4\pi\lambda\!\!\!^{-2}$ (mb)	质量[d] M (MeV)	全宽度[e] Γ (MeV)	衰变形式 形式[f]	分支比[g] (%)	p^h (MeV/c)
Ξ(1530) →→	$1/2(3/2^+)P_{13}$		(0)1531.8±0.3 $S=1.3^j$ (−)1535.0±0.6	9.1±0.5 10.1±1.9	$\Xi\pi$	100	148
Ξ(1820) →	1/2(3/2)		1823 $\pm 6^i$	$20^{+15^i}_{-10}$	$\Lambda\bar{K}$ $\Sigma\bar{K}$ $\Xi\pi$ $\Xi(1530)\pi$	~45 ~10 小 ~45	396 306 413 231
Ξ(2030) →→→→	1/2(?)		2024 $\pm 6^i$	$16^{+15^i}_{-5}$	$\Lambda\bar{K}$ $\Sigma\bar{K}$ $\Xi\pi$ $\Xi(1530)\pi$	~20 ~80 小 小	587 524 573 418

其　它　重　子

Ω^-	$0(3/2^+)$		1672.4	看稳定粒子表		
Λ_c^+ →→→→→→→→	$0(1/2^+)$		2282	看稳定粒子表		

重 子 表 注

→　左侧每一个箭头表明数据表中有一个重子态虽然列入，但还未被公认(少于三个星号). 在重子表前，将各种重子共振态都排列了出来，无论是否可靠.

†　当使用衰变的共振态的标称质量时，这种衰变形式在能量上是禁戒的. 但由于共振态的有限宽度，事实上是允许的.

*　方括号中衰变形式是前面不带括号的衰变形式的亚形式.

a.　这里的标称质量(以 MeV 为单位)是为了识别共振态，其实际质量参看表中第四行.

b.　如果有几个重子具有相同的量子数，我们用在其标记符号上加一个撇(例如 S'_{11})代表第一个，加两个撇代表第二个，如此等等.

c.　这里的量都是利用第一行中的标称质量计算的.

d.　一般的我们不给由几个实验得到的质量的统计平均值，而给出一个比较大的质量范围. 这次，质量差不多根据同一数据. 不同相移分析确定的. 因此不应认为是根据独立测量得到的结果，也不好去平均它们. 表中的质量、宽度和分支比都是布拉脱-维格纳参数. 数据表中也列入能够得到的极点参量.

e.　一般只给出一个比较宽的范围，而不给宽度的几种测量值的平均值(参看 *d*). 括号中的标称值是最可几值.

f. 关于N,衰变方式,参看表中N和Δ注.

g. 很多非弹性散射分支比是由分波分析得到的. 这决定$\sqrt{XX'}$,其中X和X'分别为弹性和非弹性分支比,不直接决定X'. 因此任何X的不确定性(常是可以考虑的),常可带进X'的不确定性中. 当x'是这样决定之时,可靠性不大. 这时我们只说见到过这种衰变形式,在数据表中给出$\sqrt{XX'}$值.

h. 对两体衰变,这是在衰变粒子静止系统里衰变产物的动量,是在此系统内所有产物中任一粒子具有的最大动量. 使用第一行中的标称质量,作为末态中任何共振态的质量.

i. 此处误差只是合理的猜测. 它大于文献有关数据的加权平均值. (数据表中给出这种平均值).

j. 这里给出的误差乘过"S因子"(参看稳定粒子表注中S的定义),这是因为不同测量结果,比统计预期值差别要大.